

# Вписанные и описанные многоугольники

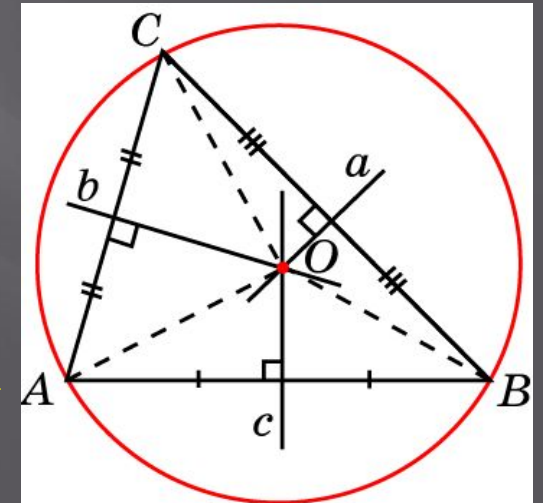
# Вписанные многоугольники

Многоугольник называется *вписанным* в окружность, если все его вершины принадлежат окружности

Окружность при этом называется *описанной* около многоугольника

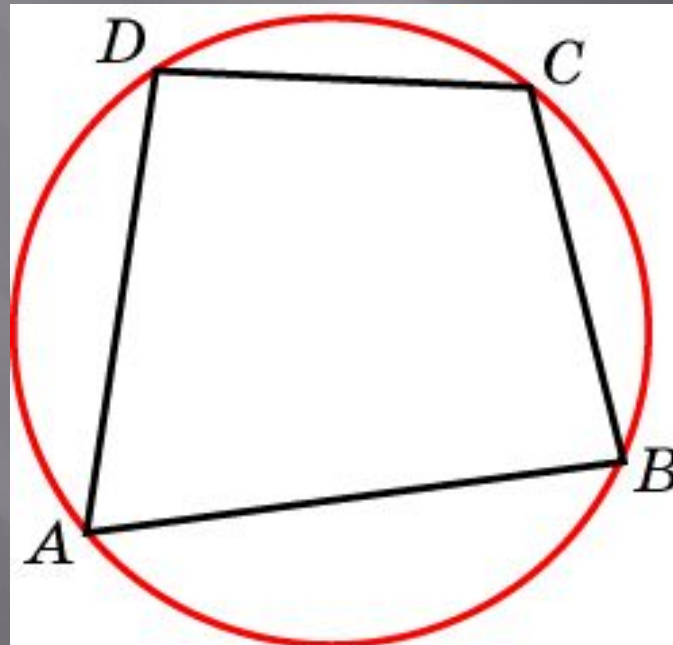
Около всякого треугольника можно описать окружность

Ее центром является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника



# Вписанные многоугольники

Суммы противоположных углов  
четырехугольника, вписанного в  
окружность, равны  $180^\circ$

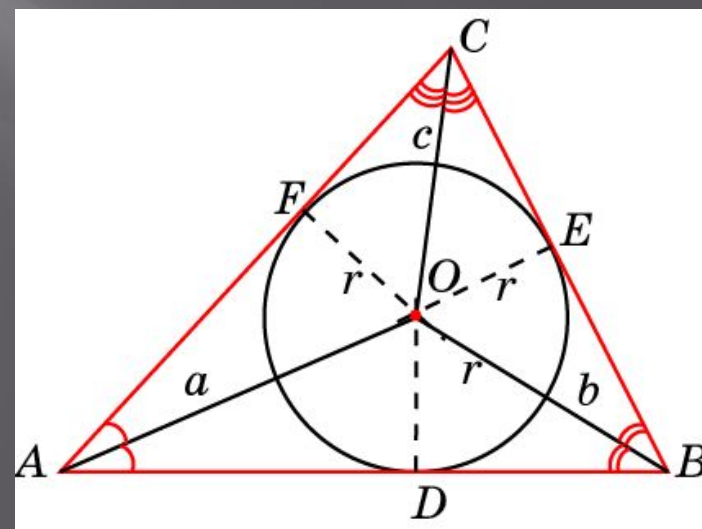


# Описанные многоугольники

Многоугольник называется *описанным* около окружности, если все его стороны касаются этой окружности

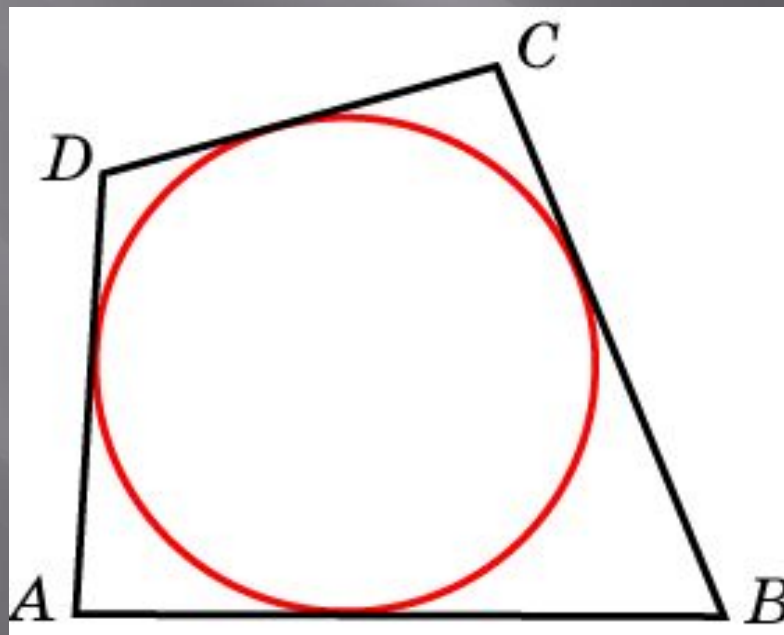
Сама окружность при этом называется *вписанной* в многоугольник

В любой треугольник можно вписать окружность  
Ее центром будет точка пересечения биссектрис этого треугольника



# Описанные многоугольники

Суммы противоположных сторон  
четырехугольника, описанного  
около окружности, равны



# Вписанные и описанные треугольники

Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной окружности

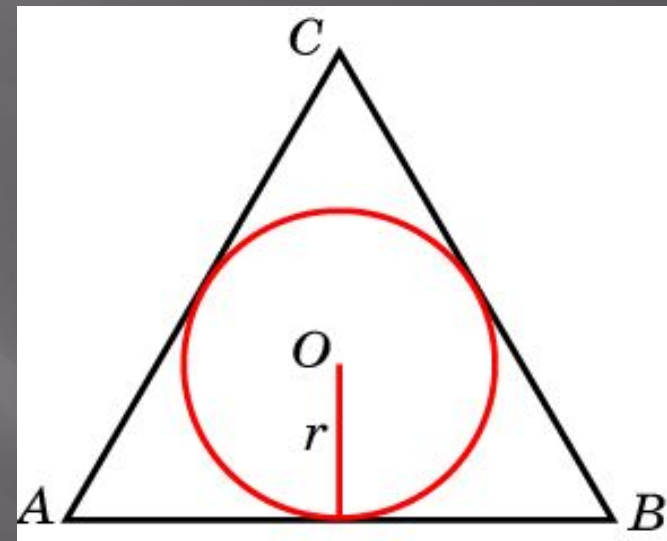
Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника, выражается формулой

$R = \frac{2S}{a+b+c}$ , где  $a, b, c$  – стороны треугольника  $S$  – его площадь.

Радиус  $r$  окружности, вписанной в треугольник, выражается формулой  $r = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$ , где  $a, b, c$  – стороны треугольника  $S$  – его площадь

# Упражнение 1

Сторона  
равностороннего  
треугольника равна  
 $2\sqrt{3}$  найдите радиус  
окружности,  
вписанной в этот  
треугольник



Ответ: 1

## Упражнение 2

Сторона

равностороннего

треугольника равна

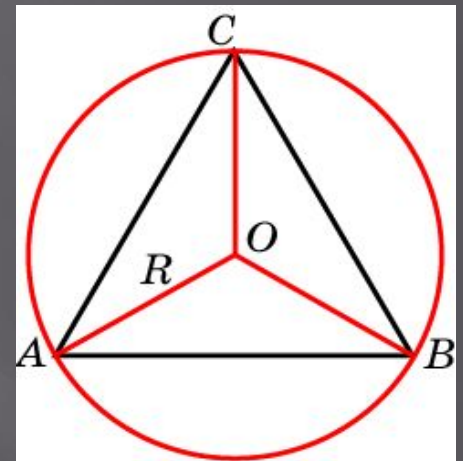
$2\sqrt{3}$

Найдите радиус

окружности, описанной

около этого

треугольника

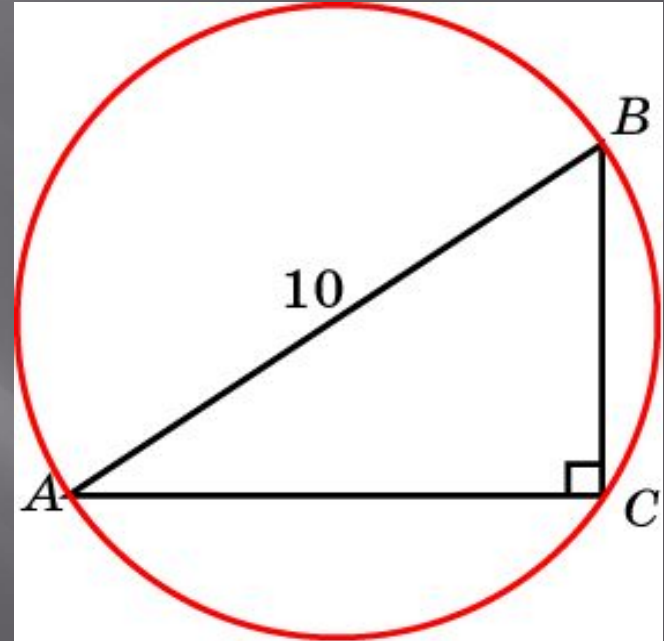


Ответ: 2



## Упражнение 3

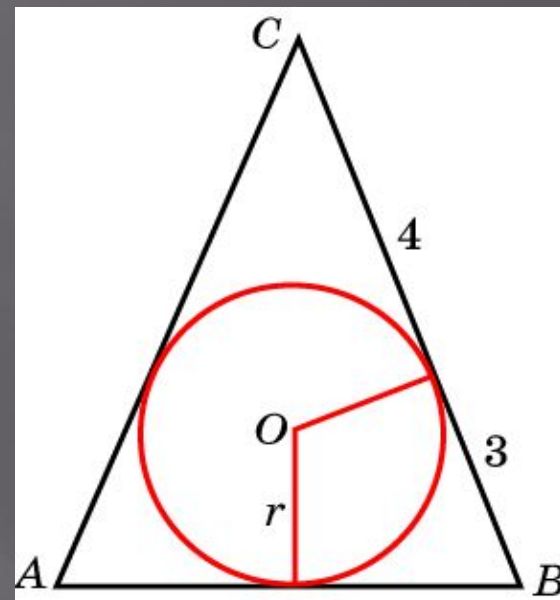
Гипотенуза  
прямоугольного  
треугольника равна  
10 см. Найдите  
радиус описанной  
окружности



Ответ: 5

## Упражнение 4

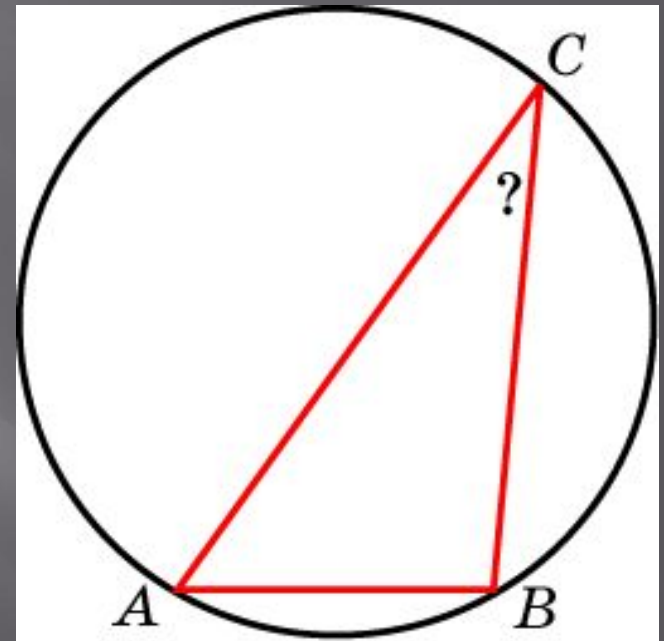
Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 4 и 3, считая от вершины. Найдите периметр треугольника



Ответ: 20

## Упражнение 5

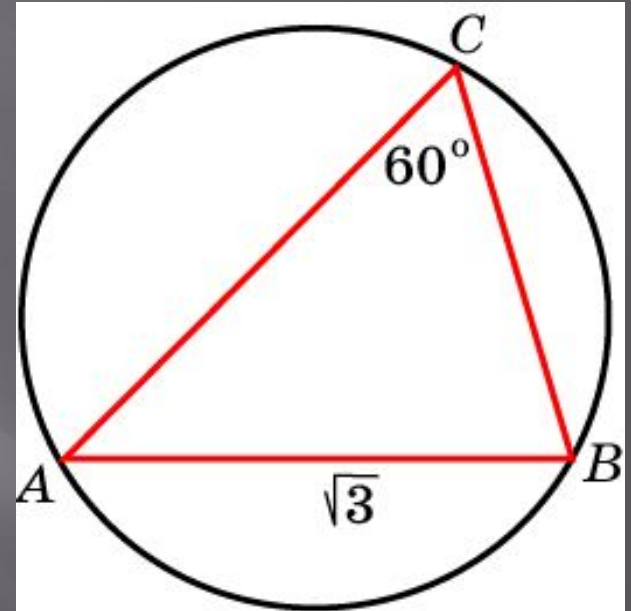
Одна сторона  
треугольника равна  
радиусу описанной  
окружности. Найдите  
угол треугольника,  
противолежащий этой  
стороне



Ответ:  $30^\circ$

## Упражнение 6

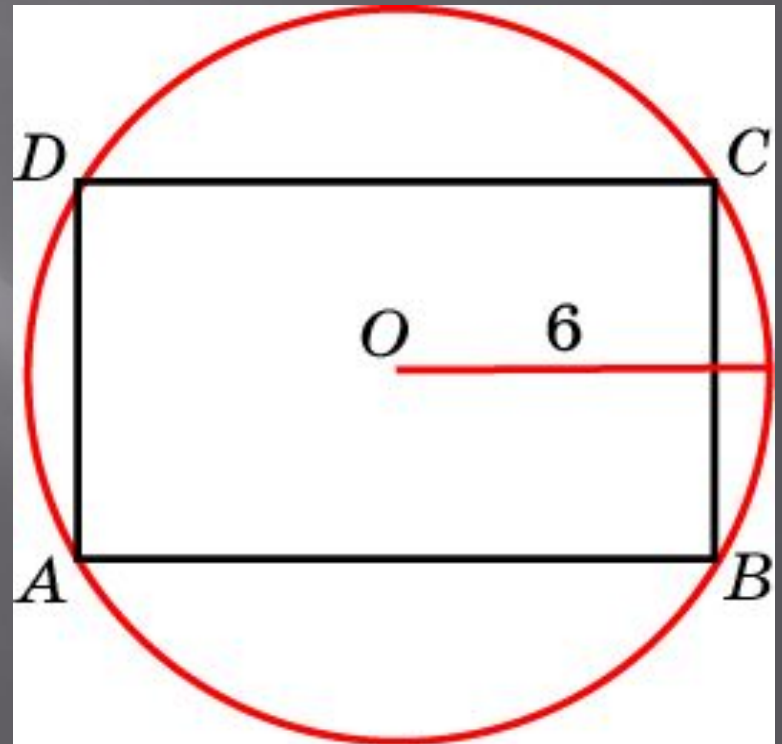
Сторона  $AB$   
треугольника  $ABC$   
равна  $\sqrt{3}$ , угол  $C$   
равен  $60^\circ$ . Найдите  
радиус окружности,  
описанной около этого  
треугольника



Ответ: 1

## Упражнение 7

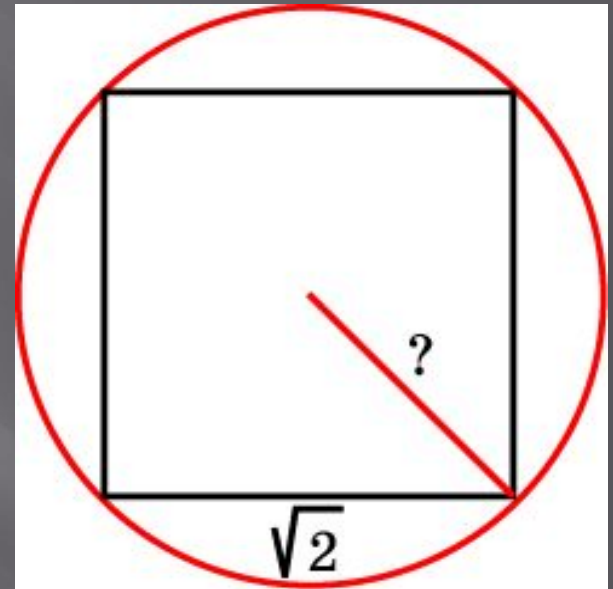
Найдите диагональ  
прямоугольника,  
вписанного в  
окружность  
радиуса 6



Ответ: 12

## Упражнение 8

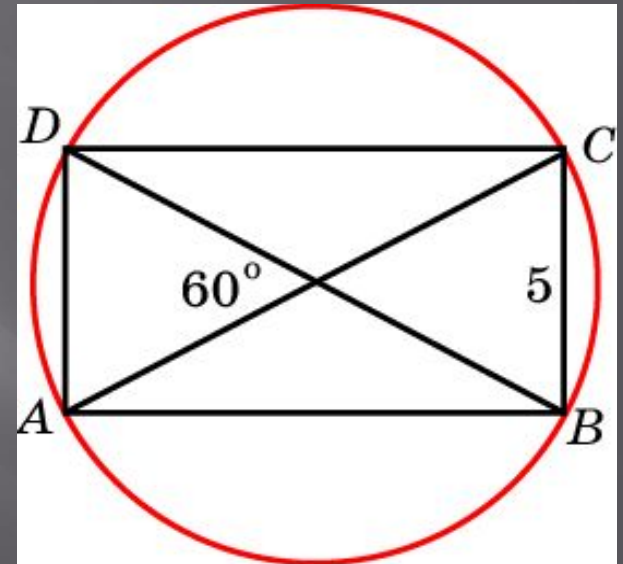
Найдите радиус  
окружности,  
описанной около  
квадрата со стороной,  
равной  $\sqrt{2}$



Ответ: 1

## Упражнение 9

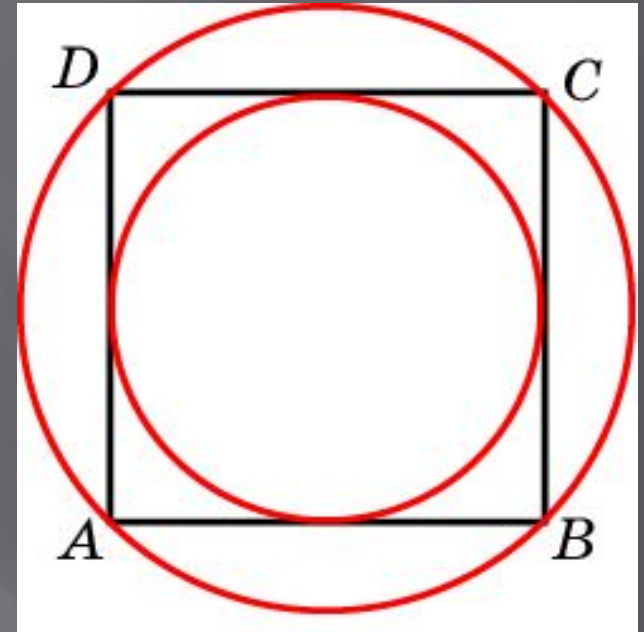
Меньшая сторона  
прямоугольника равна  
5 см. Угол между  
диагоналями равен  
 $60^\circ$ . Найдите радиус  
описанной  
окружности



Ответ: 5

## Упражнение 10

Около окружности радиуса, равного  $\sqrt{2}$ , описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанного около этого квадрата

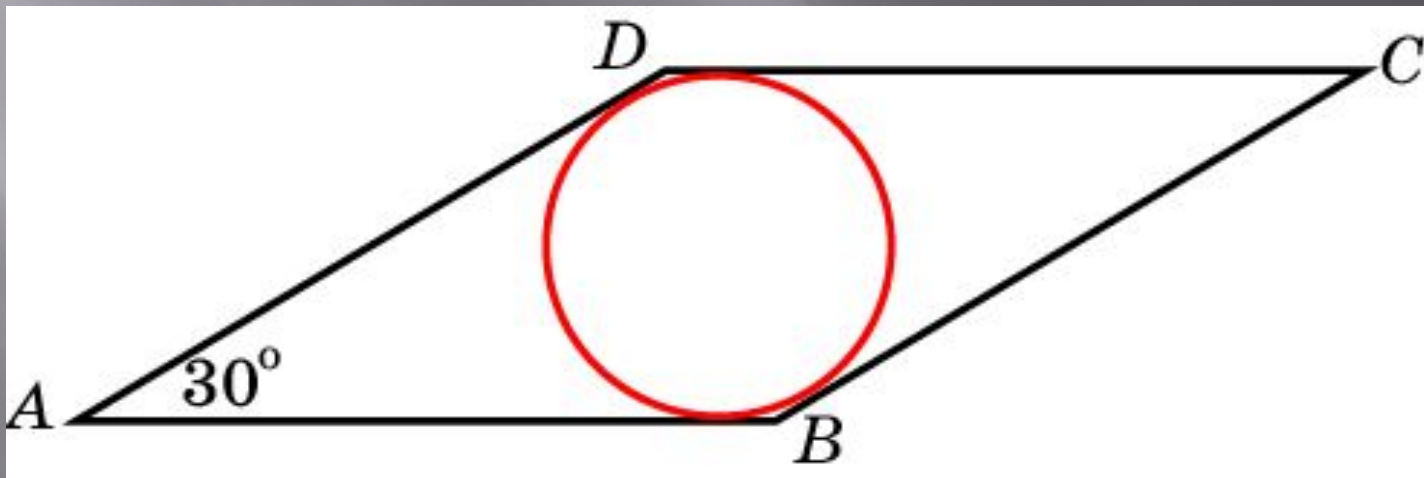


Ответ: 2



## Упражнение 11

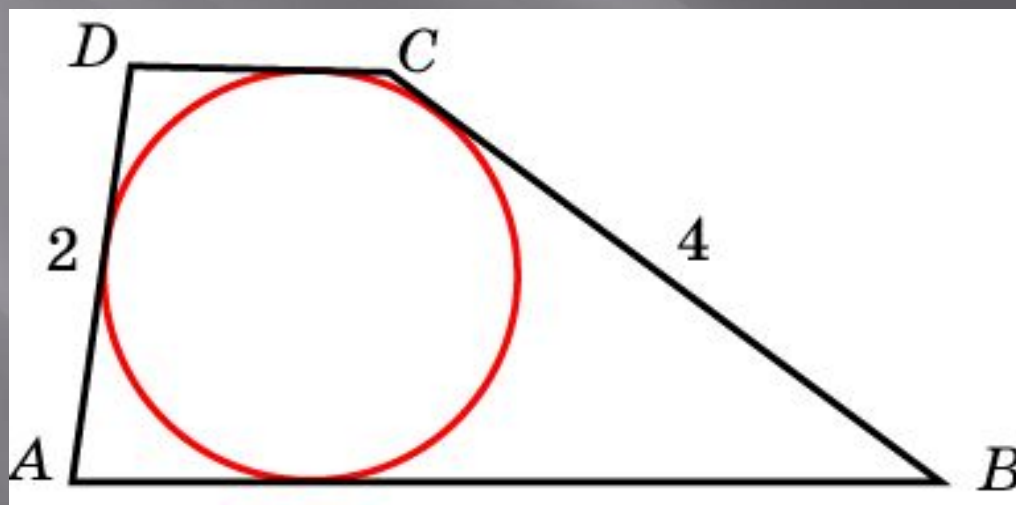
Сторона ромба равна 4, острый угол –  $30^\circ$ . Найдите радиус вписанной окружности



Ответ: 1

## Упражнение 12

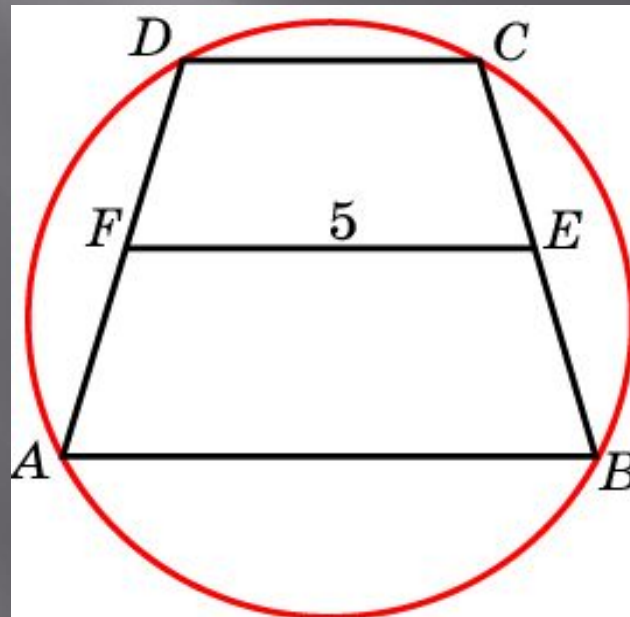
Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 2 и 4. Найдите среднюю линию трапеции



Ответ: 3

## Упражнение 13

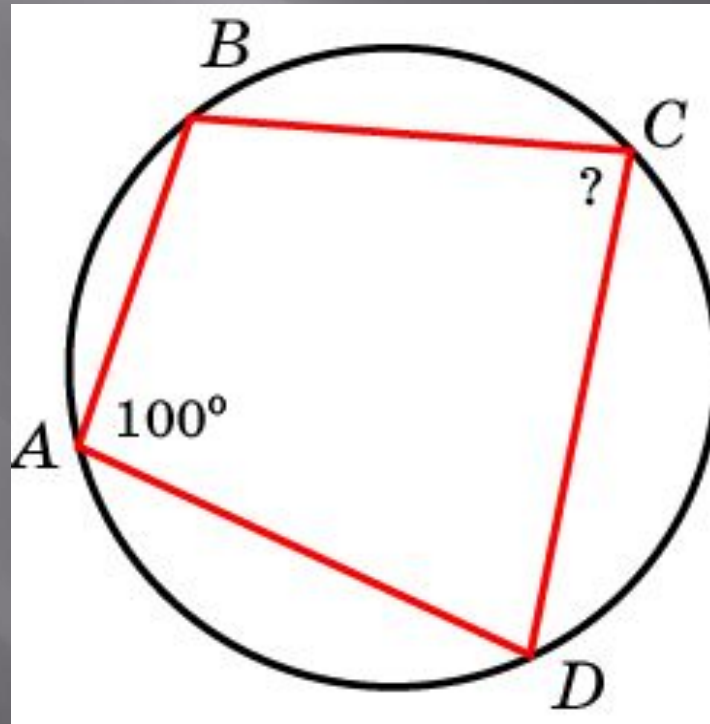
Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 20, средняя линия 5 см. Найдите боковую сторону трапеции



Ответ: 5

## Упражнение 14

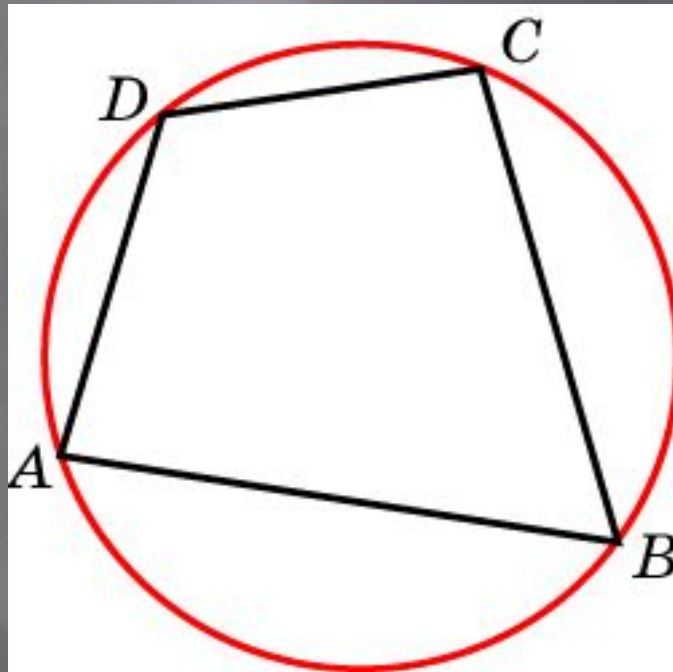
Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $100^\circ$ . Найдите угол  $C$



Ответ:  $80^\circ$

## Упражнение 15

Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны  $80^\circ$  и  $60^\circ$ .  
Найдите больший из оставшихся углов

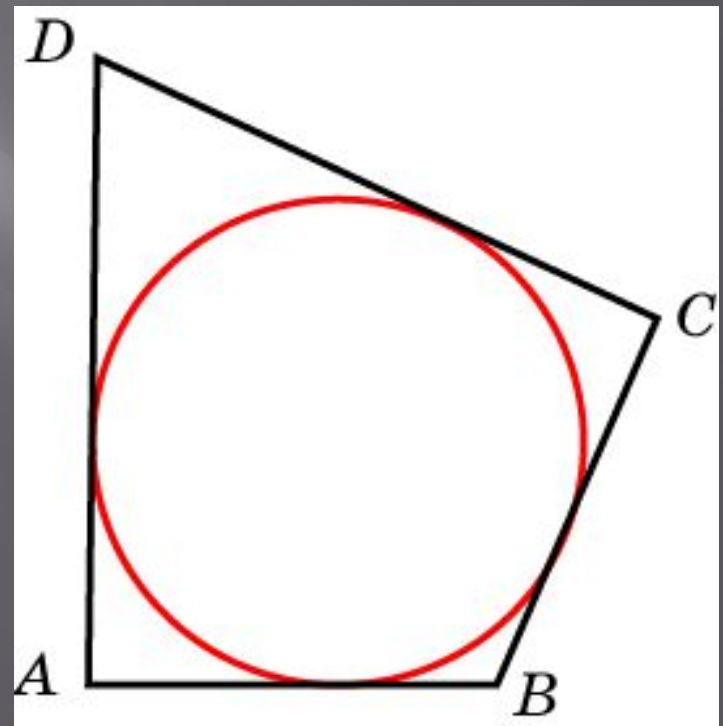


Ответ:  $120^\circ$

## Упражнение 16

В четырехугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 11$ ,  $CD = 17$ .

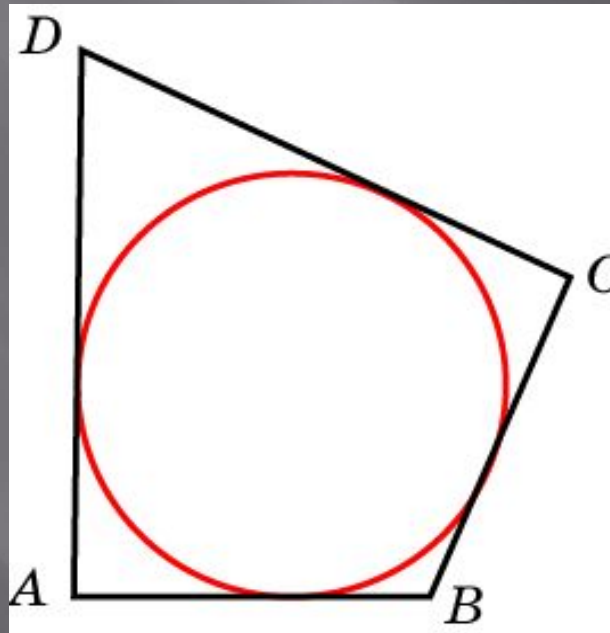
Найдите периметр  
четырехугольника



Ответ: 56

## Упражнение 17

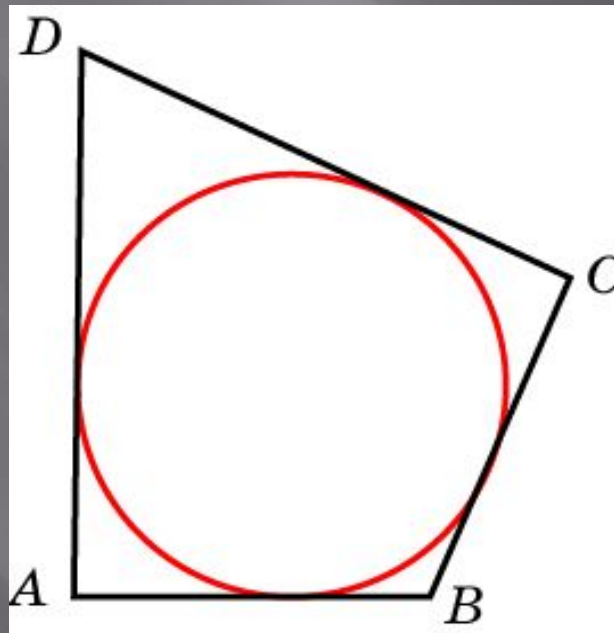
Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 20, две его стороны равны 4 и 5. Найдите большую из оставшихся сторон



Ответ: 6

## Упражнение 18

В четырехугольник  $ABCD$  вписана окружность,  $AB = 11$ ,  $BC = 10$  и  $CD = 15$ . Найдите четвертую сторону четырехугольника

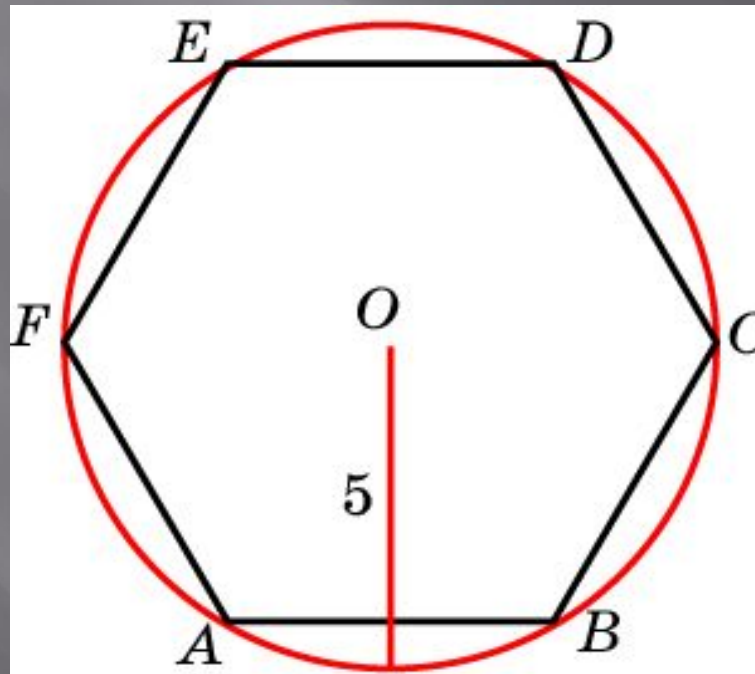


Ответ: 16



## Упражнение 19

Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность радиуса 5?

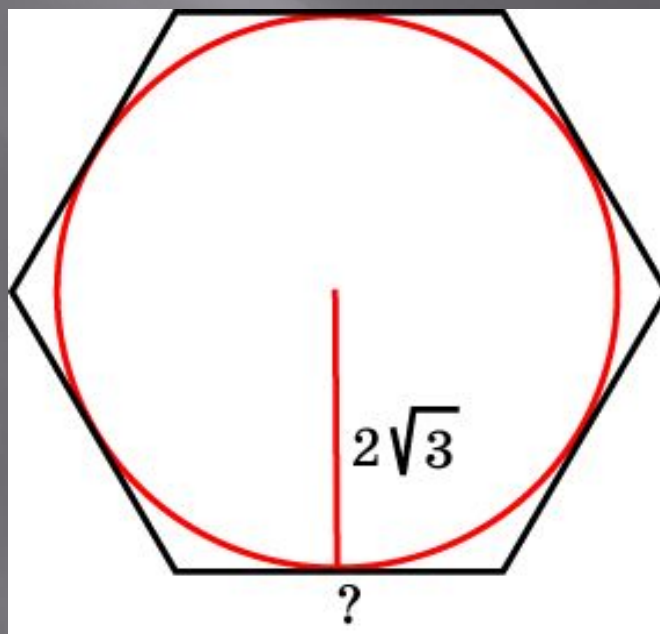


Ответ: 5

## Упражнение 20

Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен

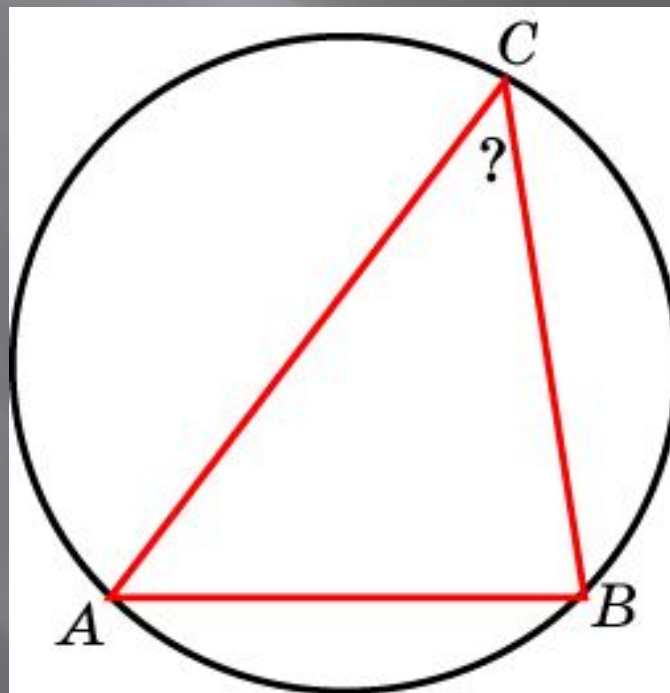
$$2\sqrt{3}$$



Ответ: 3

## Упражнение 21

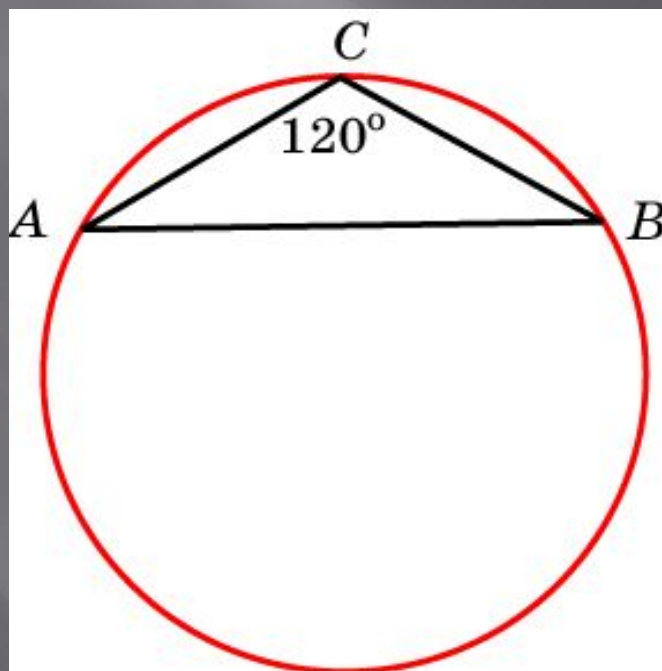
Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна  $\sqrt{2}$ , радиус описанной окружности равен 1. Найдите угол  $C$



Ответ:  $45^\circ$

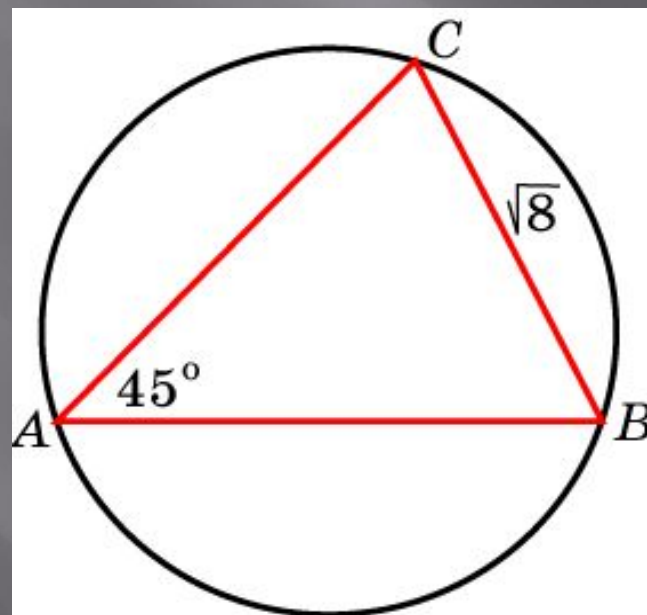
## Упражнение 22

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 2, угол при вершине равен  $120^\circ$ . Найдите диаметр описанной окружности



## Упражнение 23

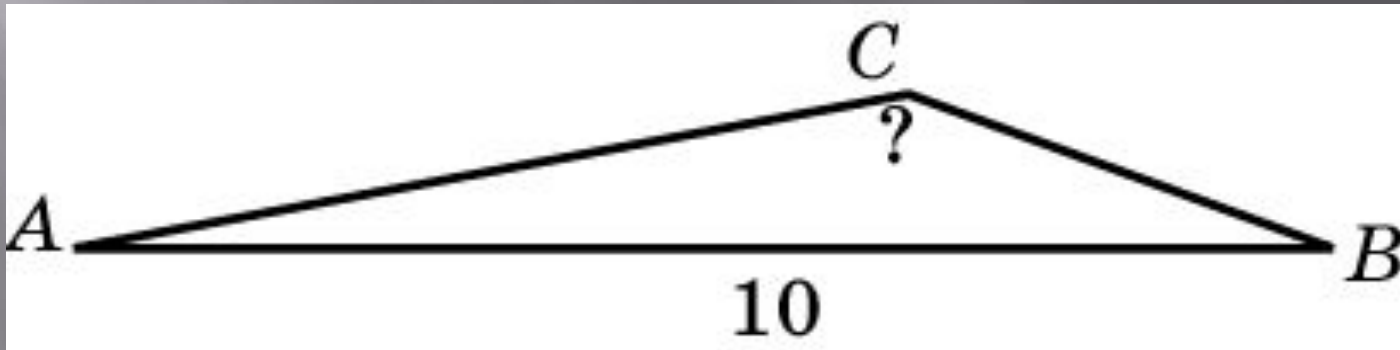
Сторона  $BC$  треугольника  $ABC$  равна  $\sqrt{8}$ , угол  $A$  равен  $45^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника



Ответ: 2

## Упражнение 24

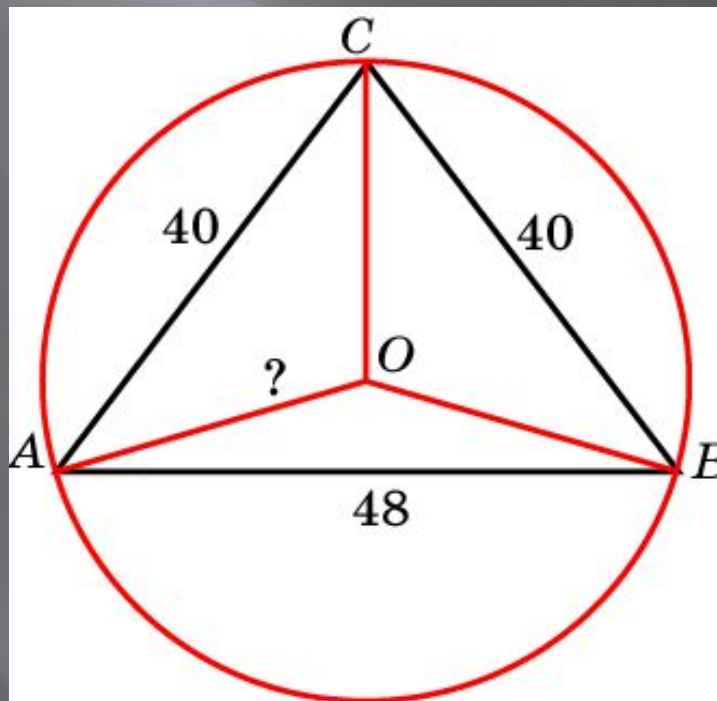
Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 10, радиус описанной окружности равен 10. Найдите угол  $C$



Ответ:  $150^\circ$

## Упражнение 25

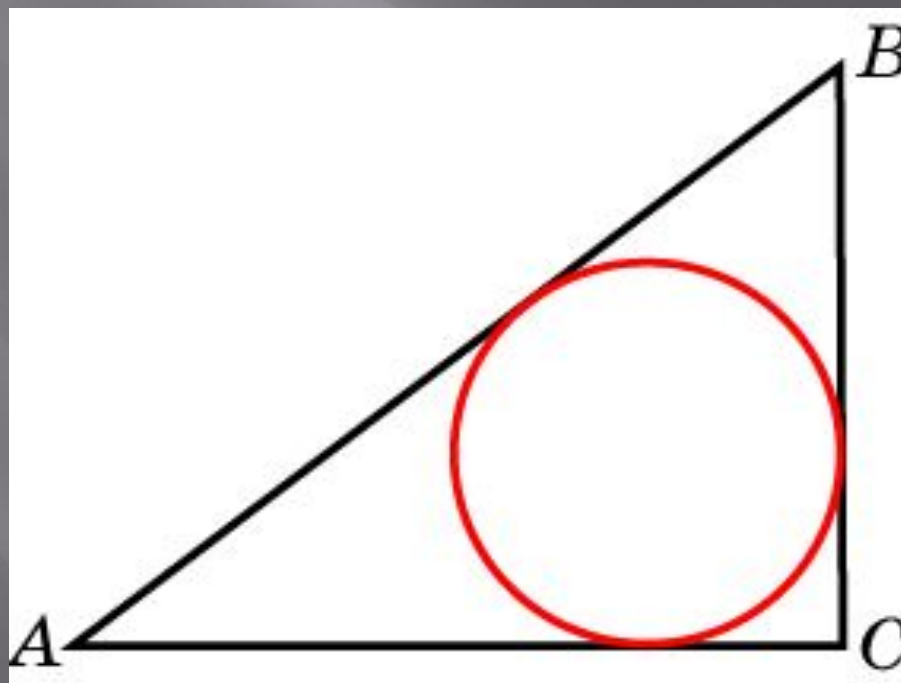
Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности



Ответ: 25

## Упражнение 26

В треугольнике  $ABC$   $AC = 8$ ,  $BC = 6$ ,  
угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус  
вписанной окружности

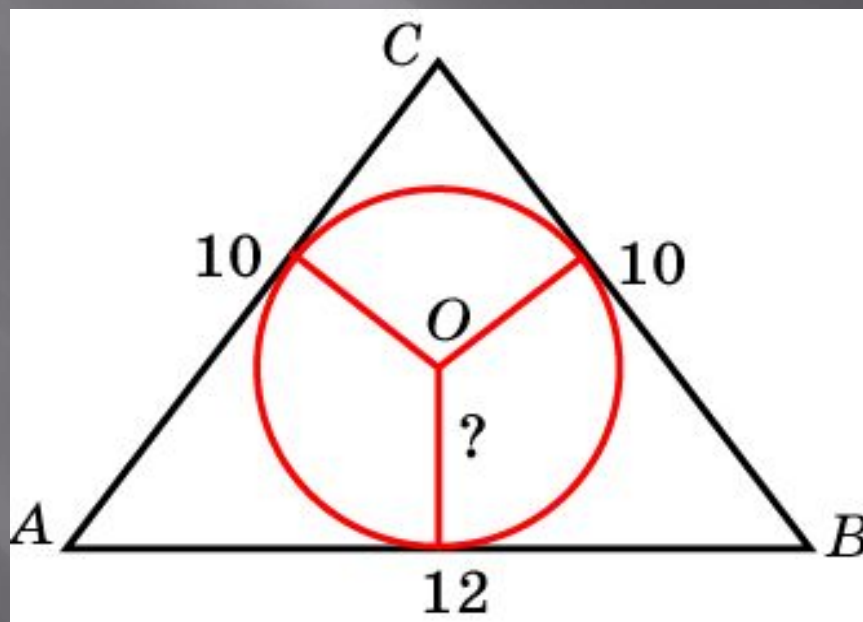


Ответ: 2



## Упражнение 27

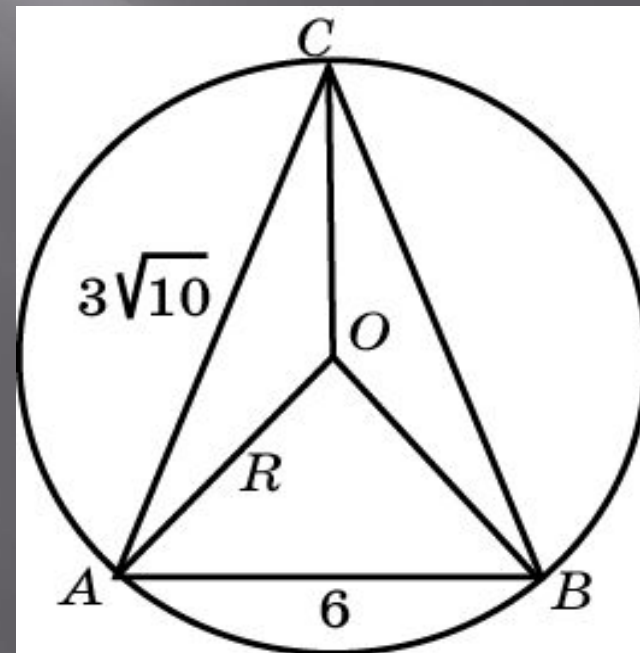
Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 10, основание равно 12. Найдите радиус вписанной окружности



Ответ: 3

## Упражнение 28

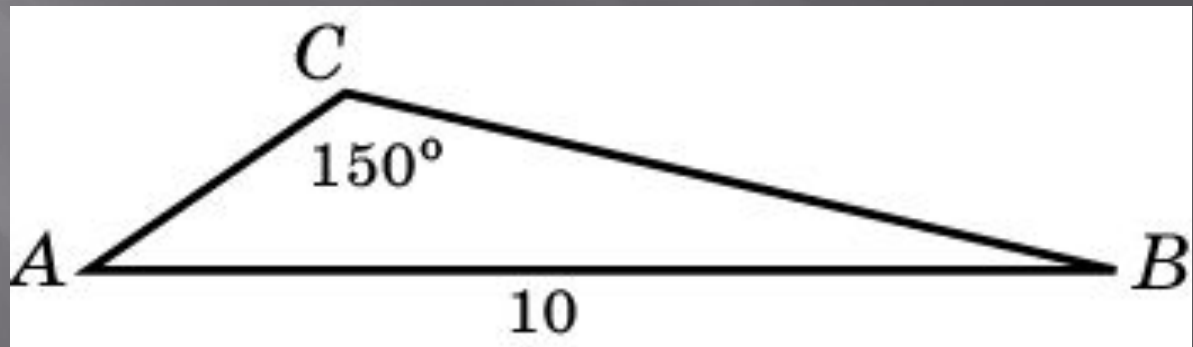
Боковые стороны равнобедренного треугольника равны  $3\sqrt{10}$ , основание равно 6. Найдите радиус описанной окружности



Ответ: 5

## Упражнение 29

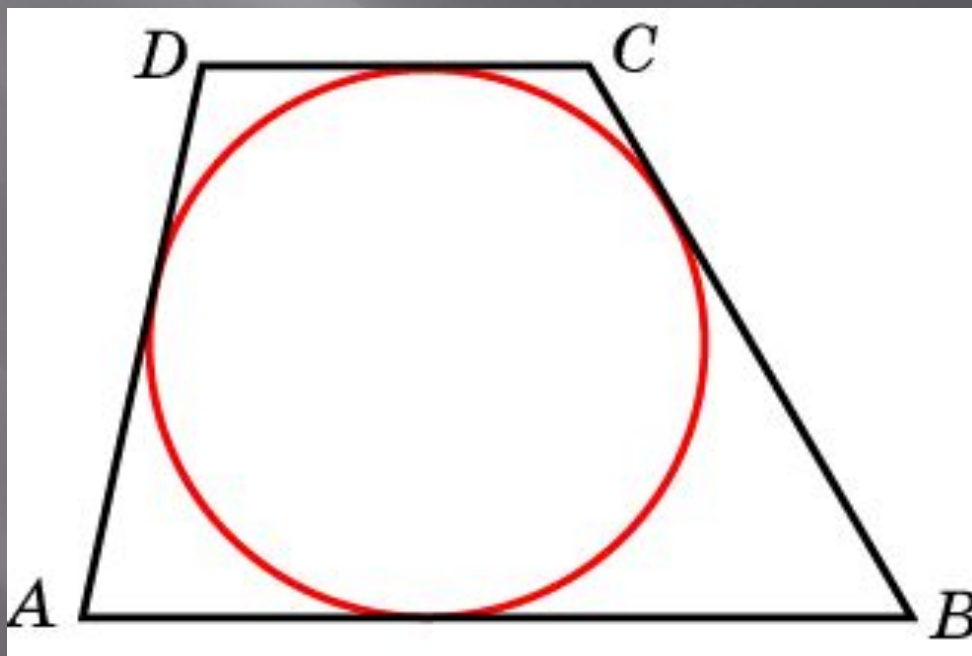
Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 10. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности, если противолежащий этой стороне угол  $C$  равен  $150^\circ$



Ответ: 10

## Упражнение 30

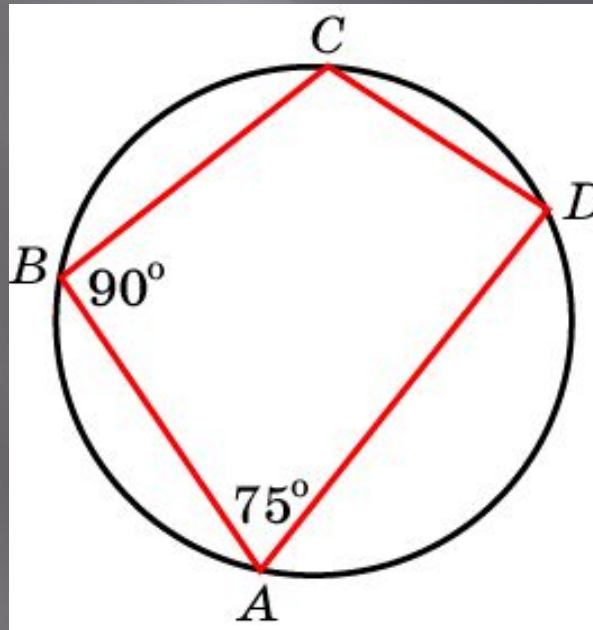
Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 36. Найдите ее среднюю линию



Ответ: 9

## Упражнение 31

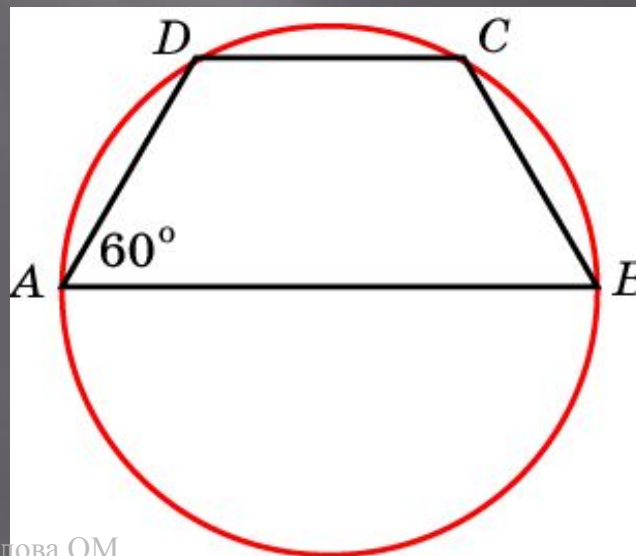
В четырехугольнике  $ABCD$ , вписанном в окружность, угол  $A$  равен  $75^\circ$ , угол  $B$  равен  $90^\circ$ .  
Найдите разность двух других углов  
УГЛОВ



Ответ:  $15^\circ$

## Упражнение 32

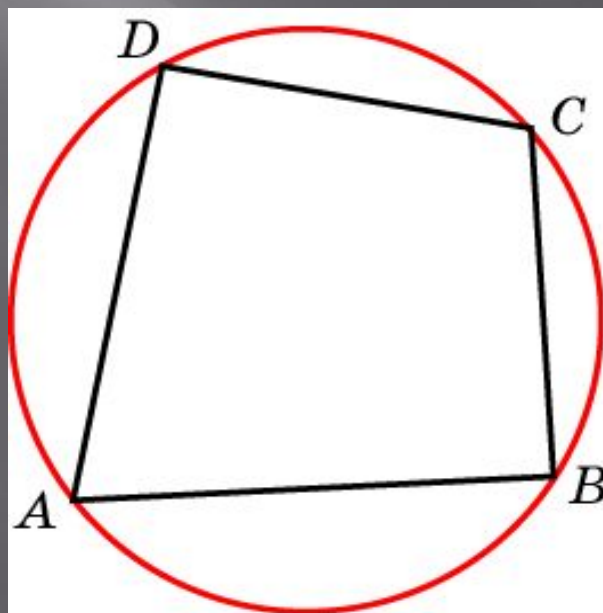
Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен  $60^\circ$ , большее основание равно 10. Найдите радиус описанной окружности



Ответ: 5

## Упражнение 33

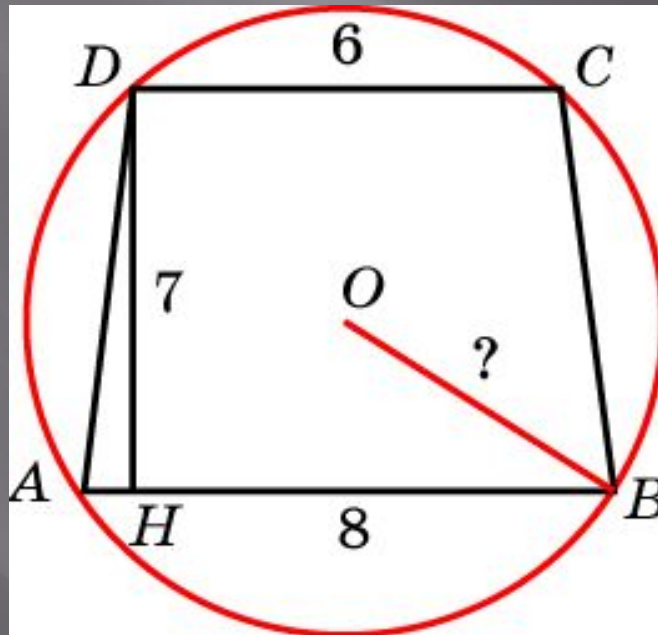
Углы  $A$ ,  $B$  и  $C$  четырехугольника  $ABCD$  относятся как  $2:3:4$ . Найдите угол  $D$ , если около данного четырехугольника можно описать окружность



Ответ:  $90^\circ$

## Упражнение 34

Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6, высота равна 7. Найдите радиус описанной окружности

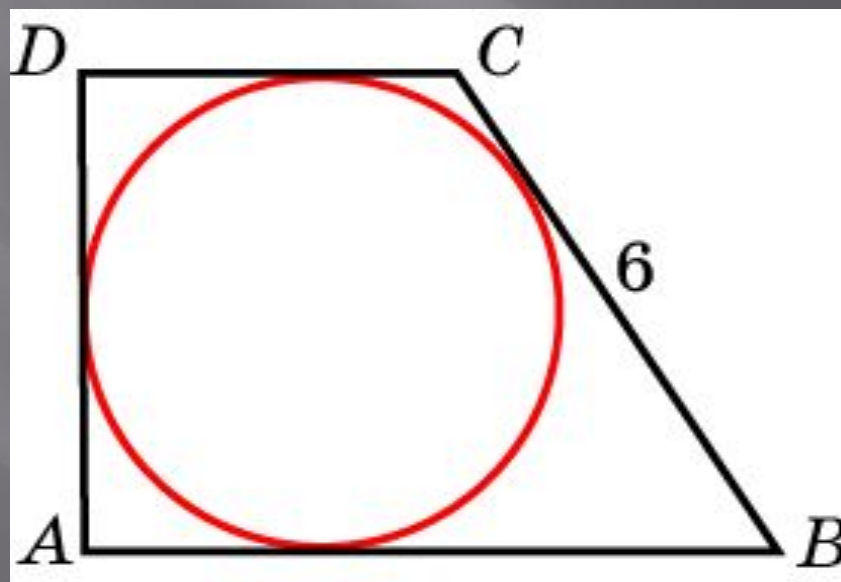


Ответ: 5



## Упражнение 35

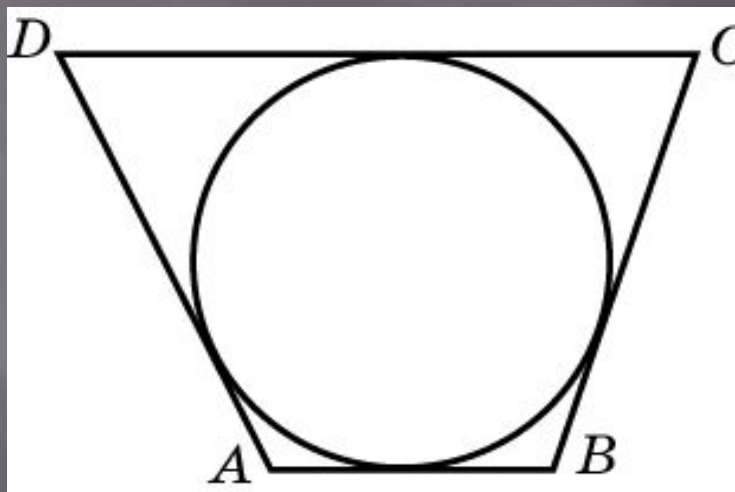
Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 20, ее большая боковая сторона равна 6. Найдите радиус окружности



Ответ: 2

## Упражнение 36

Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как 1:2:3. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 24



Ответ: 9

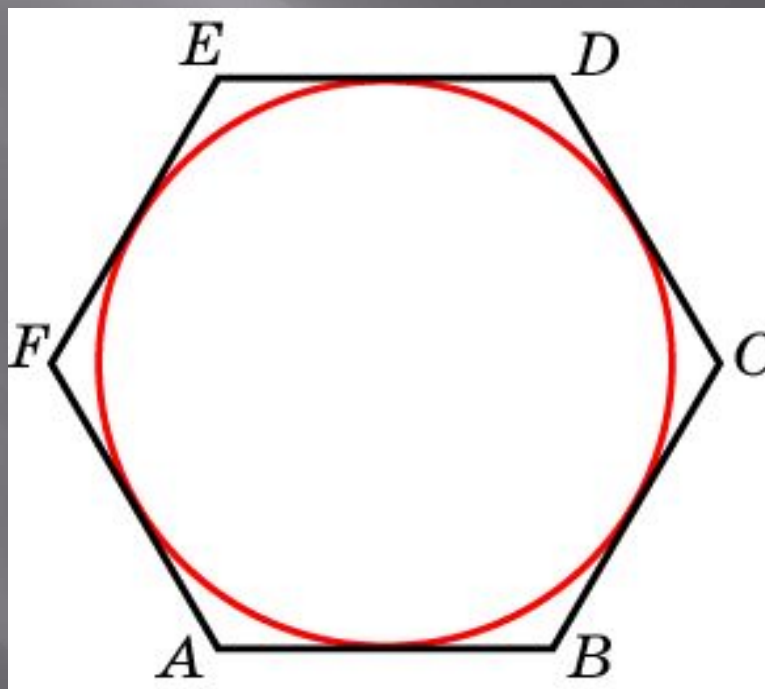
## Упражнение 37

Угол между стороной правильного  $n$ -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен  $72^\circ$ .  
Найдите  $n$

Ответ: 10

## Упражнение 38

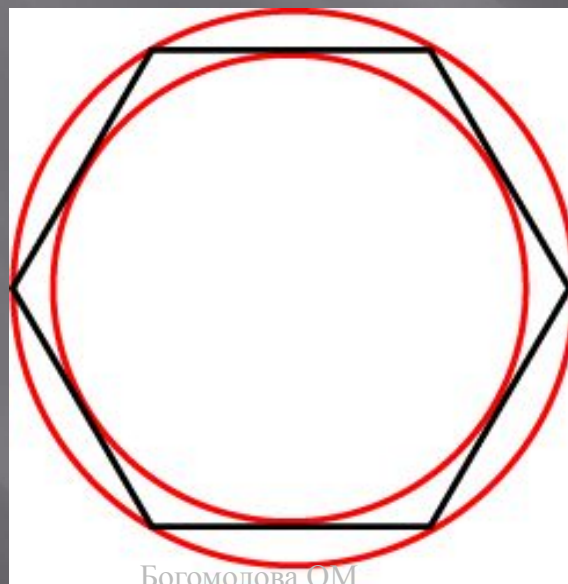
Найдите диаметр окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной  $\sqrt{3}$



Ответ: 3

## Упражнение 39

Около окружности радиуса, равного  $\sqrt{3}$ , описан правильный шестиугольник. Найдите радиус окружности, описанного около этого шестиугольника

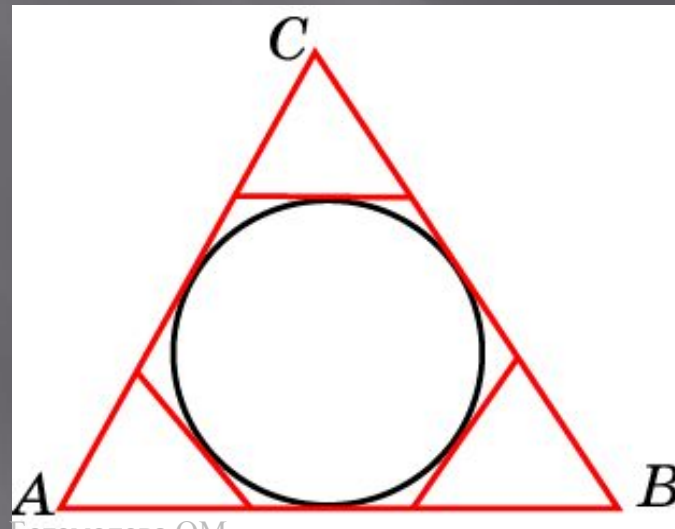


Богомолова ОМ

Ответ: 2

## Упражнение 40

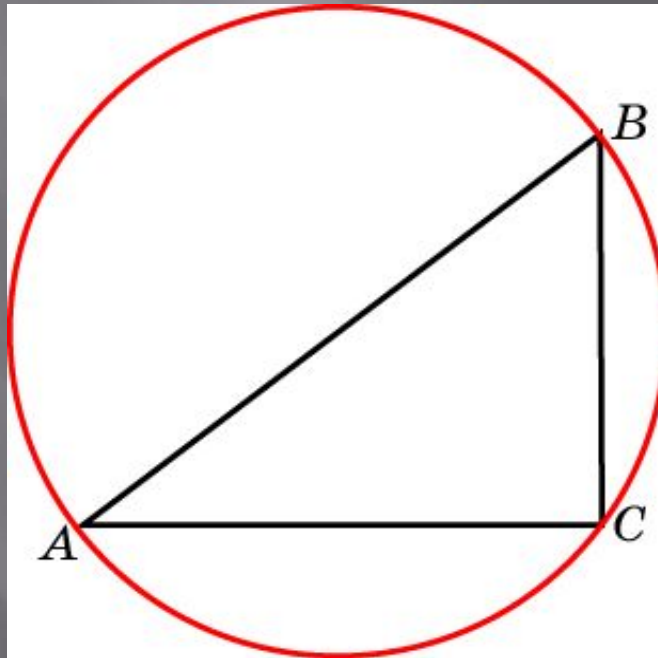
К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 3, 4, 5. Найдите периметр данного треугольника



Ответ: 12

## Упражнение 41

В треугольнике  $ABC$   $AC = 8$ ,  $BC = 6$ ,  
угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус  
описанной окружности

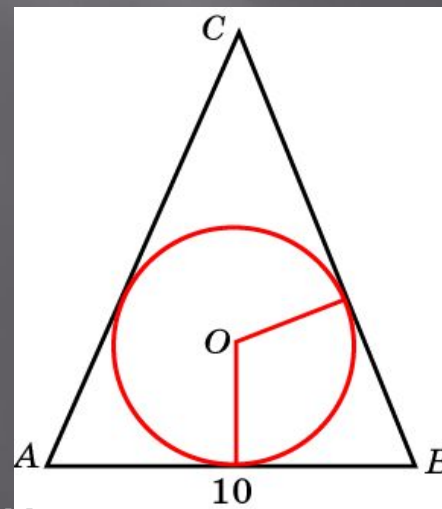


Ответ: 5

## Упражнение 42

В равнобедренном треугольнике боковые стороны делятся точками касания вписанной в треугольник окружности в отношении  $7:5$ , считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника, если его основание равно  $10$

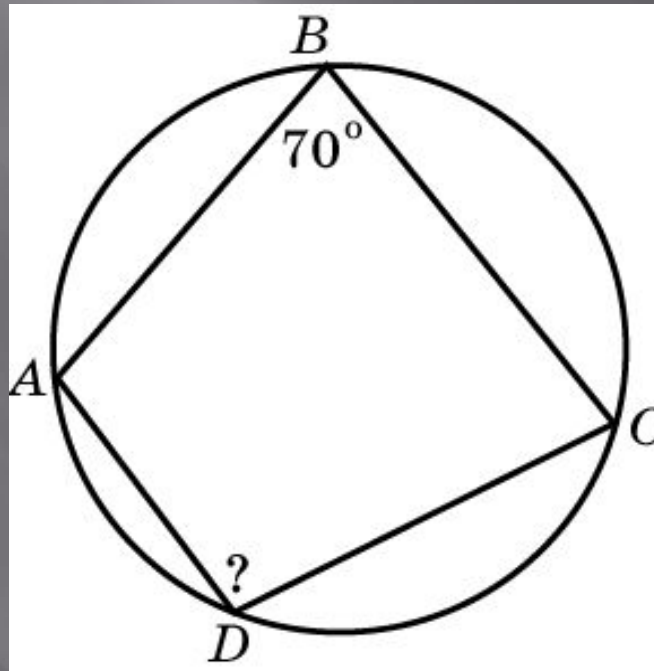
Ответ: 34





## Упражнение 43

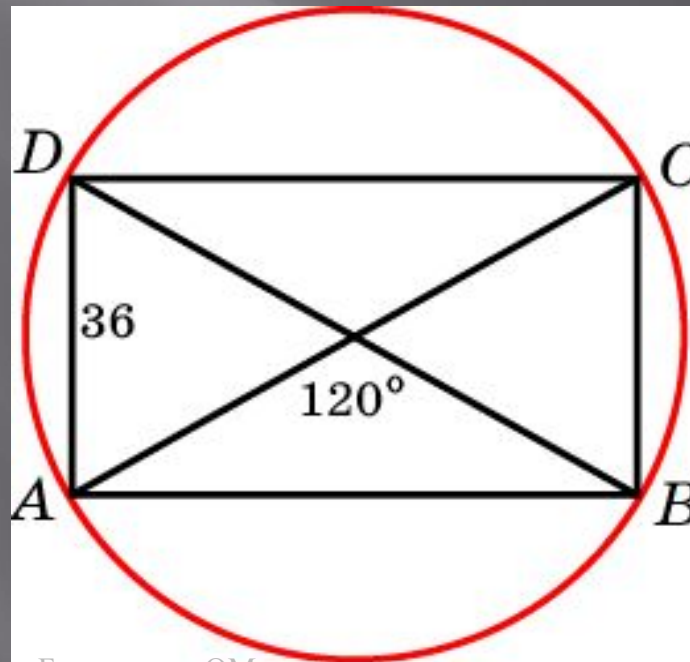
Угол  $B$  четырехугольника  $ABCD$ ,  
вписанного в окружность, равен  $70^\circ$ .  
Найдите угол  $D$



Ответ:  $110^\circ$

## Упражнение 44

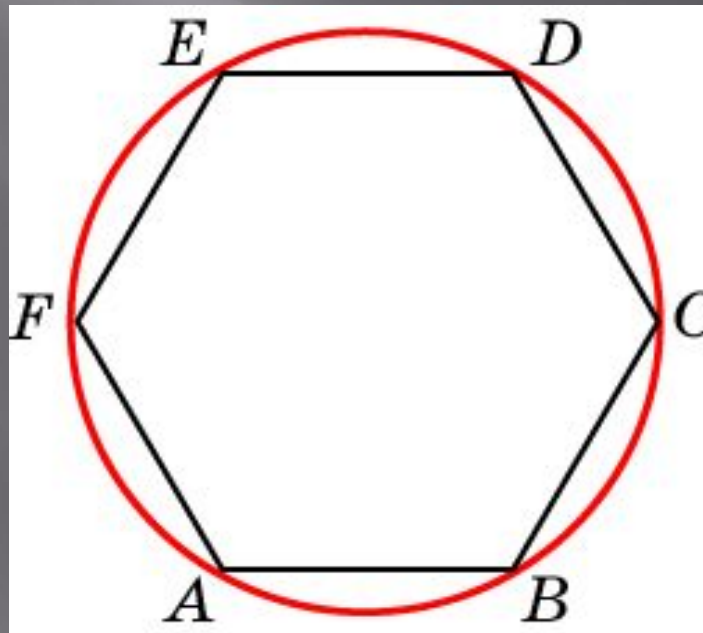
Меньшая сторона прямоугольника равна 36. Один из углов, образованных диагоналями  $120^\circ$ . Найдите диаметр описанной окружности



Ответ: 72

## Упражнение 45

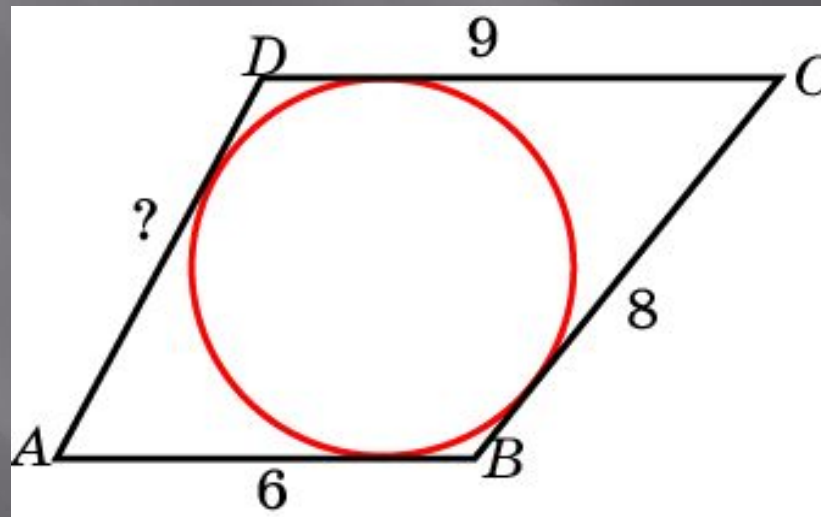
Периметр правильного шестиугольника равен 36. Найдите диаметр описанной окружности



Ответ: 12

## Упражнение 46

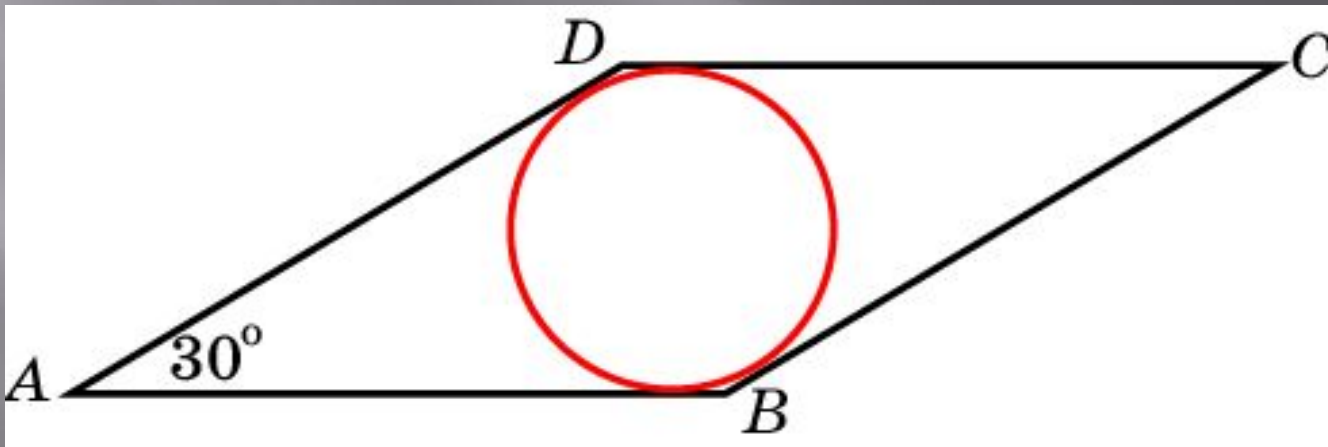
Три последовательные стороны четырехугольника, в который можно вписать окружность, равны 6 см, 8 см и 9 см. Найдите четвертую сторону



Ответ: 7

## Упражнение 47

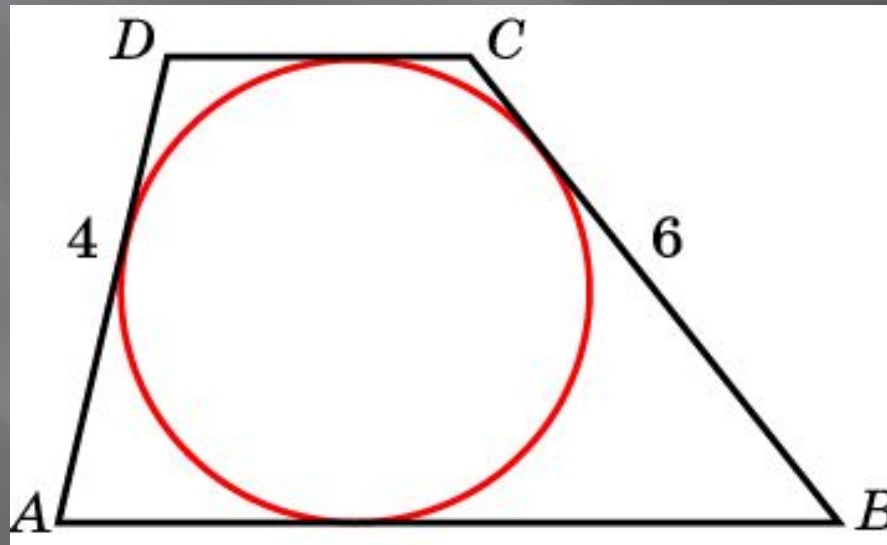
Сторона ромба равна 8 см, острый угол –  $30^\circ$ . Найдите радиус вписанной окружности



Ответ: 2

## Упражнение 48

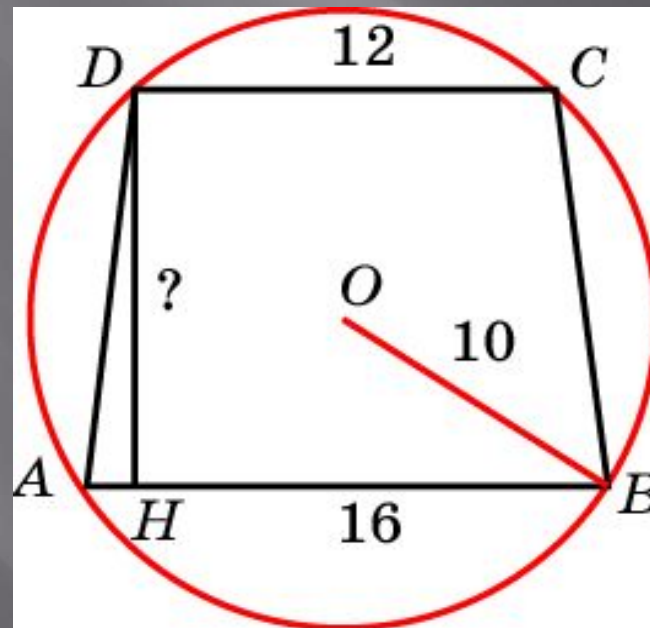
Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 4 и 6. Найдите среднюю линию трапеции



Ответ: 5

## Упражнение 49

Основания равнобедренной трапеции равны 16 и 12, радиус описанной окружности равен 10. Найдите высоту трапеции



Ответ: 14

## Упражнение 50

Угол между стороной правильного  $n$ -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен  $70$ . Найдите  $n$

Ответ: 9