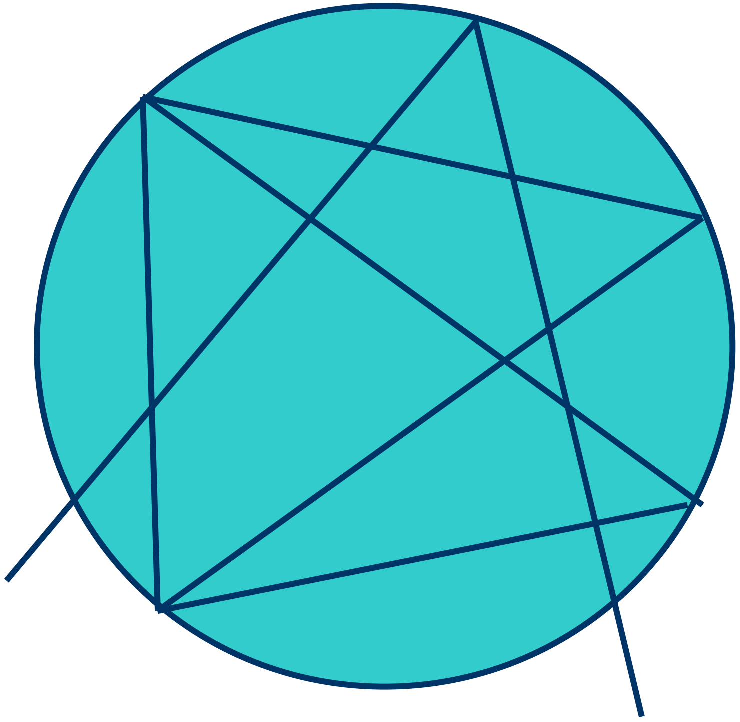
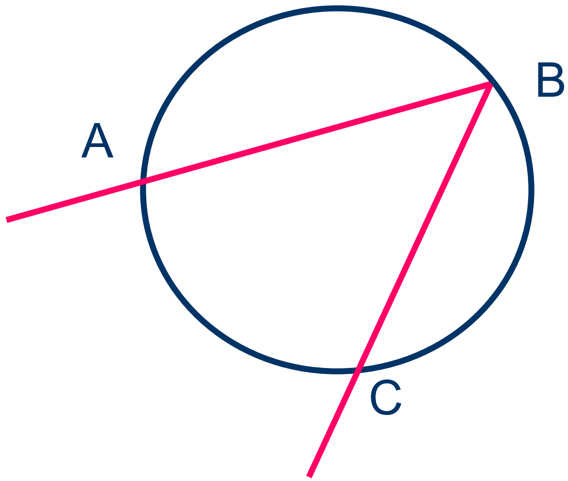
Вписанный угол

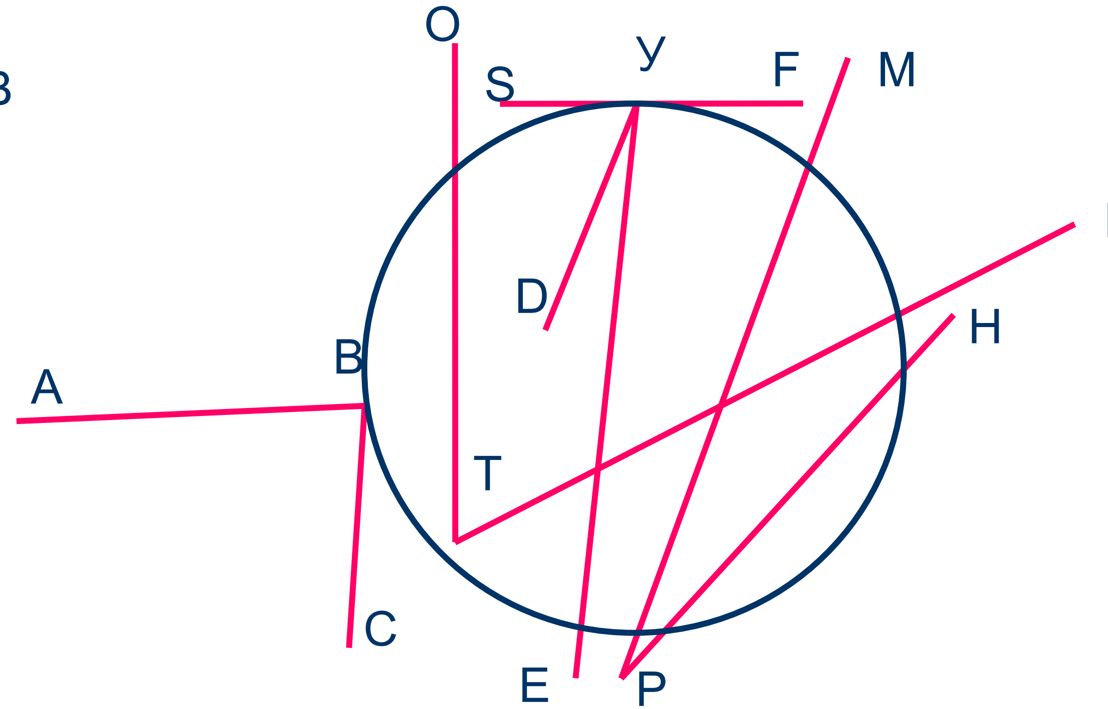


Вписанный угол

Определение. **Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают её, называется вписанным.**



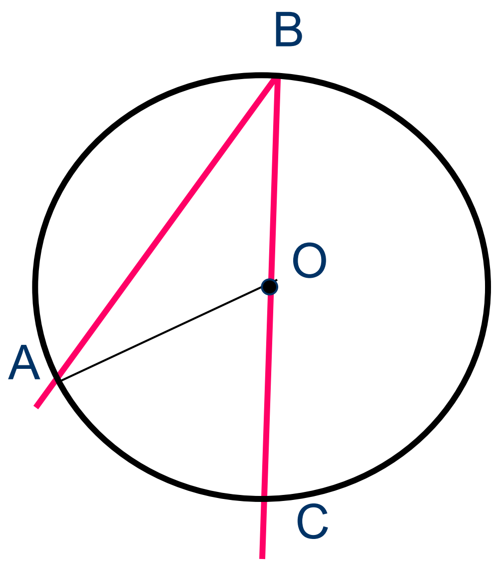
$\angle$ ABC - вписанный



Назови вписанный угол

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r)

∠ ABC - вписанный

Доказать: ∠ABC = ½ AC

Доказательство:

<u>1 случай.</u> BC проходит через центр окружности.

Проведём OA. Тогда дуга AC меньше полуокружности.

∠AOC – центральный, значит ∠AOC = AC

△ ABC – равнобедренный, значит, ∠B = ∠A

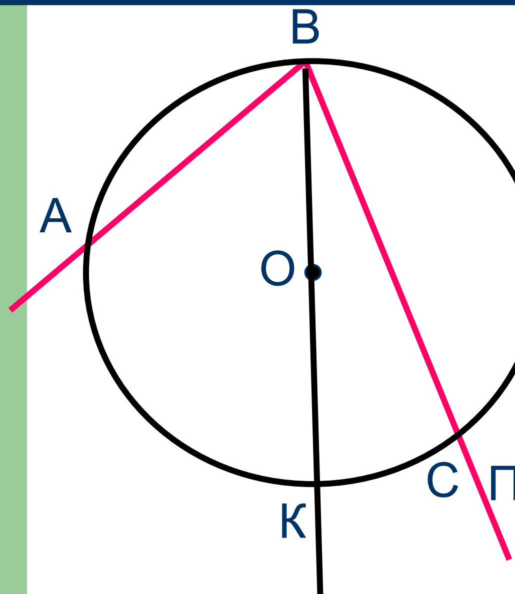
∠AOC – внешний угол △ABC, значит, ∠AOC = ∠A + ∠B = 2 ∠B

Следовательно, 2 ∠B = AC.

Значит, ∠ABC = ½ AC

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r)

∠ ABC - вписанный

Доказать: ∠ABC = ½ AC

Доказательство:

<u>2случай.</u> Центр окружности лежит внутри угла ABC.

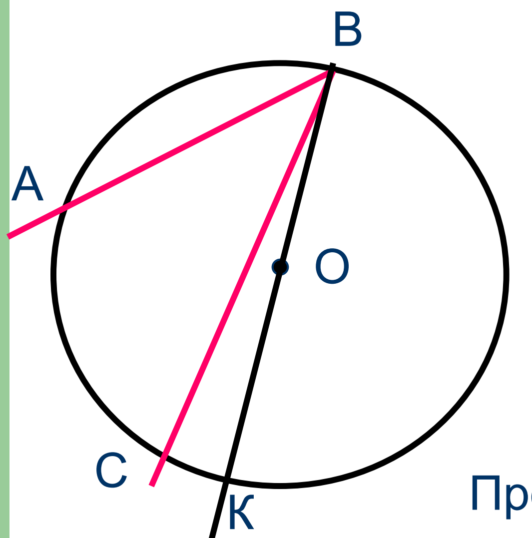
Проведём луч BO, который пересекает дугу AC в точке К

∠ ABК и ∠CBК – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

∠ABC = ∠ABК + ∠ CBК = ½ AК + ½ CК = ½ (AК + CК) =
= ½ AC.

Вписанный угол

Теорема. **Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.**



Дано: Окр.(O;r)
∠ABC - вписанный

Доказать: ∠ABC = ½ AC

Доказательство:

<u>3 случай.</u> Центр окружности лежит вне угла ABC.

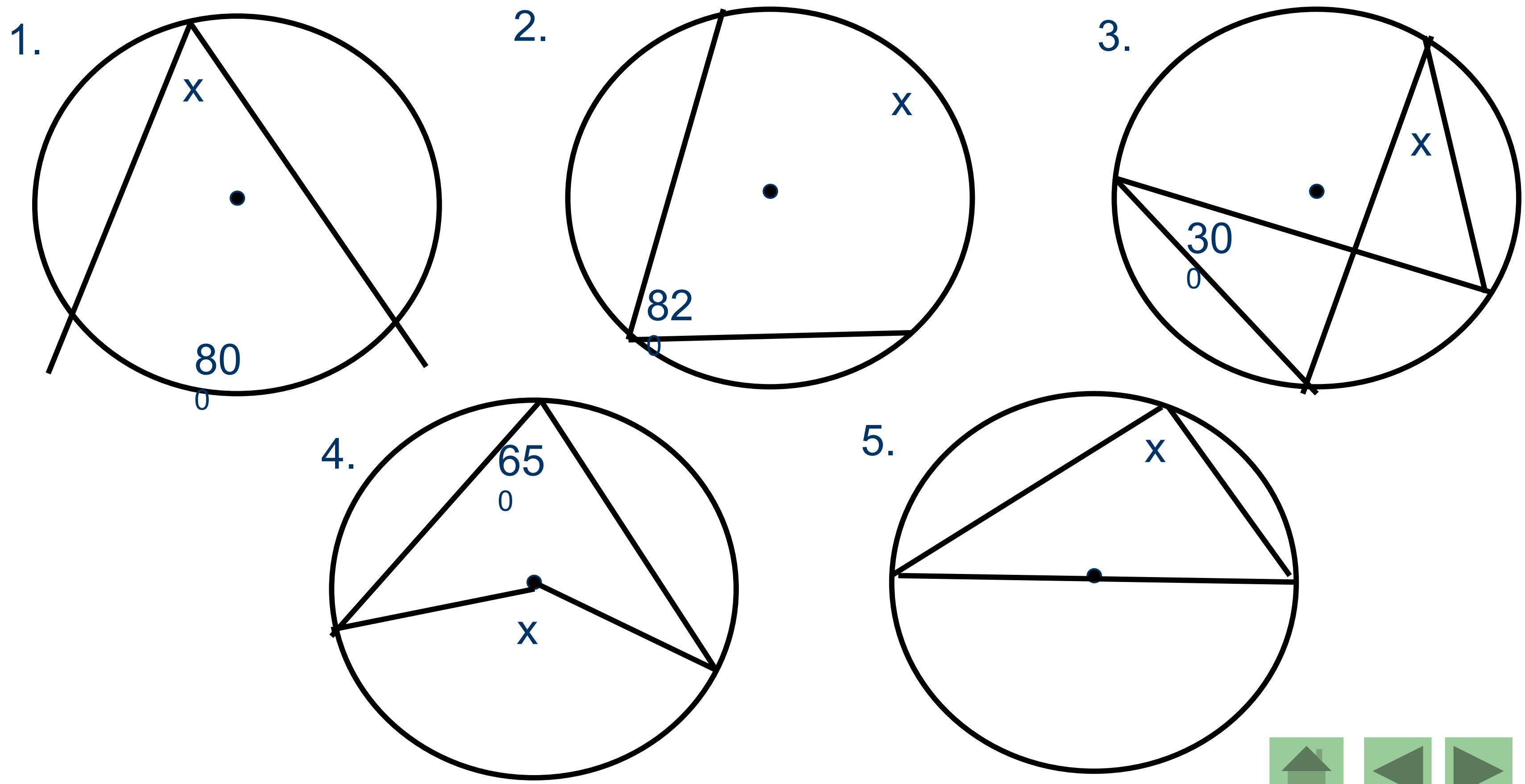
Проведём луч BO, который пересекает Окр(O;r) в точке K

∠ ABK и ∠CBK – вписанные, сторона каждого проходит через центр окружности.

∠ ABC = ∠ABK - ∠CBK = ½ AK - ½ CK = ½ (AK - CK) =
= ½ AC.

Реши задачи

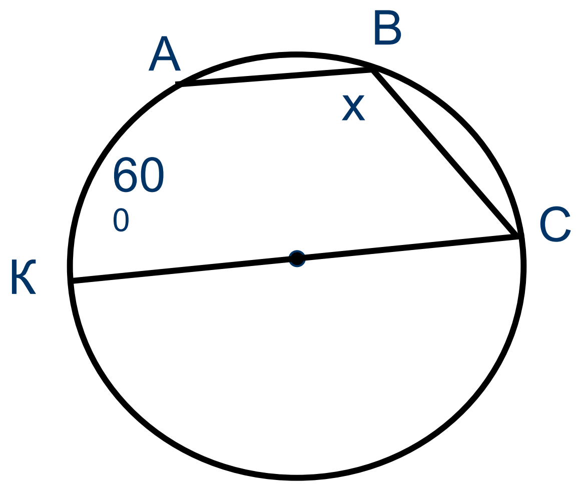
Найти: x



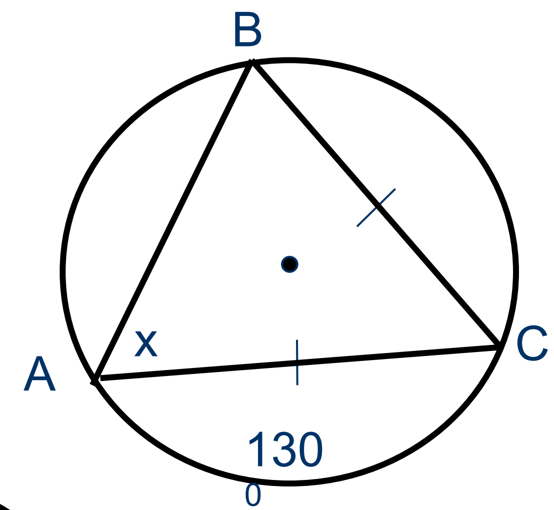
Реши задачи

Найти: x

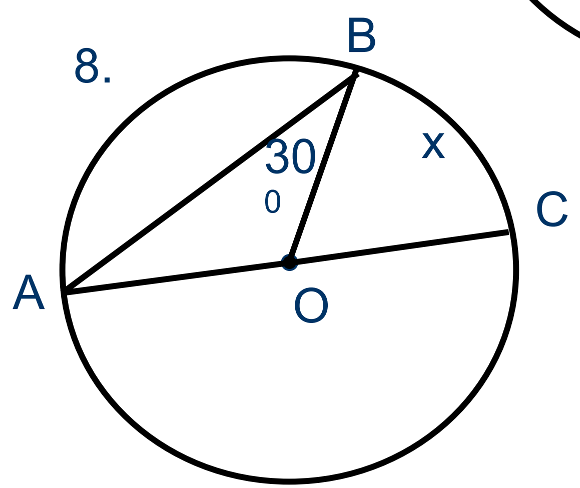
6.



7.



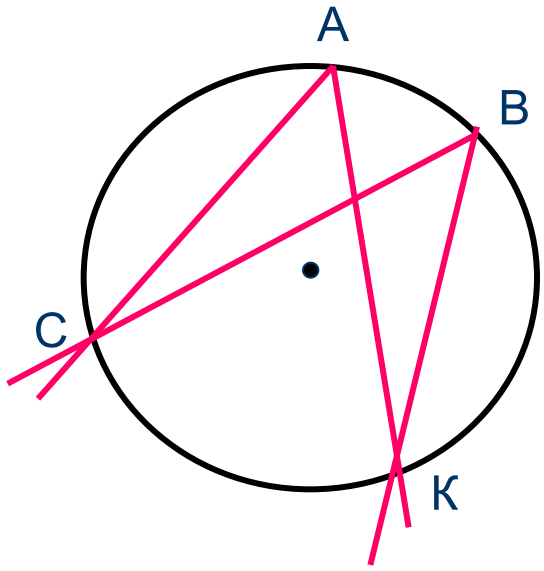
8.

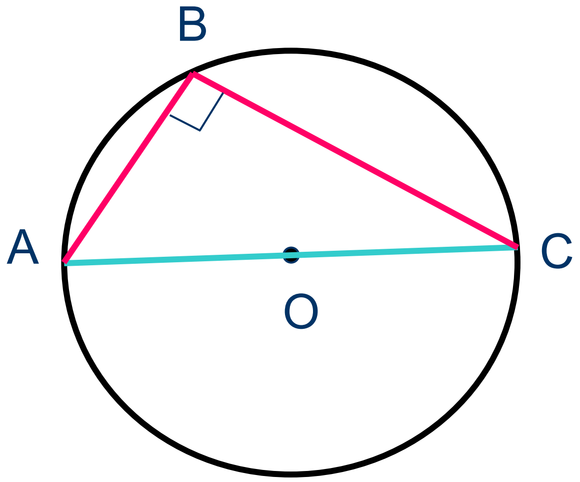


Следствия

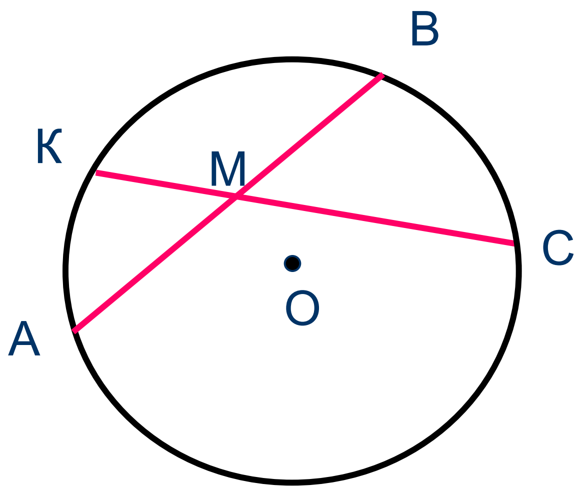
1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

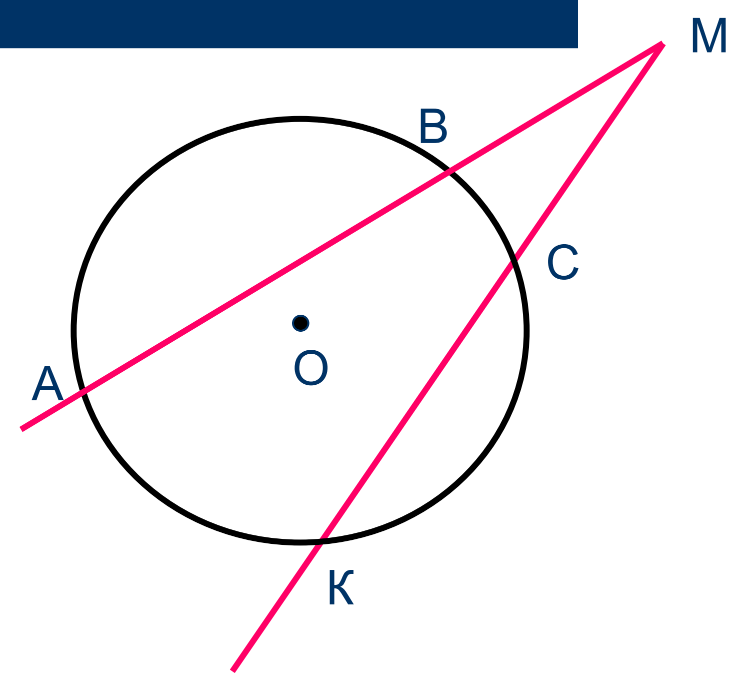
2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.





Нужные выводы

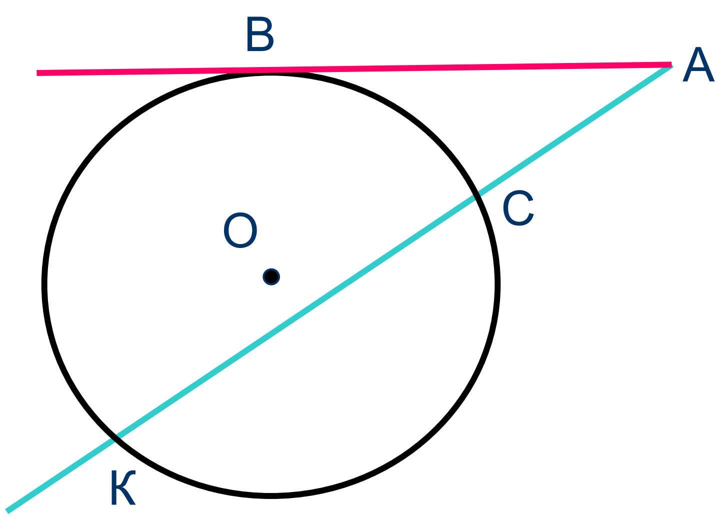


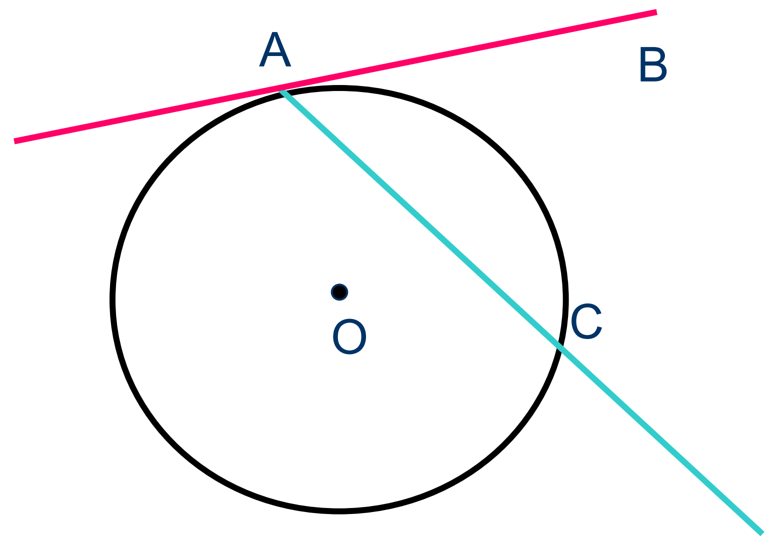


$\angle AMK = \frac{1}{2}(AK + BC)$

$\angle AMK = \frac{1}{2}(AK - BC)$

Нужные выводы



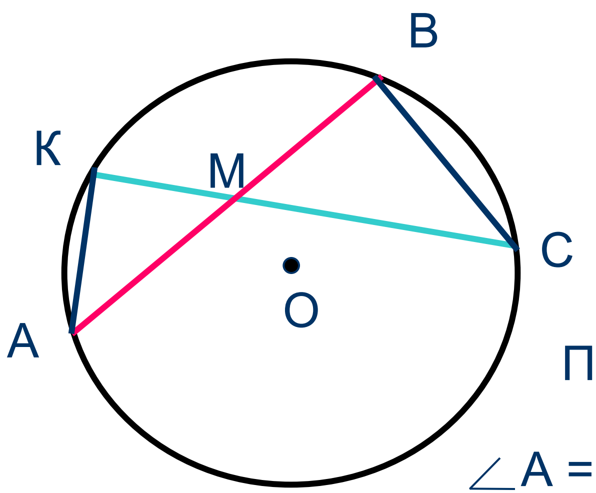


∠ВАК = ½ (ВК - ВС)

∠ВАС = ½ АС

Свойство пересекающихся хорд

Теорема. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.



Дано: Окр.(O;r)

M – точка пересечения хорд AB и CK

Доказать: AM · BM = CM · KM

Доказательство:

Проведём AK и BC. Рассмотрим △AKM и △BCM

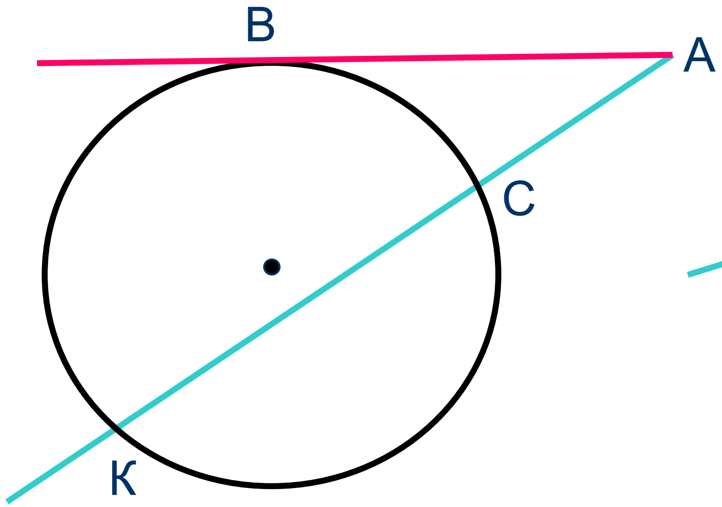
∠A = ∠C, как вписанные, опирающиеся на BK

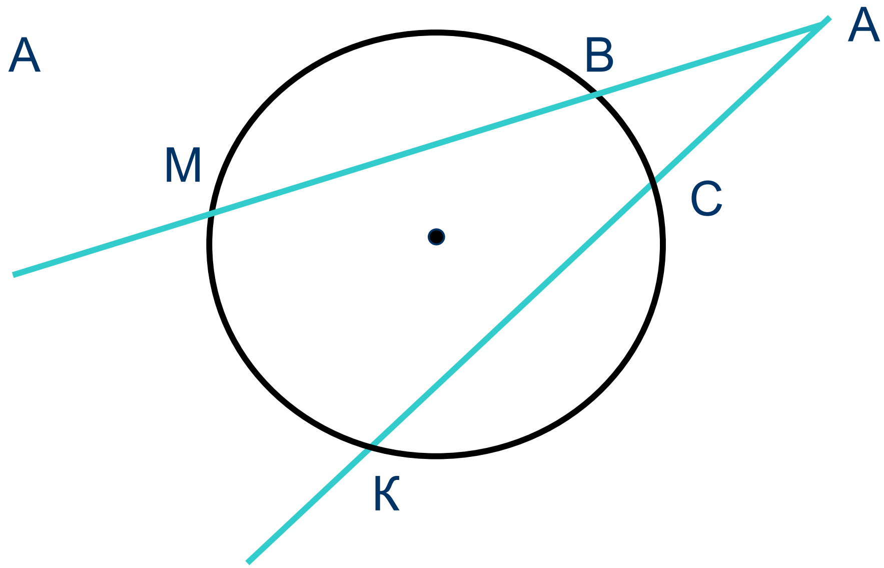
∠K = ∠B, как вписанные, опирающиеся на AC

Значит, △AKM и △BCM подобны, следовательно, сходственные стороны пропорциональны:

$\frac{AM}{CM} = \frac{KM}{BM}$, а, значит, AM · BM = CM · KM

Нужные свойства



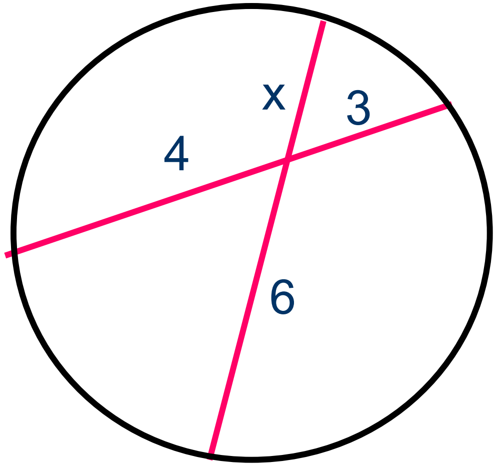


$AB^2 = AK \cdot AC$

$AM \cdot AB = AK \cdot AC$

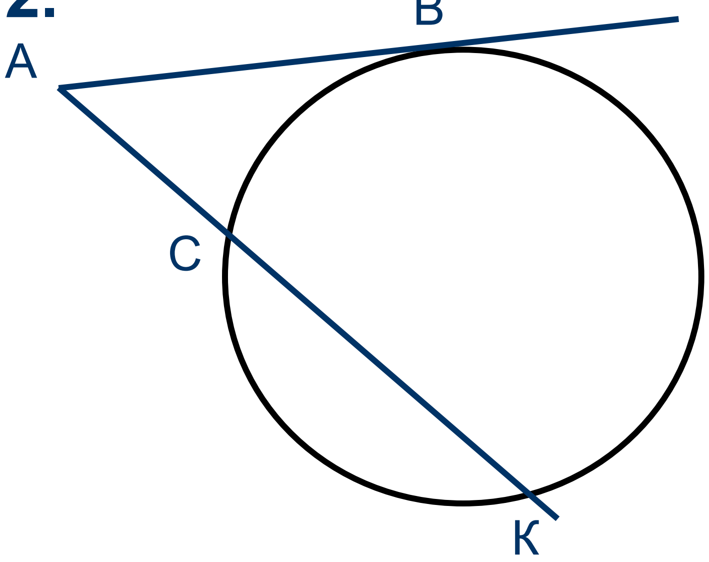
Реши задачи

1. Найти **x**



2

2.



Дано: АК = 9, АС =4
Найти: АВ

6

Желаю успехов в учёбе

Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.