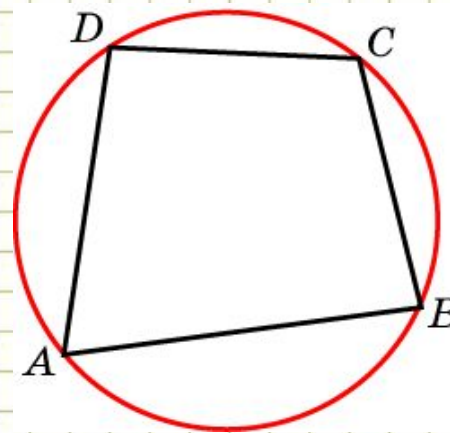
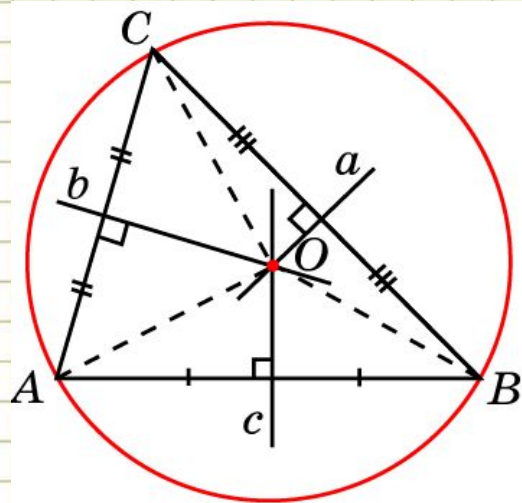


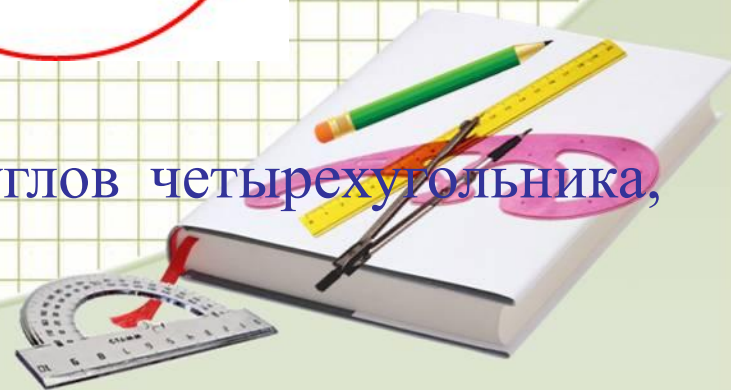
Вписанные многоугольники

Многоугольник называется вписанным в окружность, если все его вершины принадлежат окружности. Окружность при этом называется описанной около многоугольника.

Теорема 1. Около всякого треугольника можно описать окружность. Ее центр является точкой пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.



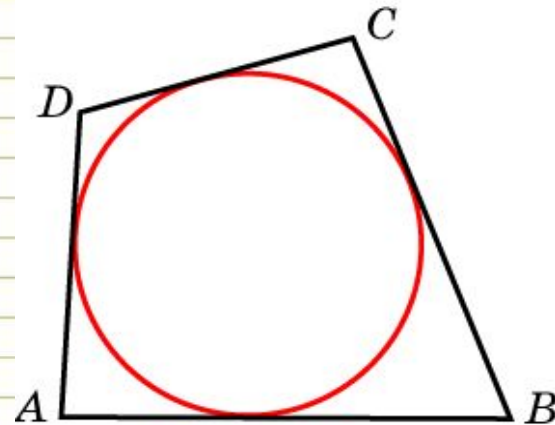
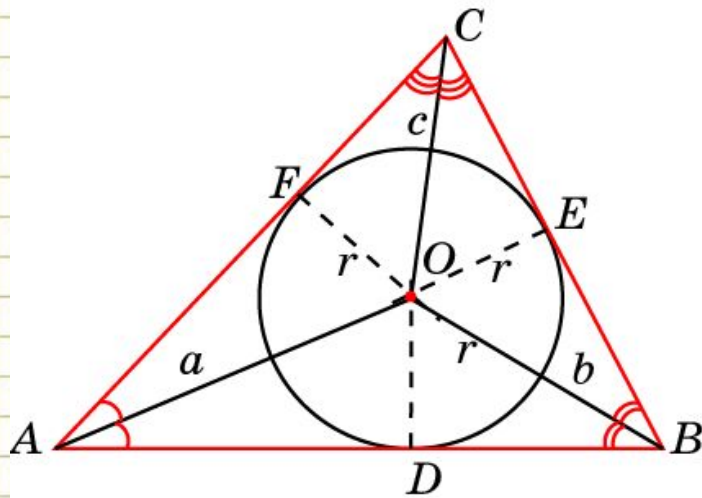
Теорема 2. Суммы противоположных углов четырехугольника, вписанного в окружность, равны 180° .



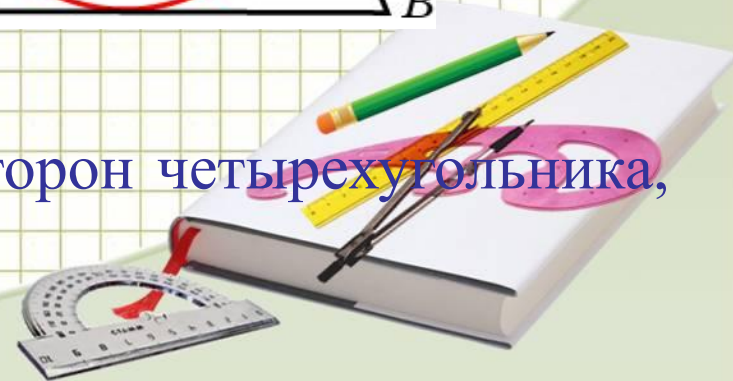
Описанные многоугольники

Многоугольник называется описанным около окружности, если все его стороны касаются этой окружности. Сама окружность при этом называется вписанной в многоугольник.

Теорема 3. В любой треугольник можно вписать окружность. Ее центром будет точка пересечения биссектрис этого треугольника.



Теорема 4. Суммы противоположных сторон четырехугольника, описанного около окружности, равны.



Вписанные и описанные треугольники

Теорема 5. Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной окружности.

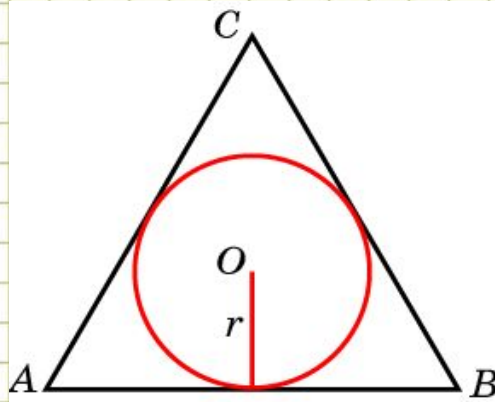
Теорема 6. Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника, выражается формулой $R = \frac{2S}{a+b+c}$, где a, b, c – стороны треугольника S – его площадь.

Теорема 7. Радиус r окружности, вписанной в треугольник, выражается формулой $r = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$ где a, b, c – стороны треугольника S – его площадь.



Упражнение 1

Сторона равностороннего треугольника равна $2\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

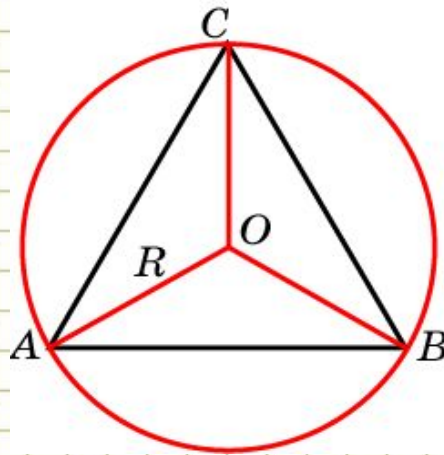


Ответ: 1.



Упражнение 2

Сторона равностороннего треугольника равна $2\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

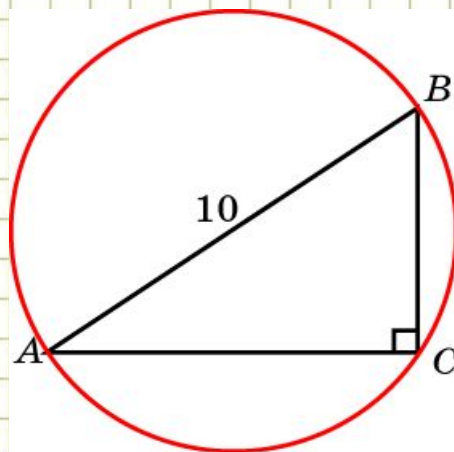


Ответ: 2.



Упражнение 3

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10 см. Найдите радиус описанной окружности.

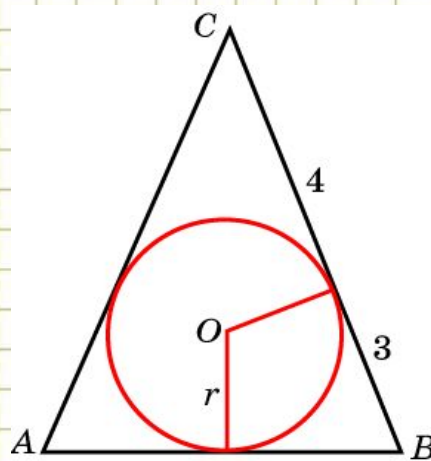


Ответ: 5.



Упражнение 4

Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 4 и 3, считая от вершины. Найдите периметр треугольника.

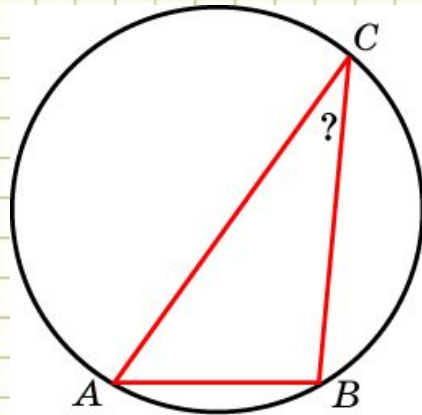


Ответ: 20.



Упражнение 5

Одна сторона треугольника равна радиусу описанной окружности. Найдите угол треугольника, противолежащий этой стороне.

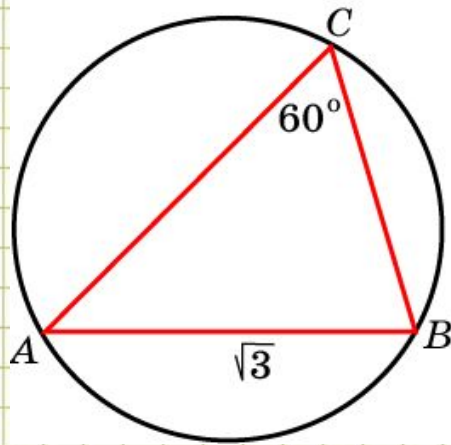


Ответ: 30° .



Упражнение 6

Сторона AB треугольника ABC равна $\sqrt{3}$, угол C равен 60° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

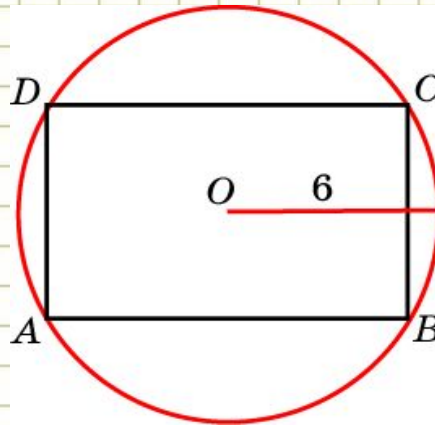


Ответ: 1.



Упражнение 7

Найдите диагональ прямоугольника, вписанного в окружность радиуса 6.

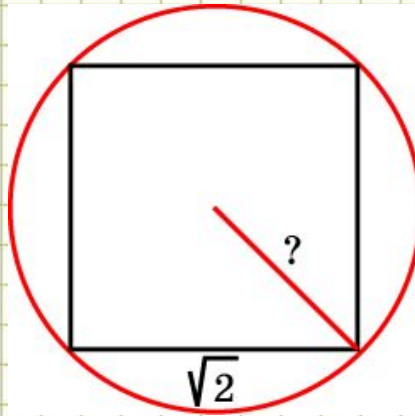


Ответ: 12.



Упражнение 8

Найдите радиус окружности, описанной около квадрата со стороной, равной $\sqrt{2}$.

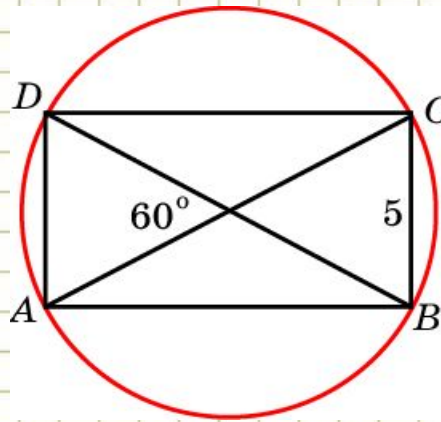


Ответ: 1.



Упражнение 9

Меньшая сторона прямоугольника равна 5 см. Угол между диагоналями равен 60° . Найдите радиус описанной окружности.

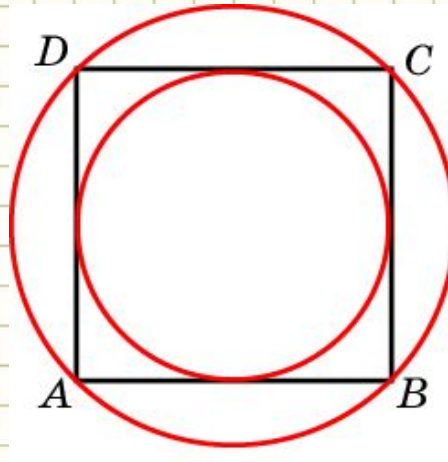


Ответ: 5.



Упражнение 10

Около окружности радиуса, равного $\sqrt{5}$, описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанного около этого квадрата.

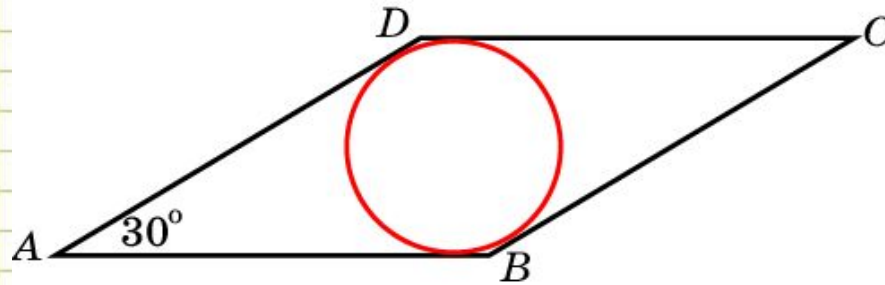


Ответ: 2.



Упражнение 11

Сторона ромба равна 4, острый угол – 30° .
Найдите радиус вписанной окружности.

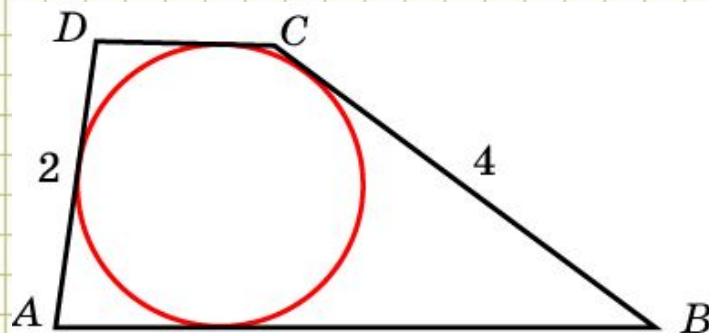


Ответ: 1.



Упражнение 12

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 2 и 4. Найдите среднюю линию трапеции.

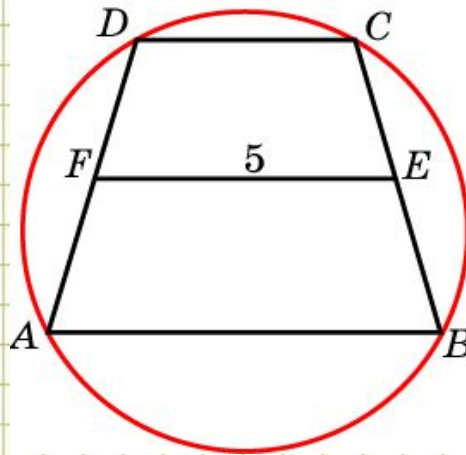


Ответ: 3.



Упражнение 13

Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 20, средняя линия 5 см. Найдите боковую сторону трапеции.

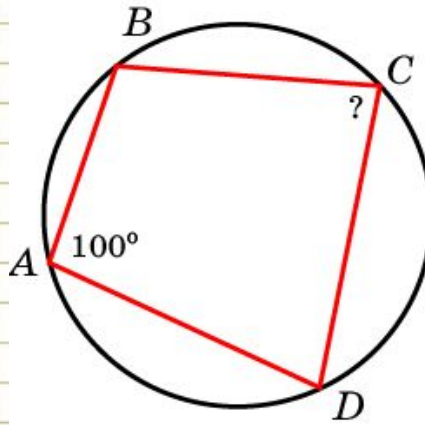


Ответ: 5.



Упражнение 14

Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 100° . Найдите угол C .

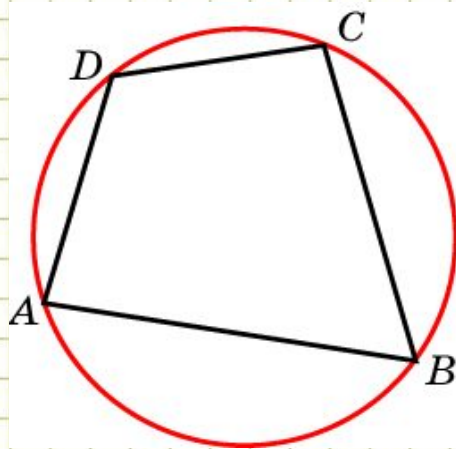


Ответ: 80° .



Упражнение 15

Два угла вписанного в окружность четырехугольника равны 80° и 60° . Найдите больший из оставшихся углов.

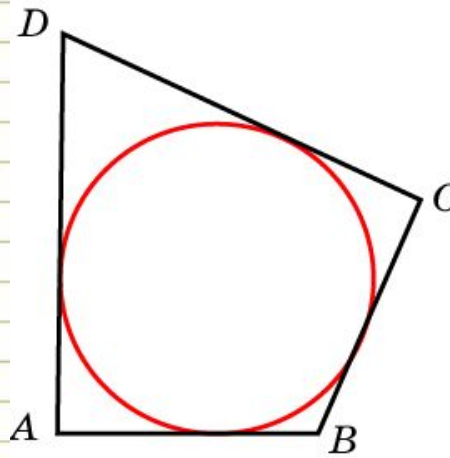


Ответ: 120° .



Упражнение 16

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 11$, $CD = 17$. Найдите периметр четырехугольника.

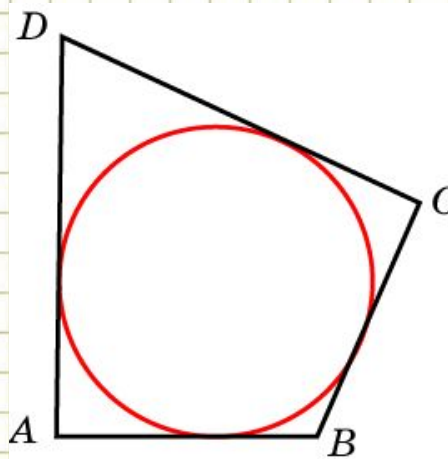


Ответ: 56.



Упражнение 17

Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 20, две его стороны равны 4 и 5. Найдите большую из оставшихся сторон.

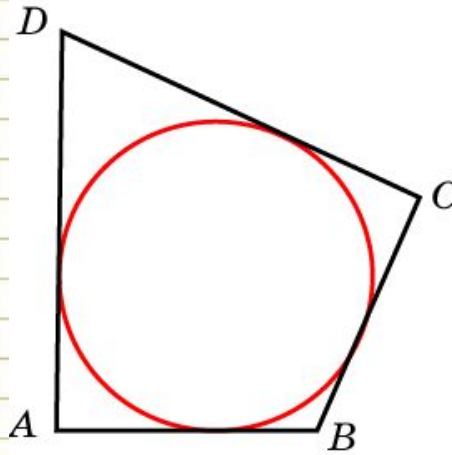


Ответ: 6.



Упражнение 18

В четырехугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 11$, $BC = 10$ и $CD = 15$. Найдите четвертую сторону четырехугольника.

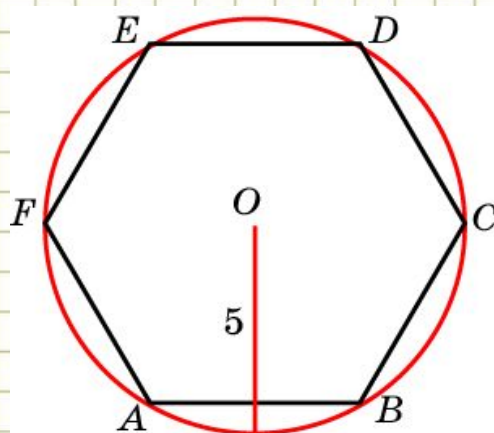


Ответ: 16.



Упражнение 19

Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность радиуса 5?

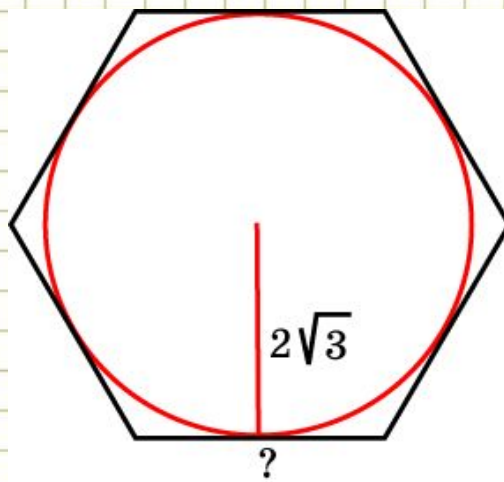


Ответ: 5.



Упражнение 20

Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $2\sqrt{3}$.

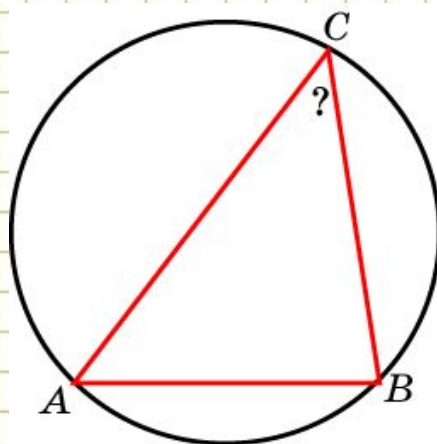


Ответ: 3.



Упражнение 21

Сторона AB треугольника ABC равна $\sqrt{2}$, радиус описанной окружности равен 1. Найдите угол C .

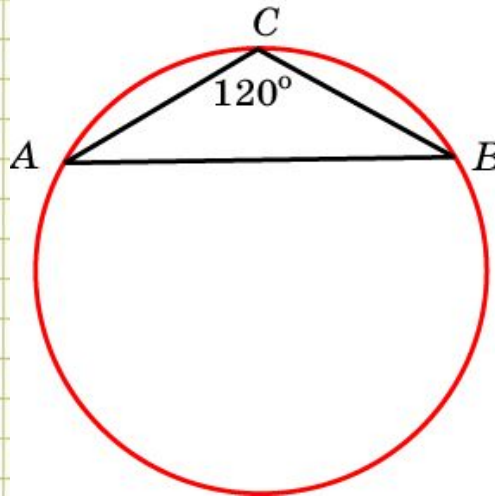


Ответ: 45° .



Упражнение 22

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 2, угол при вершине равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности.

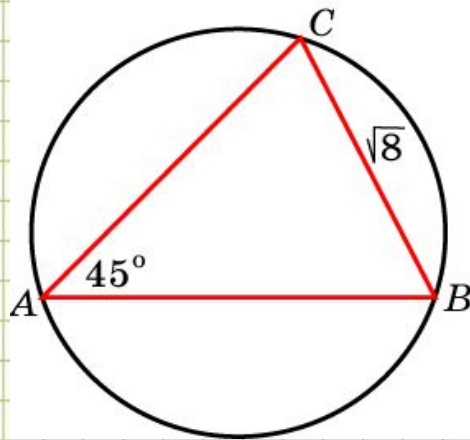


Ответ: 4.



Упражнение 23

Сторона BC треугольника ABC равна $\sqrt{8}$, угол A равен 45° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

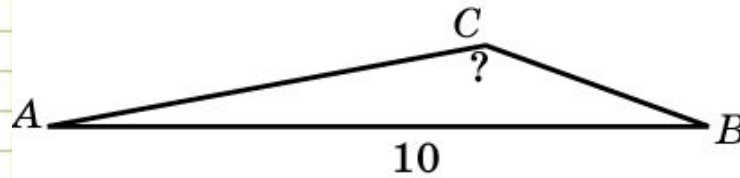


Ответ: 2.



Упражнение 24

Сторона AB треугольника ABC равна 10, радиус описанной окружности равен 10. Найдите угол C .

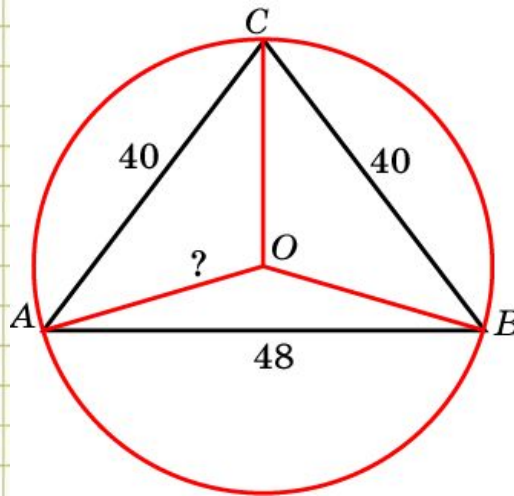


Ответ: 150° .



Упражнение 25

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности.

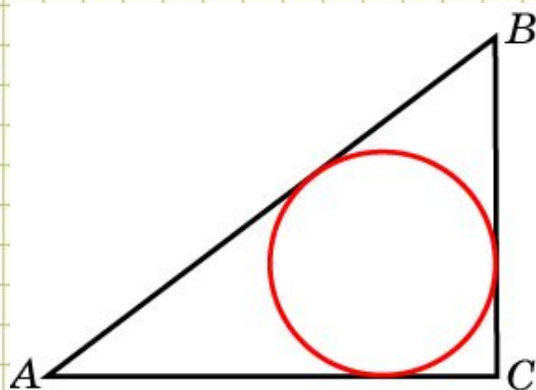


Ответ: 25.



Упражнение 26

В треугольнике ABC $AC = 8$, $BC = 6$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.

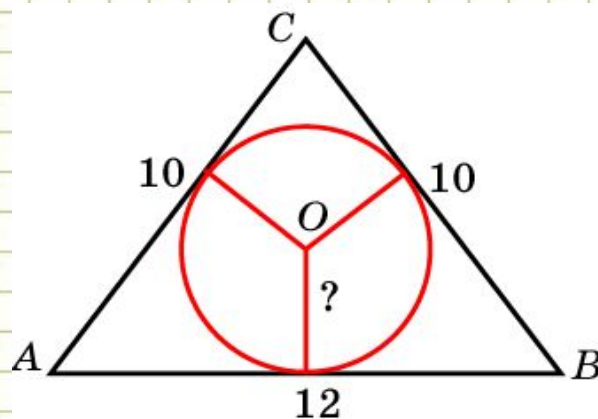


Ответ: 2.



Упражнение 27

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 10, основание равно 12. Найдите радиус вписанной окружности.

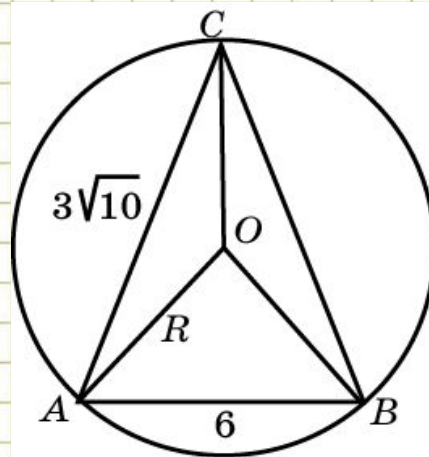


Ответ: 3.



Упражнение 28

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны $3\sqrt{10}$ основание равно 6. Найдите радиус описанной окружности.

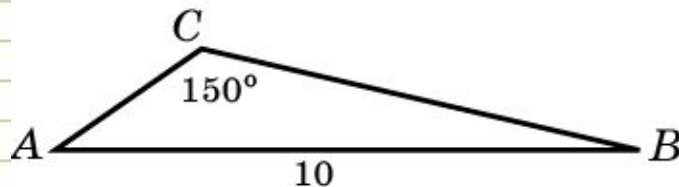


Ответ: 5.



Упражнение 29

Сторона AB треугольника ABC равна 10. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности, если противолежащий этой стороне угол C равен 150° .

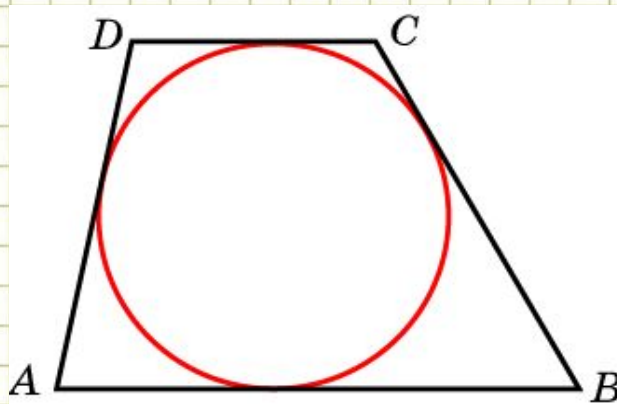


Ответ: 10.



Упражнение 30

Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 36. Найдите ее среднюю линию.

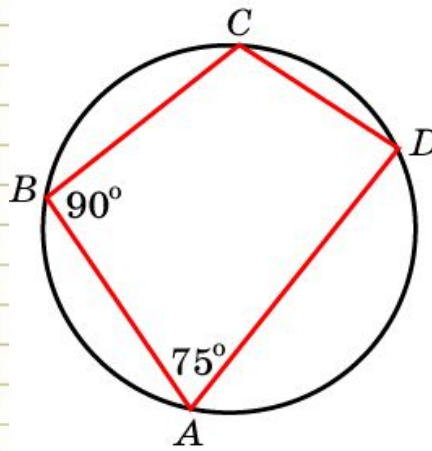


Ответ: 9.



Упражнение 31

В четырехугольнике $ABCD$, вписанном в окружность, угол A равен 75° , угол B равен 90° .
Найдите разность двух других углов.

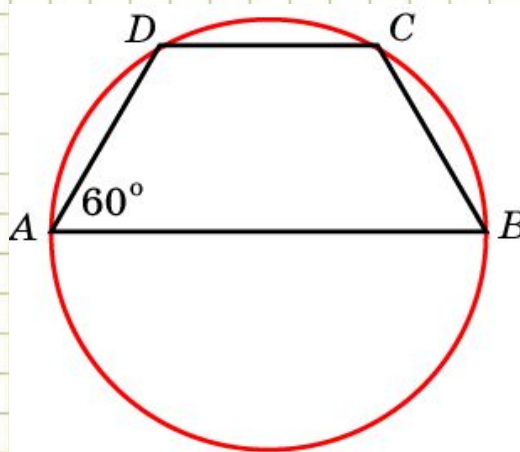


Ответ: 15° .



Упражнение 32

Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 10. Найдите радиус описанной окружности.

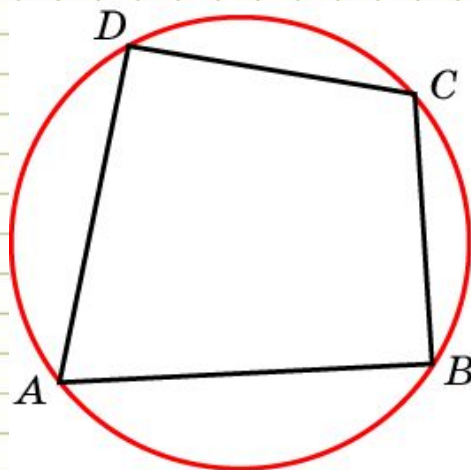


Ответ: 5.



Упражнение 33

Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $2:3:4$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность.

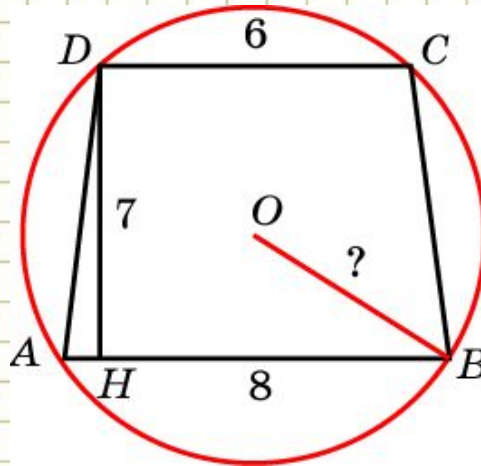


Ответ: 90° .



Упражнение 34

Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6, высота равна 7. Найдите радиус описанной окружности.

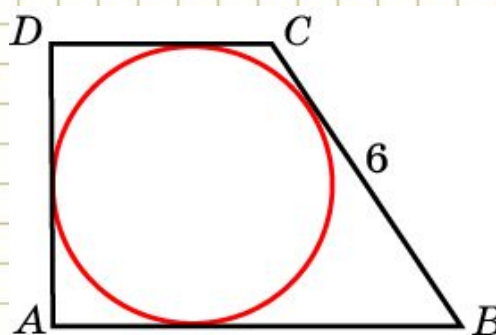


Ответ: 5.



Упражнение 35

Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 20, ее большая боковая сторона равна 6. Найдите радиус окружности.

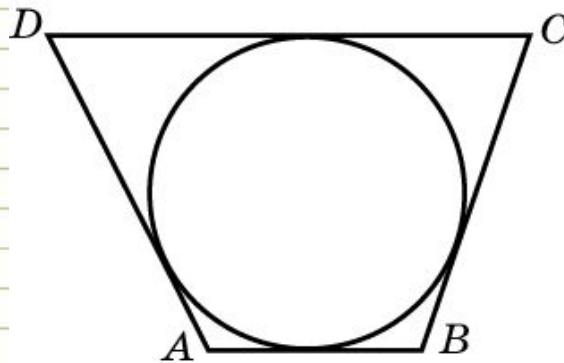


Ответ: 2.



Упражнение 36

Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как 1:2:3. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 24.



Ответ: 9.



Упражнение 37

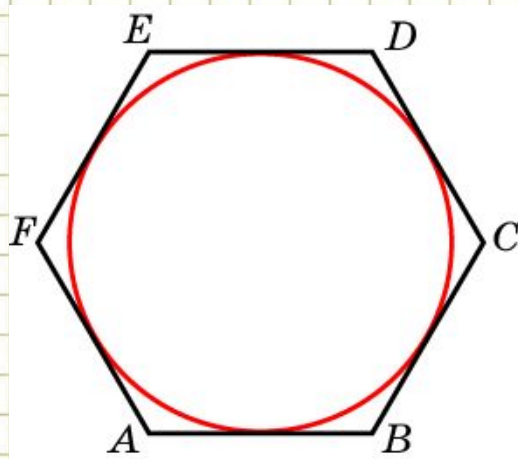
Угол между стороной правильного n -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 72 . Найдите n .

Ответ: 10.



Упражнение 38

Найдите диаметр окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $\sqrt{3}$.

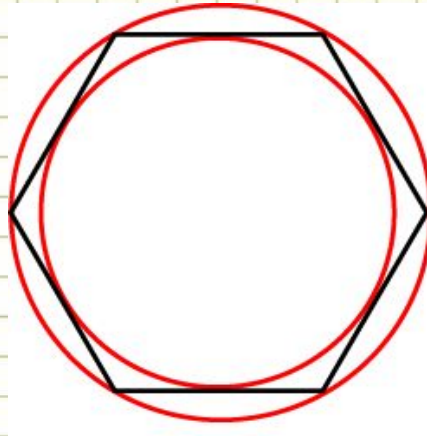


Ответ: 3.



Упражнение 39

Около окружности радиуса, равного $\sqrt{3}$, описан правильный шестиугольник. Найдите радиус окружности, описанного около этого шестиугольника.

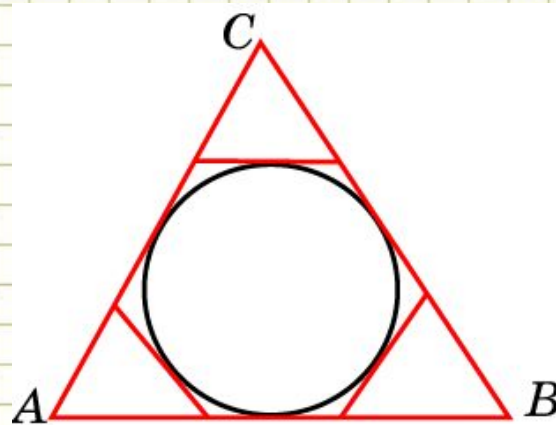


Ответ: 2.



Упражнение 40

К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 3, 4, 5. Найдите периметр данного треугольника.

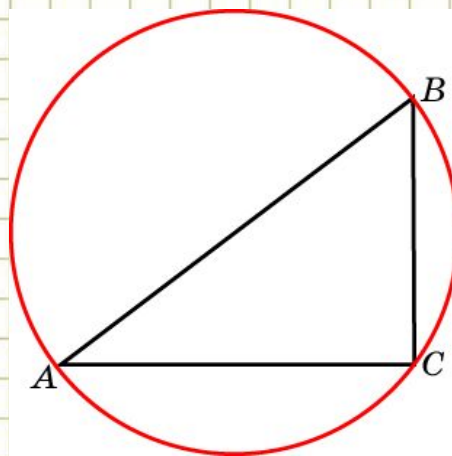


Ответ: 12.



Упражнение 41

В треугольнике ABC $AC = 8$, $BC = 6$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности.



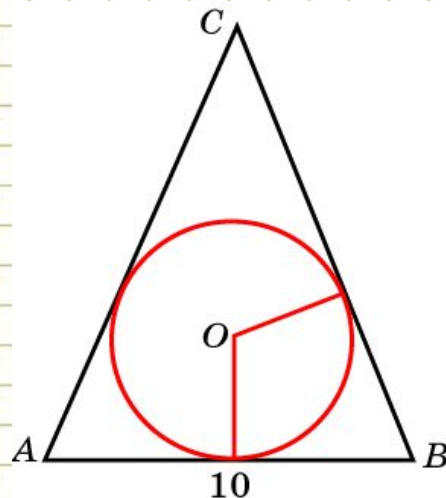
Ответ: 5.



Упражнение 42

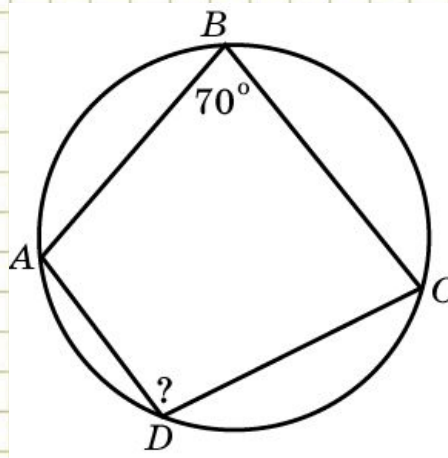
В равнобедренном треугольнике боковые стороны делятся точками касания вписанной в треугольник окружности в отношении $7:5$, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника, если его основание равно 10 .

Ответ: 34 .



Упражнение 43

Угол B четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 70° . Найдите угол D .

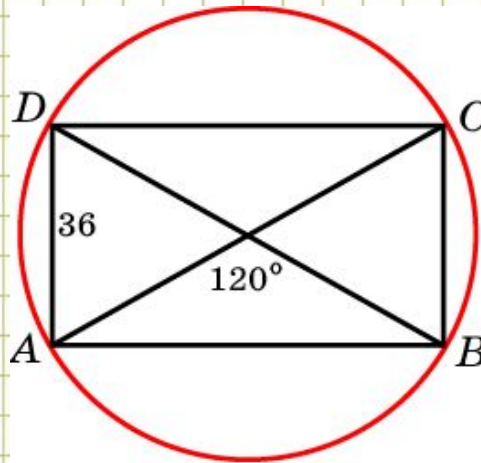


Ответ: 110° .



Упражнение 44

Меньшая сторона прямоугольника равна 36.
Один из углов, образованных диагоналями 120° .
Найдите диаметр описанной окружности.

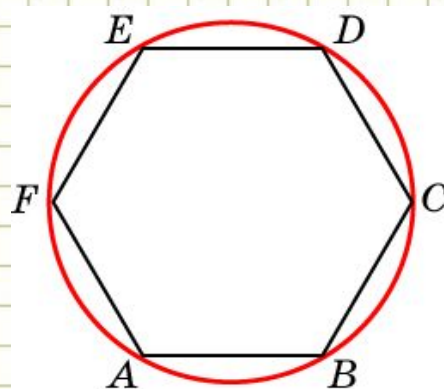


Ответ: 72.



Упражнение 45

Периметр правильного шестиугольника равен 36.
Найдите диаметр описанной окружности.

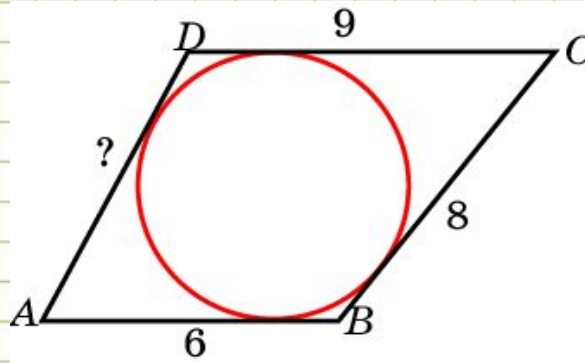


Ответ: 12.



Упражнение 46

Три последовательные стороны четырехугольника, в который можно вписать окружность, равны 6 см, 8 см и 9 см. Найдите четвертую сторону.

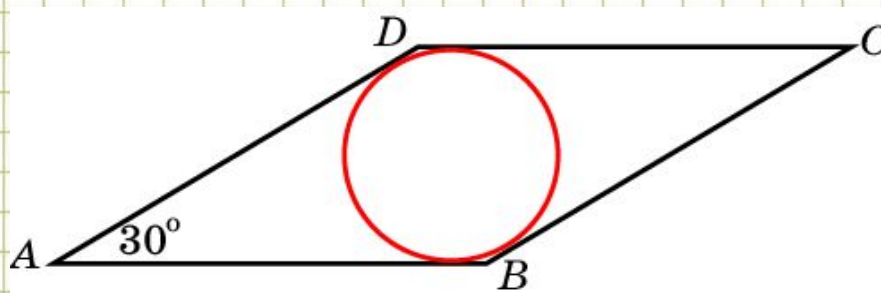


Ответ: 7.



Упражнение 47

Сторона ромба равна 8 см, острый угол – 30° .
Найдите радиус вписанной окружности.

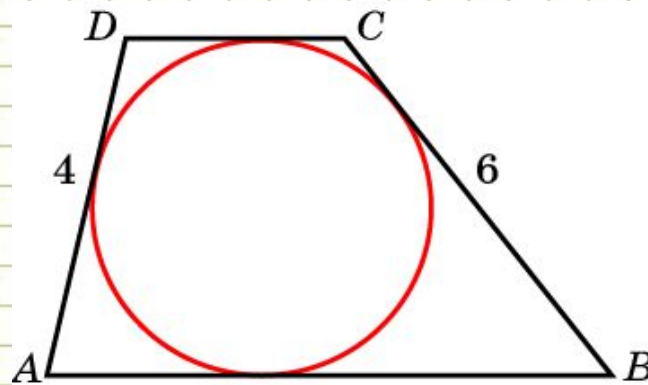


Ответ: 2.



Упражнение 48

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 4 и 6. Найдите среднюю линию трапеции.

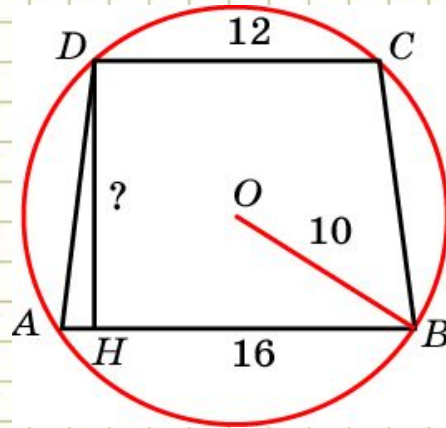


Ответ: 5.



Упражнение 49

Основания равнобедренной трапеции равны 16 и 12, радиус описанной окружности равен 10. Найдите высоту трапеции.



Ответ: 14.



Упражнение 50

Угол между стороной правильного n -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 70 . Найдите n .

Ответ: 9.

