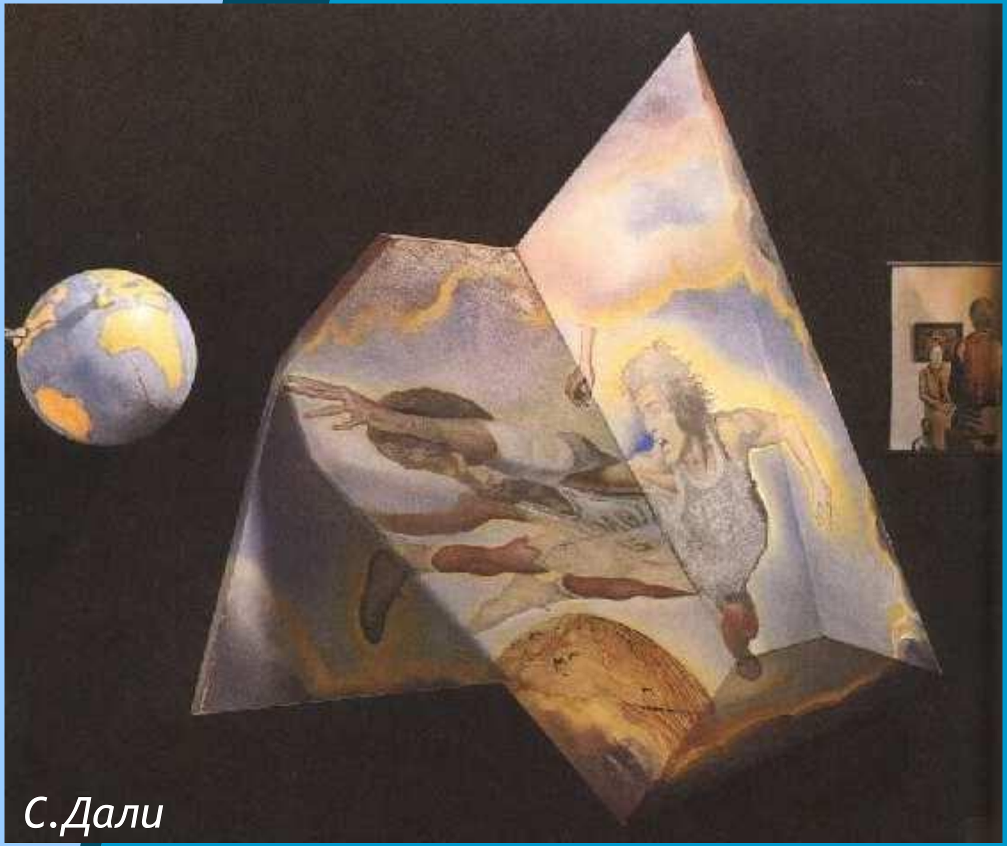
многогранники

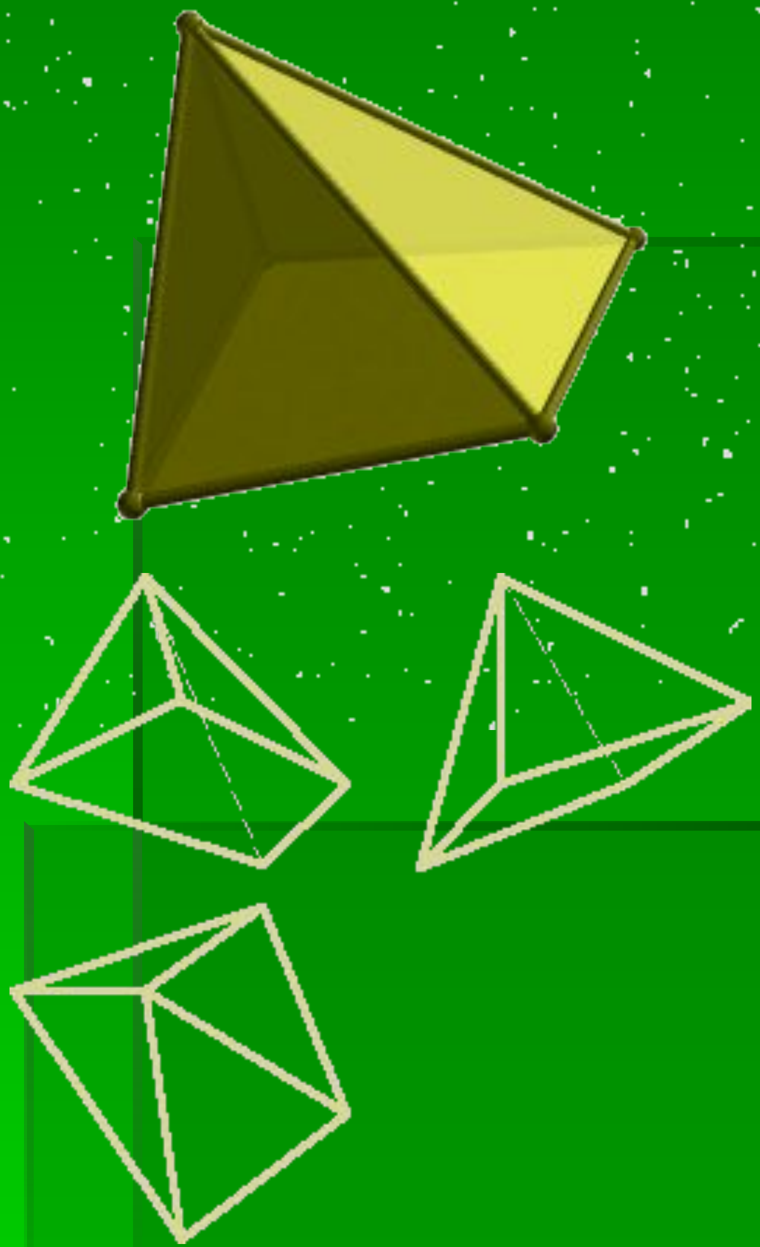

С.Дали

- Мы мирозданье многогранником зовём
  И тщимся сосчитать бесчисленные грани,
  Мы острые углы отыскиваем в нём –
  И удивляемся бесплодности исканий.

  Стремимся гранями разбить добро и зло,
  Но смертный ум решений верных не находит;
  Ведь если граней бесконечное число,
  То в сферу многогранник переходит…

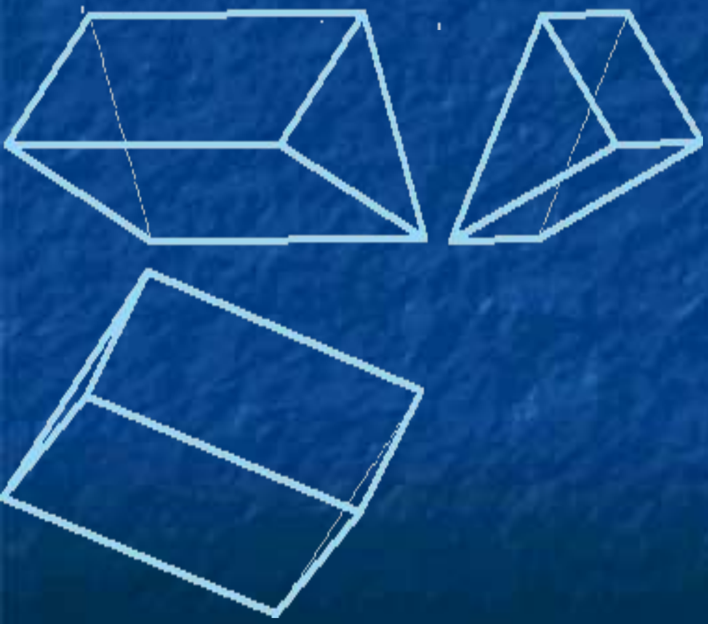
Многогранником называется тело, ограниченное конечным числом плоскостей. Поверхность многогранника состоит из конечного числа многоугольников, которые называются ***гранями многогранника***. Стороны граней называются ***ребрами***, а вершины - ***вершинами многогранника***. Отрезок, соединяющий две вершины, не лежащие в одной грани многогранника, называется его ***диагональю***. Многогранник называется ***выпуклым***, если он лежит по одну сторону от каждой из плоскостей, его ограничивающих.

содержание:



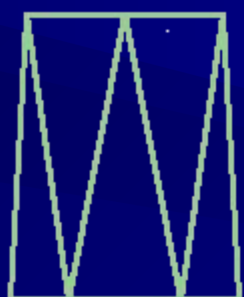
Пирамида - это многогранник, одна грань которого многоугольник, а остальные грани - треугольники с общей вершиной. Грани, отличные от основания, называются **боковыми**. Общая вершина боковых граней называется **вершиной пирамиды**. Ребра, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания называются **боковыми**.

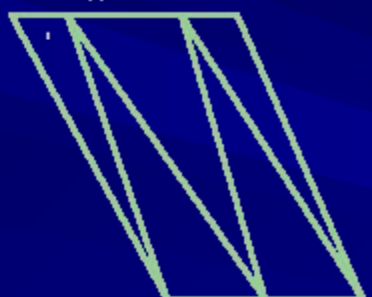
назад



Призмой называется многогранник, у которого две грани ***(основания)*** лежат в параллельных плоскостях, а все ребра вне этих граней параллельны между собой. Грани, отличные от оснований, называются ***боковыми гранями***, а их ребра называются **боковыми *ребрами***. Все боковые ребра равны между собой как параллельные отрезки, ограниченные двумя параллельными плоскостями. Все боковые грани призмы являются параллелограммами. Соответствующие стороны оснований призмы равны и параллельны. Поэтому в основаниях лежат равные многоугольники.

назад

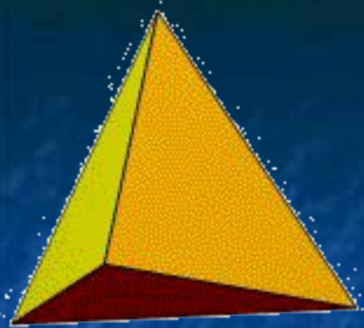
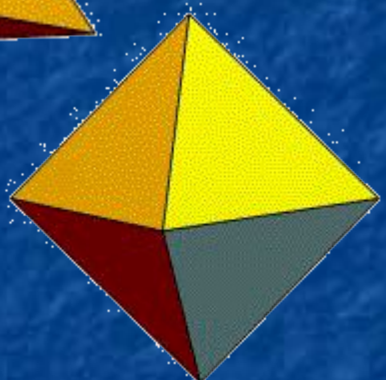
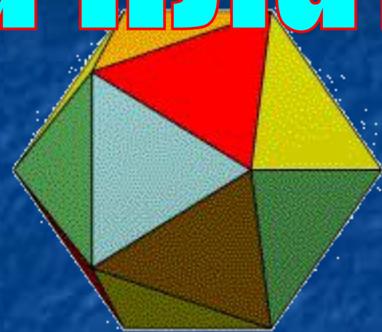
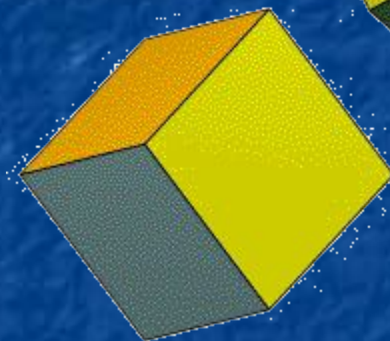
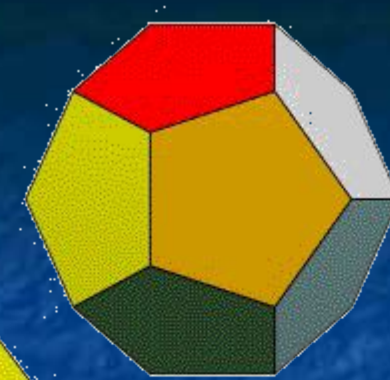




Призматоид – многогранник, ограниченный двумя многоугольниками, расположенными в параллельных плоскостях (они являются его основаниями). Призма, пирамида и усеченная пирамида – частные случаи призматоида. Все боковые грани призматоида являются треугольниками или четырехугольниками, причем четырехугольные грани – это трапеции или

назад

Тела Платона

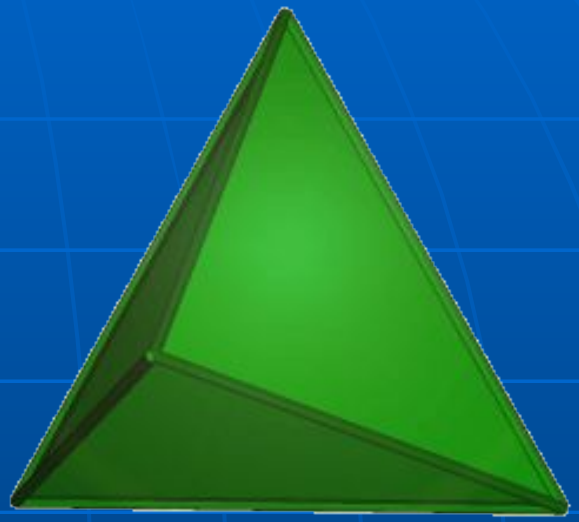
Многогранник, все грани которого представляют собой правильные и равные многоугольники, называют ***правильным.*** Углы при вершинах такого многогранника равны между собой.

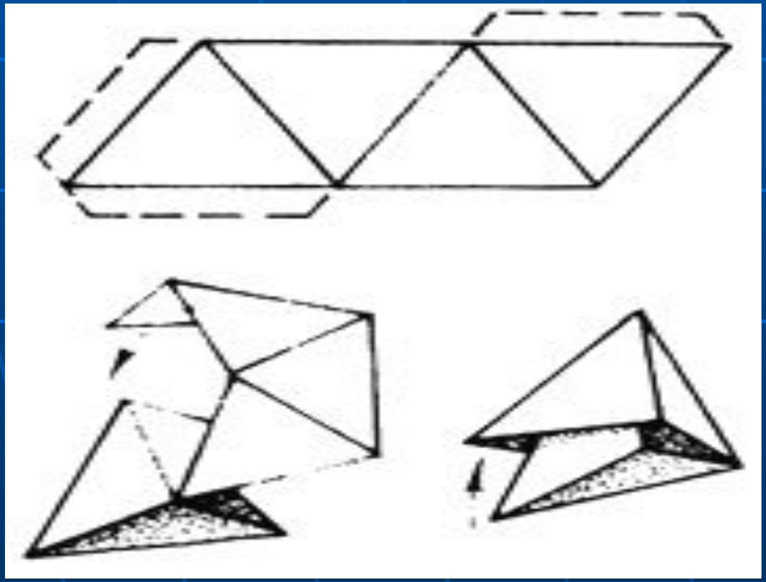
Существует ***пять*** типов правильных многогранников. Эти многогранники и их свойства были описаны более двух тысяч лет назад древнегреческим философом Платоном, чем и объясняется их общее название.

Закон взаимности

назад

Тетраэдр - правильный четырехгранник. Он ограничен четырьмя равносторонними треугольниками.





На рис. 1 показано, как получить тетраэдр, перегибая бумажную ленту по сторонам расчерченных на ней равносторонних треугольников.

число **ГРАНЕЙ** – **4**

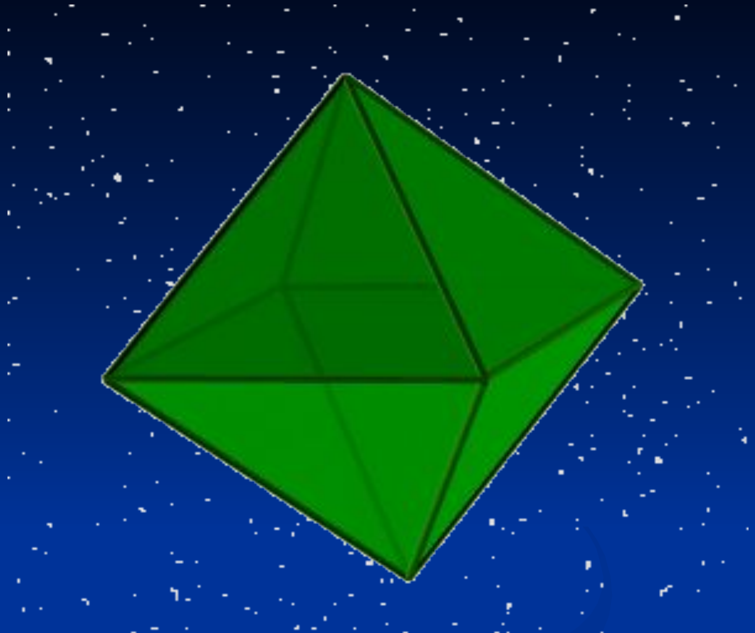
число **РЁБЕР** – **6**

число **ВЕРШИН** – **4**

сумма плоских углов при каждой вершине **180°**

назад

Октаэдр - правильный восьмигранник. Он состоит из восьми равносторонних и равных между собой треугольников, соединенных по четыре у каждой вершины.



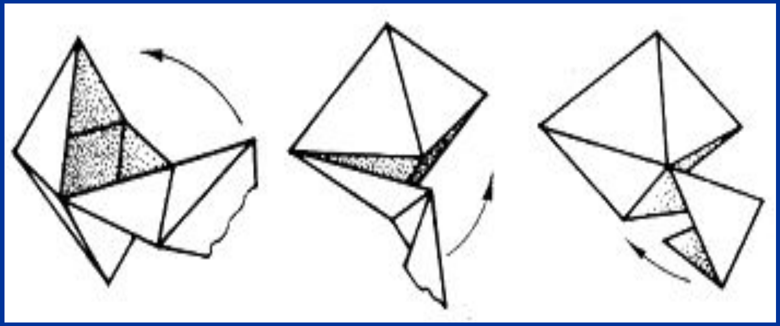


Рис.2. Построение октаэдра осуществляется на основе узора из правильных треугольников. Свернув кольцо из шести треугольников, перегибаем ленту в обратную сторону и продолжаем сворачивать такие же кольца.

число граней – 8

число рёбер – 12

число вершин – 6

сумма плоских углов при каждой вершине **240 °**

назад

Икосаэдр - состоит из 20 равносторонних и равных треугольников, соединенных по пять около каждой вершины.

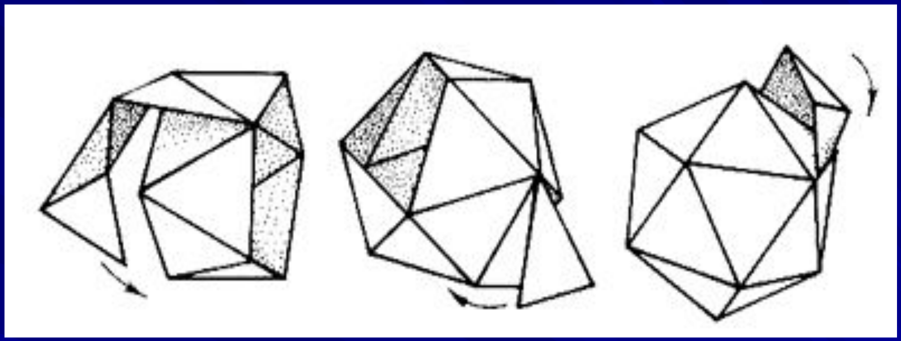


Рис.3. Построение икосаэдра осуществляется на основе узора из правильных треугольников. Свернув кольцо из десяти треугольников, перегибаем ленту в обратную сторону и продолжаем сворачивать такие же кольца.

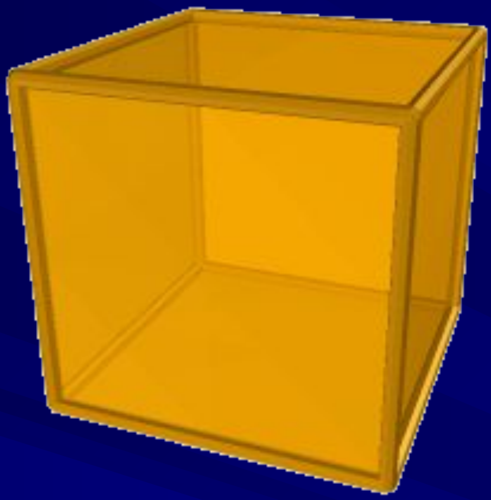
число граней – **20**

число рёбер – **30**

число вершин – **12**

сумма плоских углов при каждой вершине **300°**

назад



Гексаэдр - правильный шестигранник. Это куб состоящий из шести равных квадратов, соединенных по три около каждой вершины.

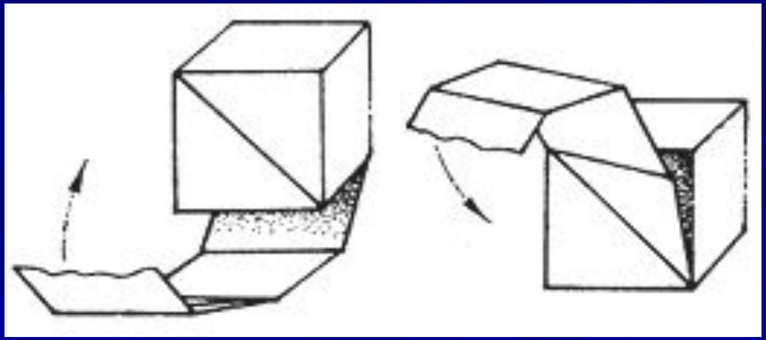


Рис. 4. Грани куба выстраиваются в цепочку, а чтобы изменить направление ленты для завершения формообразования, достаточно перегнуть ее по диагонали квадрата.

число граней – **6**

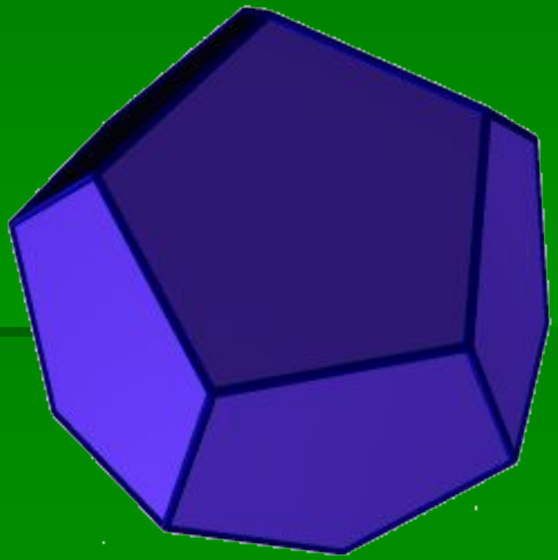
число рёбер – **12**

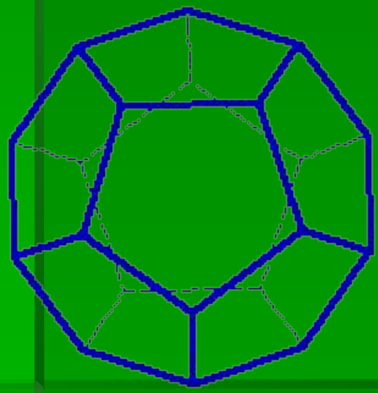
число вершин – **8**

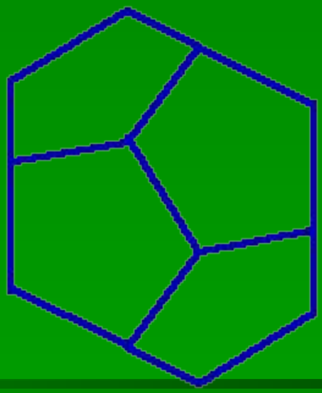
сумма плоских углов при каждой вершине **270°**

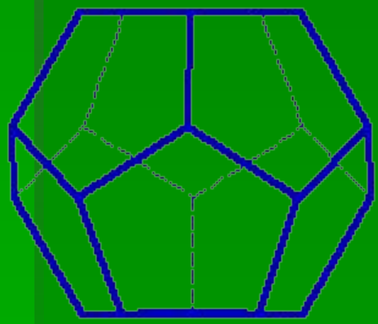
назад

Додекаэдр - правильный двенадцатигранник, состоит из двенадцати правильных и равных пятиугольников, соединенных по три около каждой вершины.









число граней – **12**

число рёбер – **30**

число вершин – **20**

Сумма плоских углов при каждой вершине равна 324°

назад

Закон взаимности

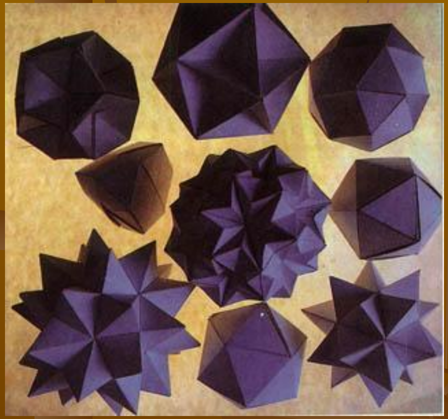
Если соединить отрезками центры соседних граней правильного многоугольника, то эти отрезки станут ребрами другого правильного многогранника: у куба – октаэдра, у октаэдра – куба; у икосаэдра – додекаэдр, у додекаэдра – икосаэдр; у тетраэдра – снова тетраэдра. Т.е. каждому правильному многограннику соответствует другой правильный многогранник с числом граней, равным числу вершин данного многогранника. Число ребер у обоих многогранников одинаково.

назад

Знаменитый математик Л.Эйлер получил формулу:

В+Г-Р=2,

которая связывает число вершин /В/, граней /Г/ и рёбер /Р/ любого многогранника. Простота этой формулы заключается в том, что она не связана ни с расстоянием, ни с углами.



назад

Правильные звездчатые многогранники

В 1810 году французский математик Пуансо построил четыре правильных звездчатых многогранника: малый звездчатый додекаэдр, средний звездчатый додекаэдр, большой звездчатый додекаэдр и звездчатый октаэдр.

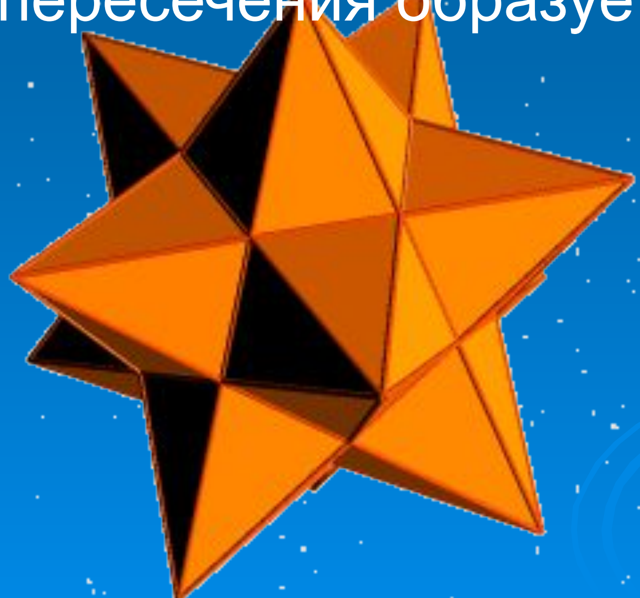
Два из них знал И.Кеплер, а в 1812 году французский математик О.Коши доказал, что кроме пяти «платоновых тел» и четырех «тел Пуансо» больше нет правильных многогранников.

[дальше](#) [назад](#)

Звездчатый октаэдр - восемь пересекающихся плоскостей граней октаэдра отделяют от пространства новые "куски", внешние по отношению к октаэдру. Это малые тетраэдры основания которые совпадают с гранями октаэдра. его можно рассматривать как соединение двух пересекающихся тетраэдров центры которых совпадают с центром исходного октаэдра. Все вершины звездчатого октаэдра совпадают с вершинами некоторого куба, а ребра его являются диагоналями граней (квадратов) этого куба. Дальнейшее продление граней октаэдра не приводит к созданию нового многогранника. Октаэдр имеет только одну звездчатую форму. Такой звездчатый многогранник в 1619 году описал Кеплер (1571-1630) и назвал его stella octangula - восьмиугольная звезда.

дальше назад

Малый звездчатый додекаэдр - звездчатый додекаэдр первого продолжения. Он образован продолжением граней выпуклого додекаэдра до их первого пересечения. Каждая грань выпуклого додекаэдра при продолжении образует правильный звездчатый пятиугольник. Пересекающиеся плоскости граней додекаэдра отделяют от пространства новые "куски", внешние по отношению к додекаэдру. Это двенадцать правильных пятиугольных пирамид, основания которых совпадают с гранями додекаэдра. При дальнейшем продолжении граней до нового пересечения образуется



средний звездчатый додекаэдр - звездчатый додекаэдр второго продолжения. Последней же звездчатой формой правильного додекаэдра является звездчатый додекаэдр третьего продолжения - **большой**

дальше назад

Подготовила Ланских Елена Владиславна, учитель математики Лицея ИСТЭК г. Краснодара.