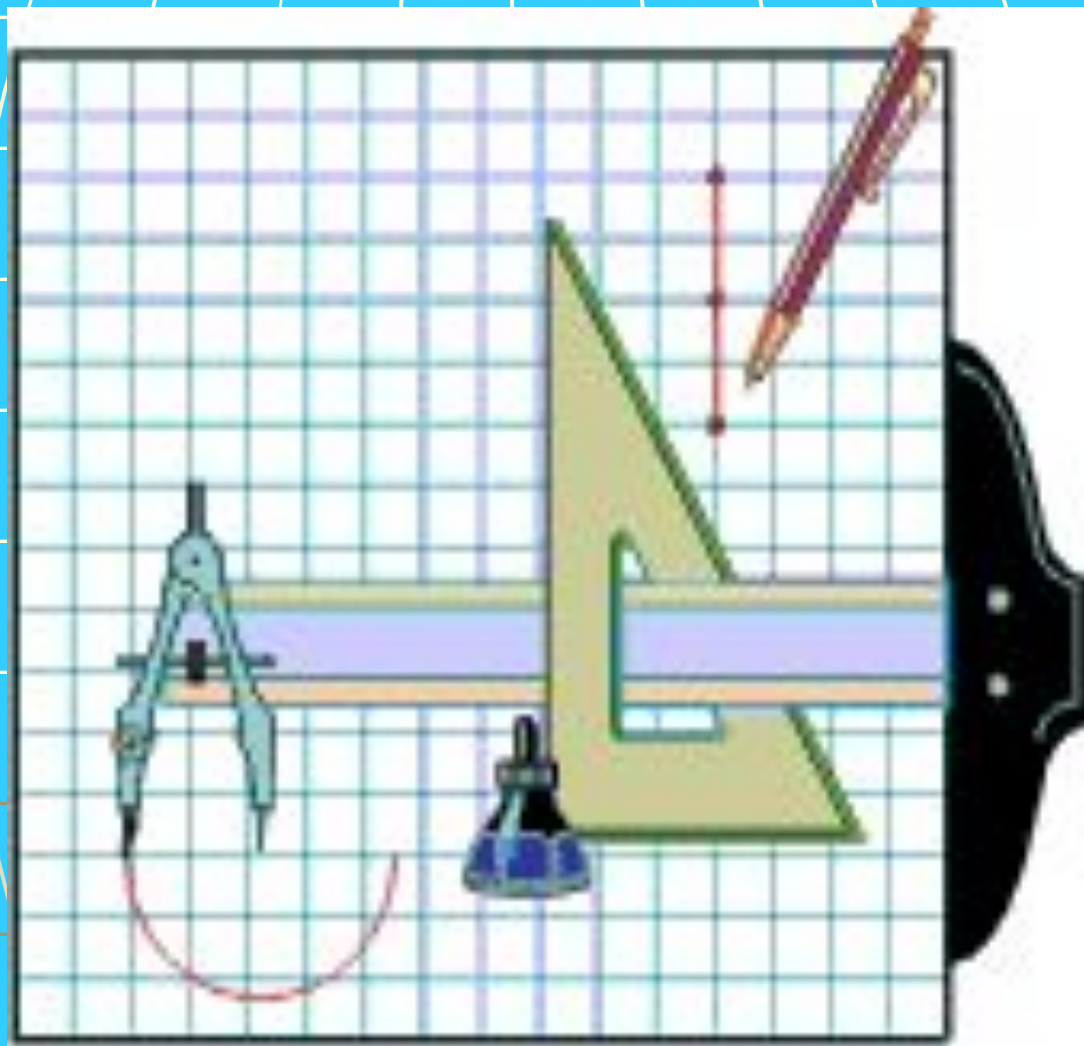


# Геометрия 11 класс



Корниенко Татьяна  
Федоровна

# 1. Как можно получить цилиндр

Если в одной из 2 параллельных плоскостей взять окружность, и из каждой ее точки восстановить перпендикуляр до пересечения со второй плоскостью, то получится тело, ограниченное двумя кругами и поверхностью, образованной из перпендикуляров, это тело, называемся

цилиндром, называются

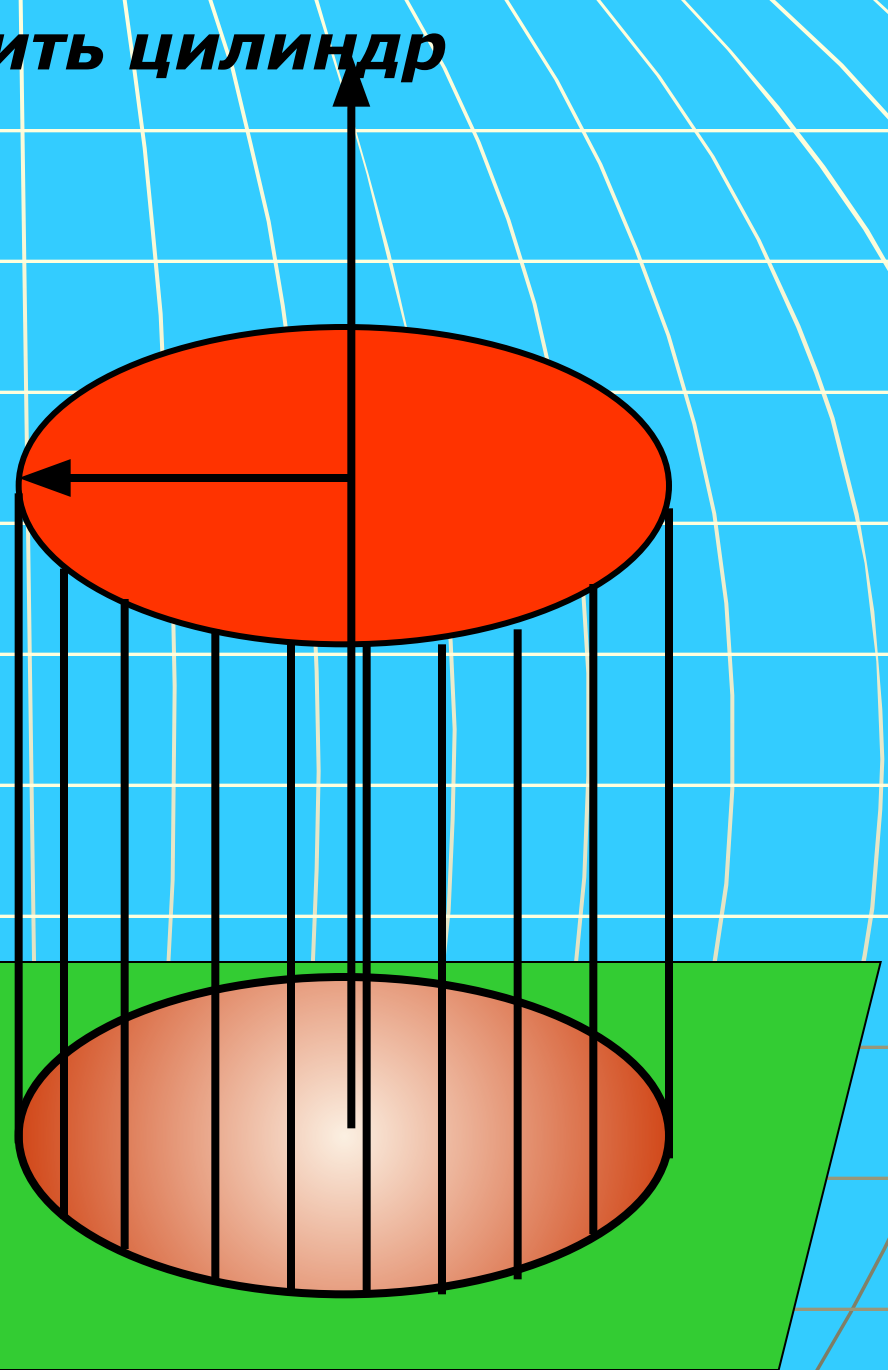
основаниями цилиндра, а

отрезки, соединяющие

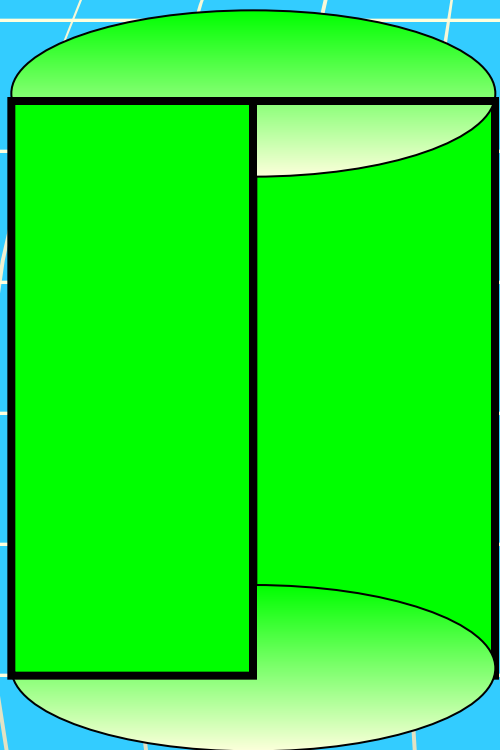
соответствующие точки

окружностей оснований –

называются образующими

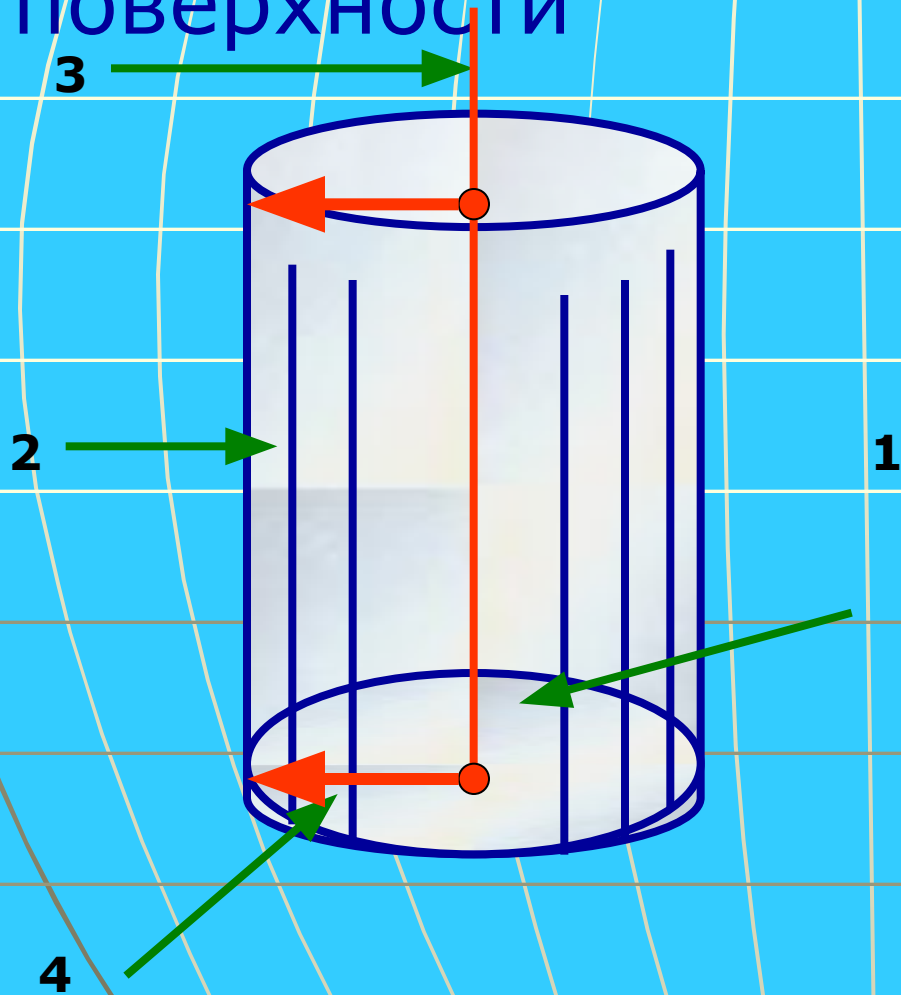


***А можно так получить цилиндр***



***Вращением  
прямоугольника  
вокруг одной из  
его сторон***

## 2. Понятие цилиндрической поверхности



1. Основание цилиндра

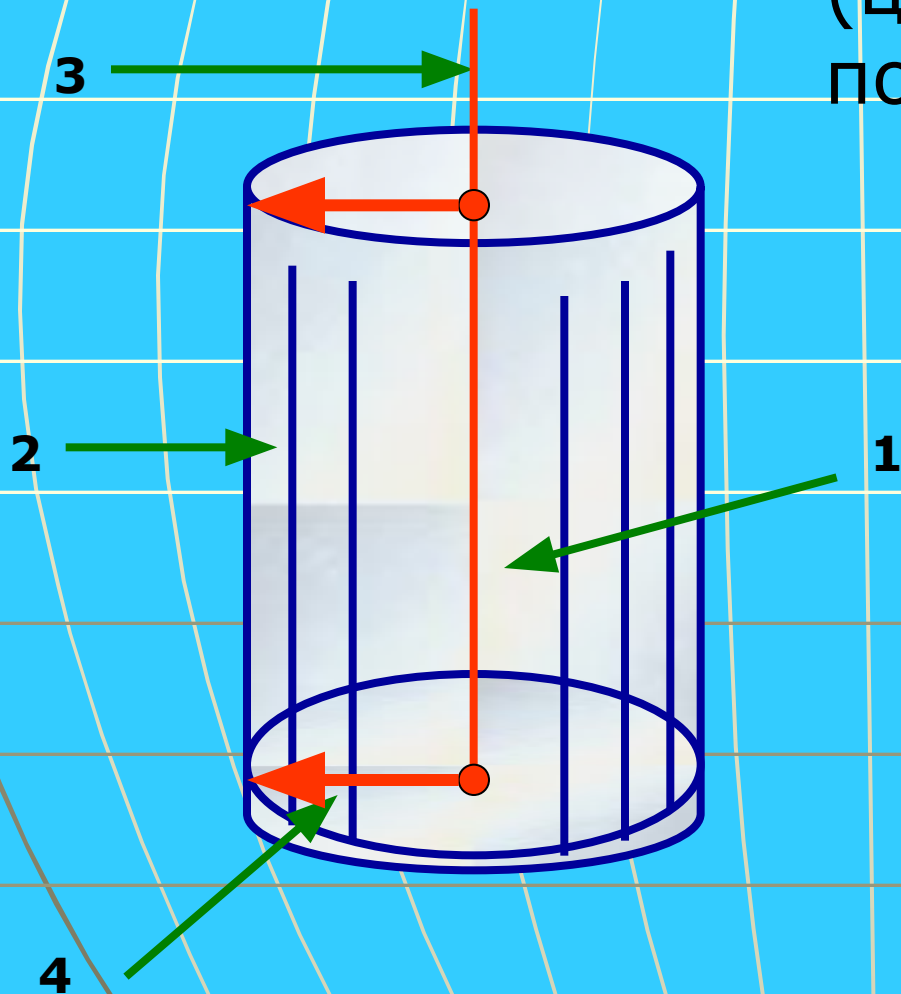
2. Образующие

3. Ось цилиндра

4. Радиус основания

■ Радиусом цилиндра называется радиус его основания.

- Образующая цилиндра при вращении вокруг своей оси образует боковую (цилиндрическую) поверхность цилиндра.



## 2. Образующие

Поверхность, состоящая из образующих, называется **боковой поверхностью цилиндра.**

### 3. Сечения

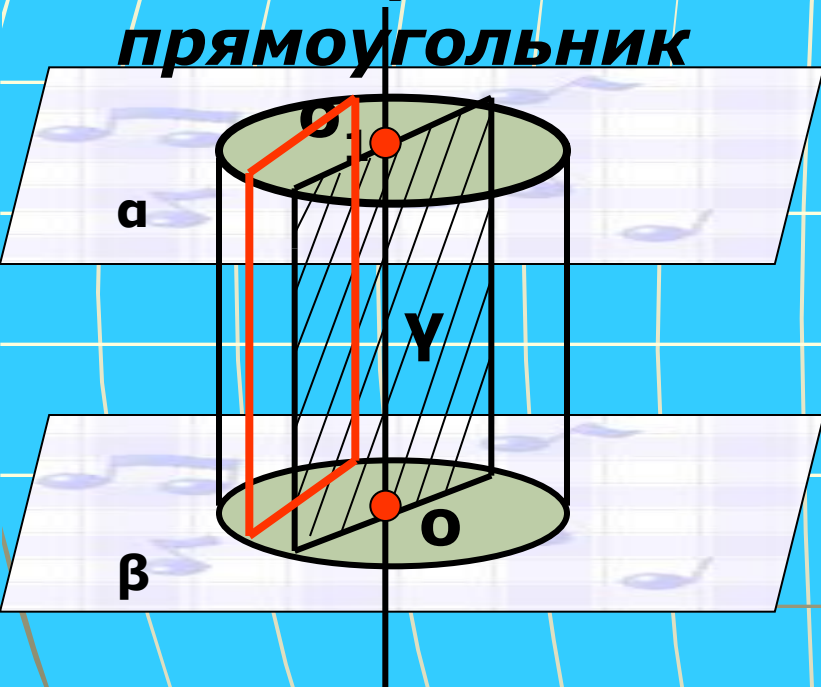
цилиндра

Сечение,

параллельное оси

цилиндра-

прямоугольник



Сечение плоскостью,

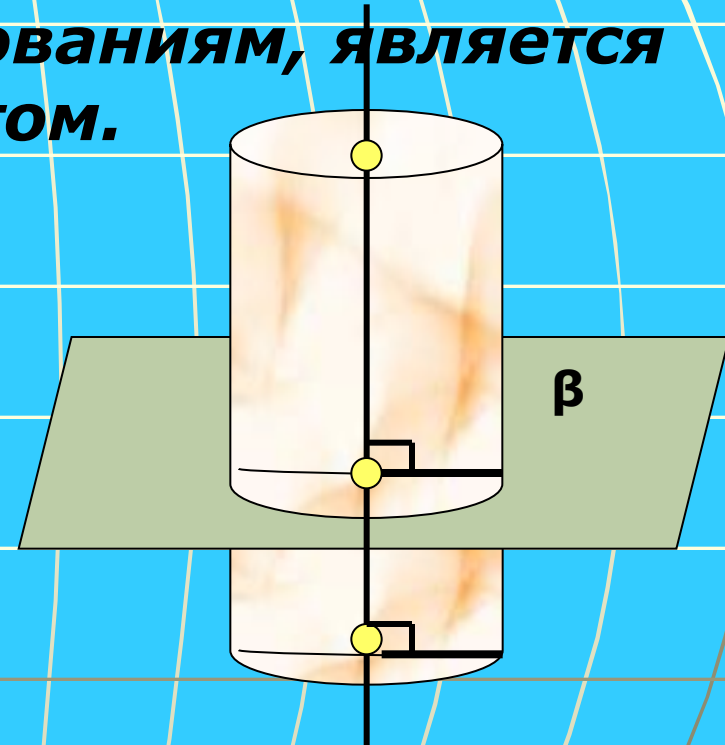
перпендикулярной к

оси или

параллельное

основаниям, является

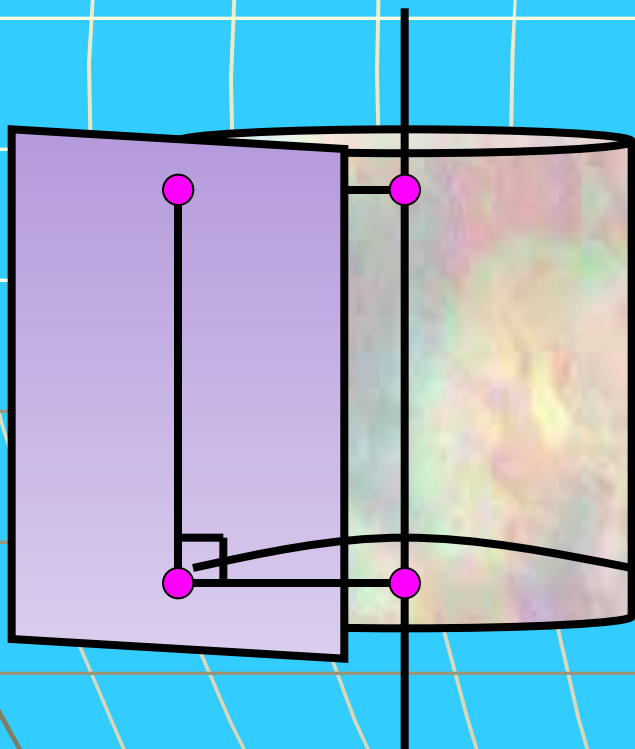
кругом.



Если сечение проходит  
через ось цилиндра, то оно  
имеет форму  
прямоугольника и

## 5. Касательная плоскость цилиндра

Касательной плоскостью к цилиндру называется плоскость проходящая через образующую цилиндра и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую



- **Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник со сторонами  $H$  и  $C$ , где  $H$  – высота цилиндра, а  $C$  – длина окружности основания.**



The diagram illustrates the net of a cylinder. It consists of three main components: two identical circles representing the top and bottom bases, and a central rectangle representing the lateral surface. The top circle is positioned above the rectangle, and the bottom circle is positioned below it. The formula  $S = \pi R^2$  is written inside each circle. The rectangle is oriented horizontally, with its longer sides representing the circumference of the cylinder. The formula  $C = 2\pi R$  is written inside the rectangle. To the right of the rectangle, the letter  $H$  is placed, indicating the height of the cylinder. The entire diagram is set against a blue background with a white grid of curved lines.

$$S = \pi R^2$$

$$C = 2\pi R$$

$H$

$$S = \pi R^2$$



## 6. Площадь поверхности цилиндра

$$S = \pi R^2$$

$$S_{\text{бок.поверхн.}} = 2\pi R h$$

$$C = 2\pi R$$

$h$

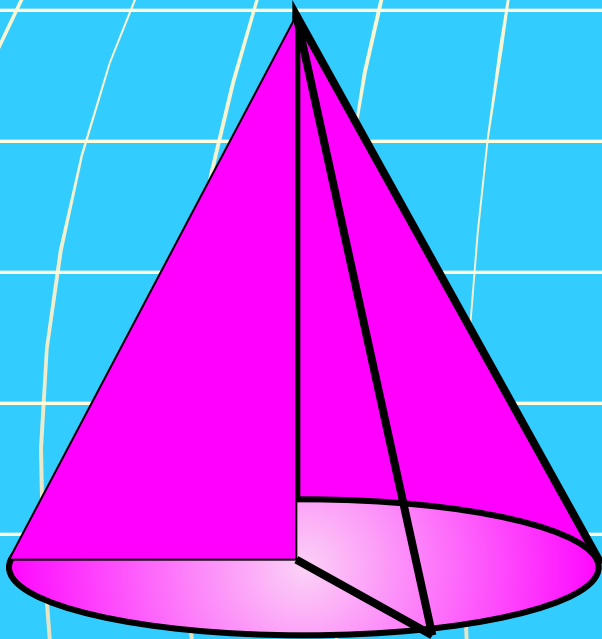
$$S = \pi R^2$$

$$S(\text{бок.поверхн.}) = 2\pi R h$$

$$S(\text{полн.поверхн.}) = 2\pi R^2 + 2\pi R h$$

$$S(\text{полн.поверхн.}) = 2\pi R(R+h)$$

# Конус

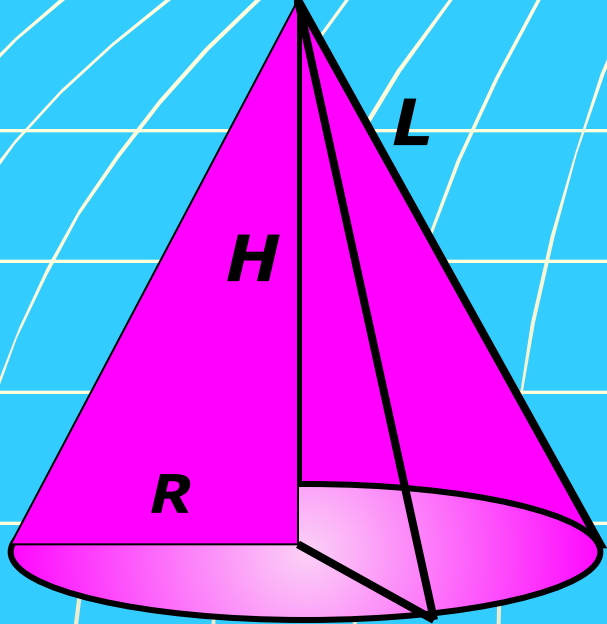


**С 1. Пусть прямоугольный треугольник вращается вокруг одного из катетов, тогда второй катет описывает окружность.**

**2. Полученная при вращении фигура называется конусом.**  
**3. Гипотенуза данного треугольника-образующая конуса**

**4. Катет, вокруг которого вращается треугольник – ось конуса,**

**Второй катет- радиус описываемой окружности основания**



# Конус и его развертка



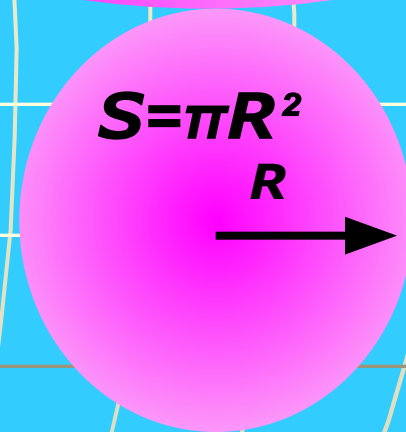
$L$ -образующая       $H$ -высота

$R$ -радиус основания

Нахождение  $S_{бок}$

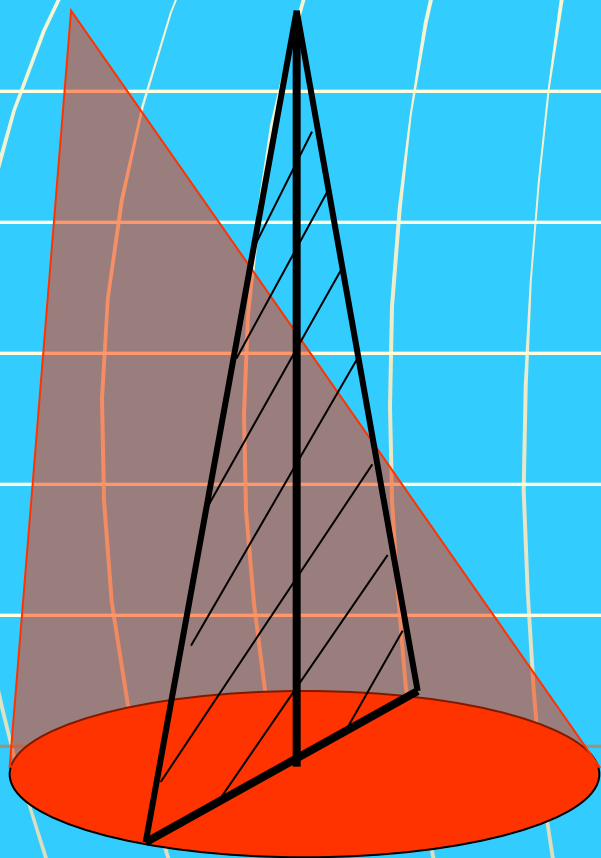
$$S_{бок} = \frac{\pi R^2}{360} \alpha \rightarrow 2\pi r = \frac{\pi R}{180} \alpha \rightarrow$$

$$\alpha = \frac{360r}{R} \rightarrow \frac{\pi R^2}{180} * \frac{360r}{R} = \pi r R$$

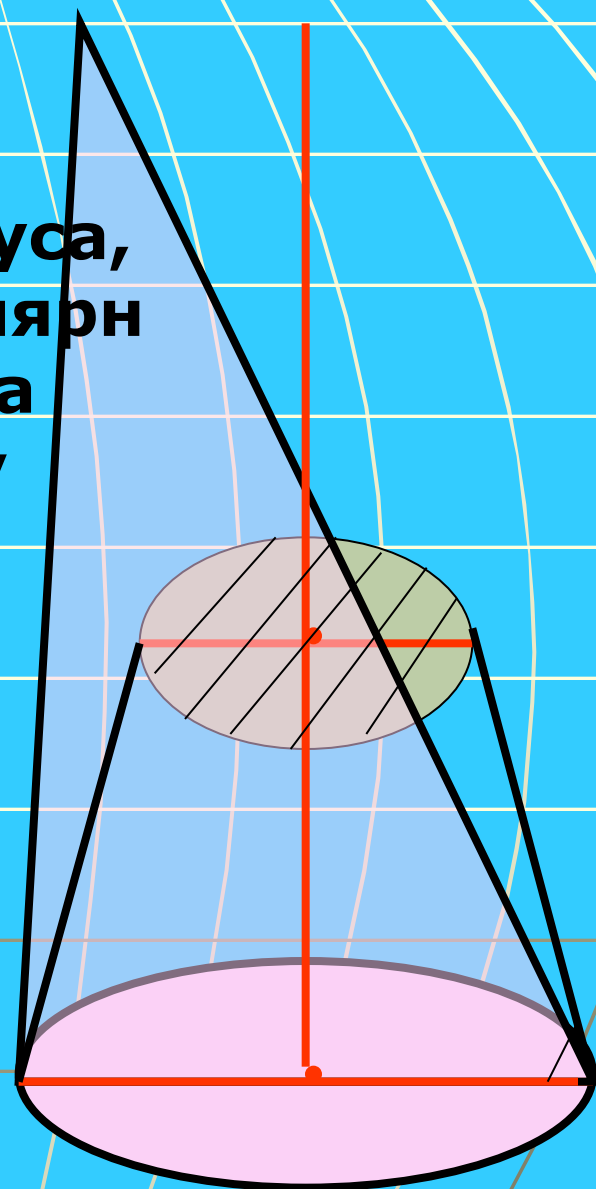


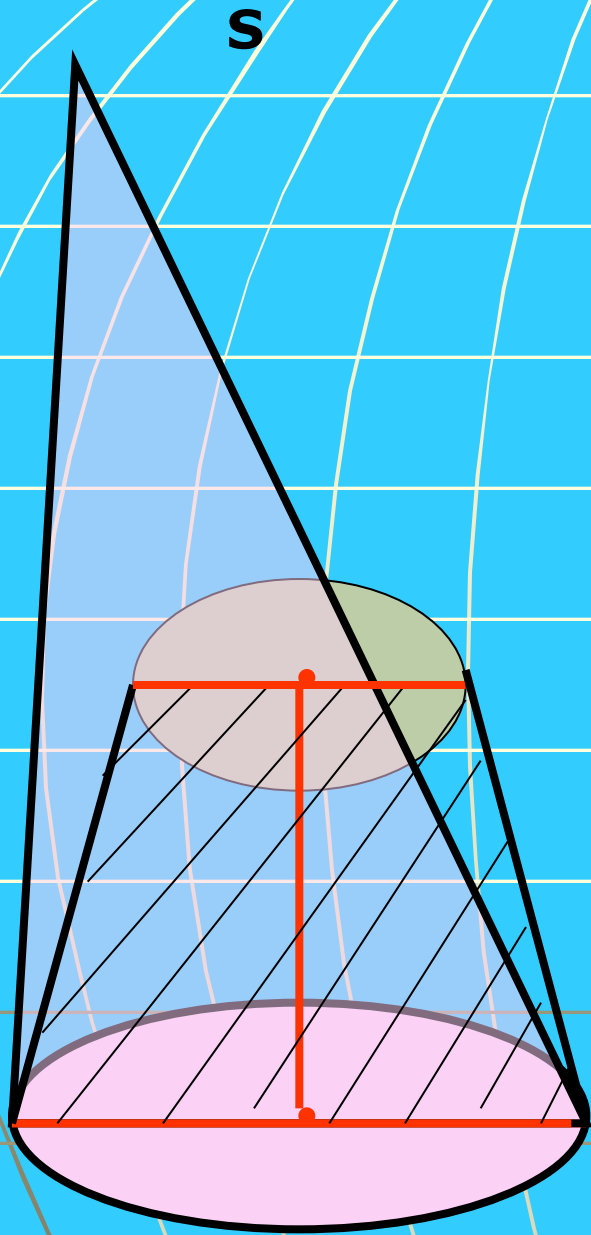
$$S_{полн} = \pi RL + \pi R^2 = \pi R(R + L)$$

# Осевое сечение конуса- равнобедренный треугольник



Сечение конуса,  
перпендикулярн  
ое оси конуса  
имеет форму  
круга





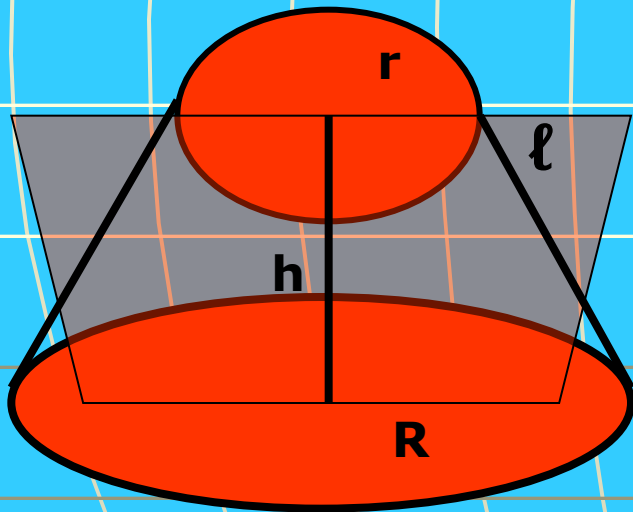
**Усеченным конусом** называется часть полного конуса, заключенная между основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

**Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями усеченного конуса.**

**Осевое сечение  $ус$**

**Образующей** усеченного конуса называется часть образующей полного конуса, заключенная между основаниями. **Высотой** усеченного конуса называется расстояние между основаниями.

**Площадь боковой поверхности** усеченного конуса равна произведению полусуммы длин окружностей оснований на образующую.



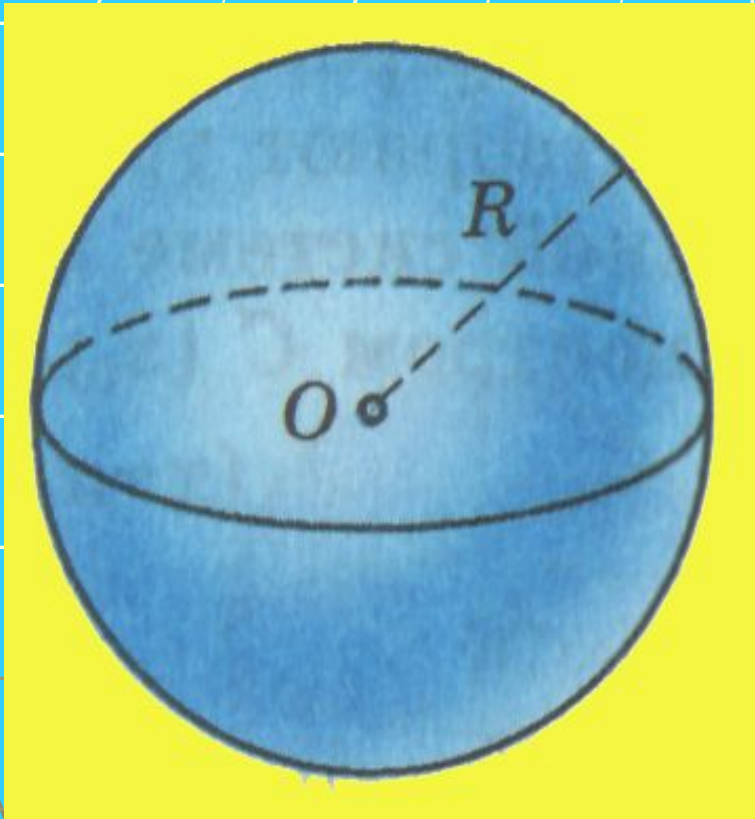
$$S_{\text{бок}} = \frac{2\pi(R+r)}{2} l = \pi(R+r)l$$

$$S_{\text{полн}} = \pi(R+r)l + \pi r^2 + \pi R^2 = \pi((R+r)l + r^2 + R^2)$$

# Сфера и шар

*Сферой*

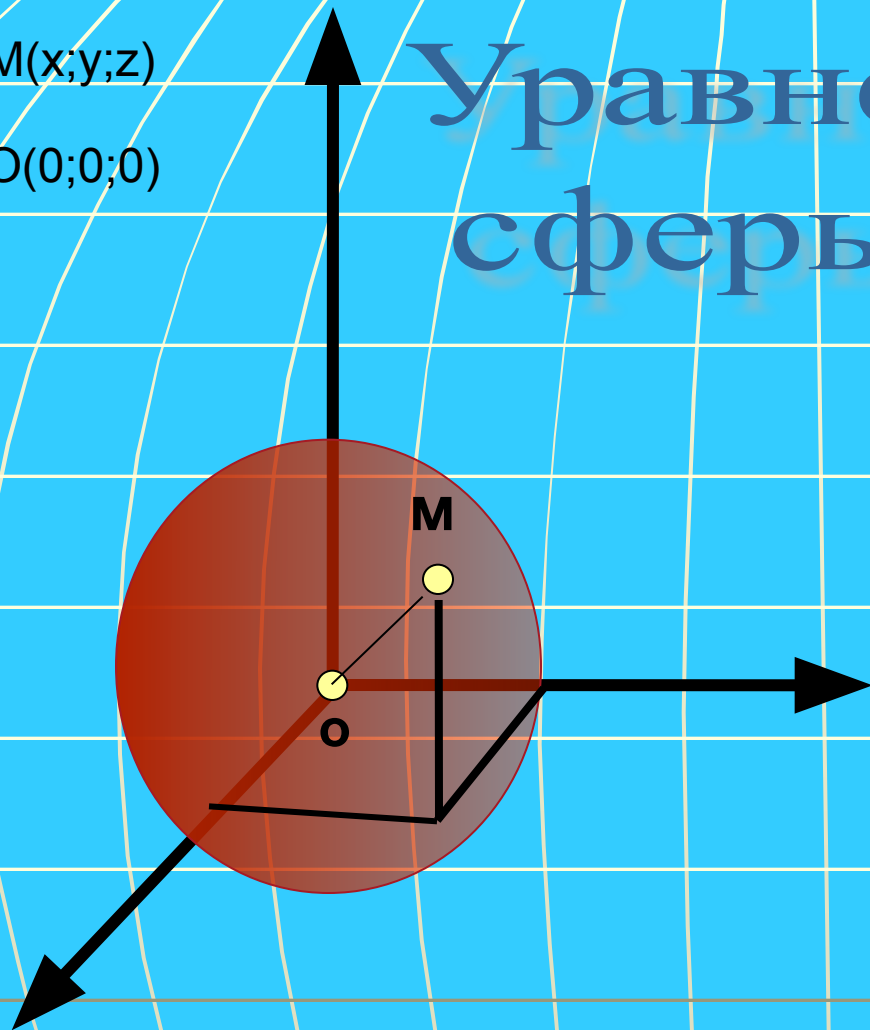
*называется  
поверхность,  
состоящая из всех  
точек пространства,  
расположенных на  
данном расстоянии от  
данной точки.*



# Уравнение сферы

$M(x; y; z)$

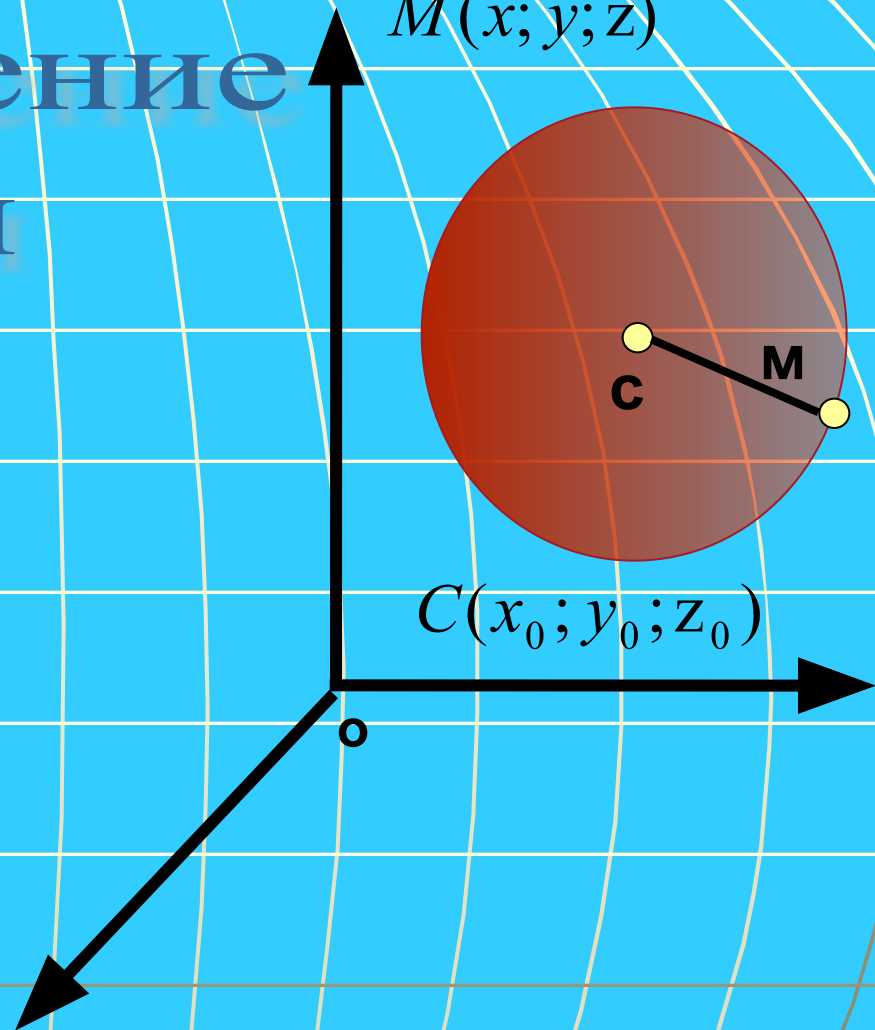
$O(0; 0; 0)$



$$MO = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$M(x; y; z)$



$C(x_0; y_0; z_0)$

$$MC = \sqrt{(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 + (Z - Z_0)^2}$$

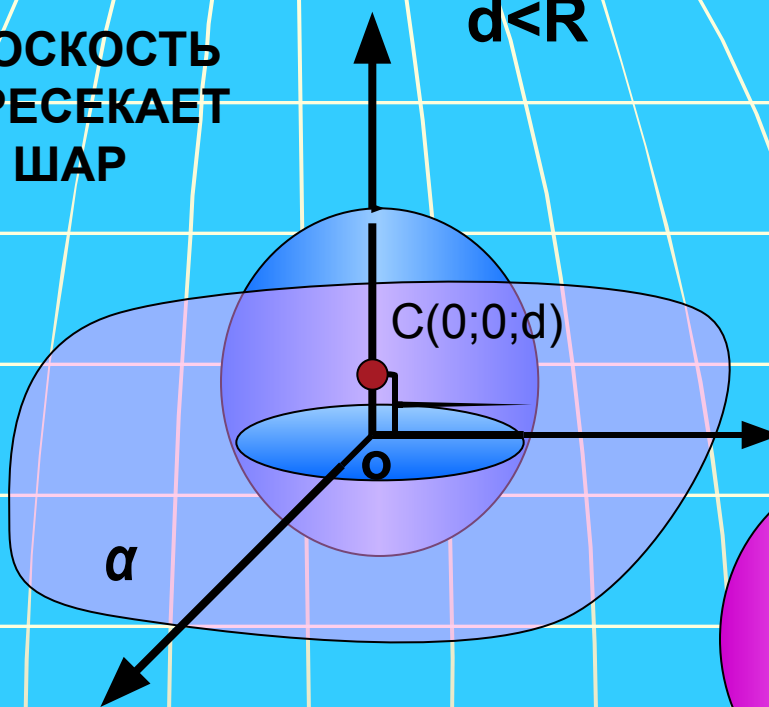
$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$$



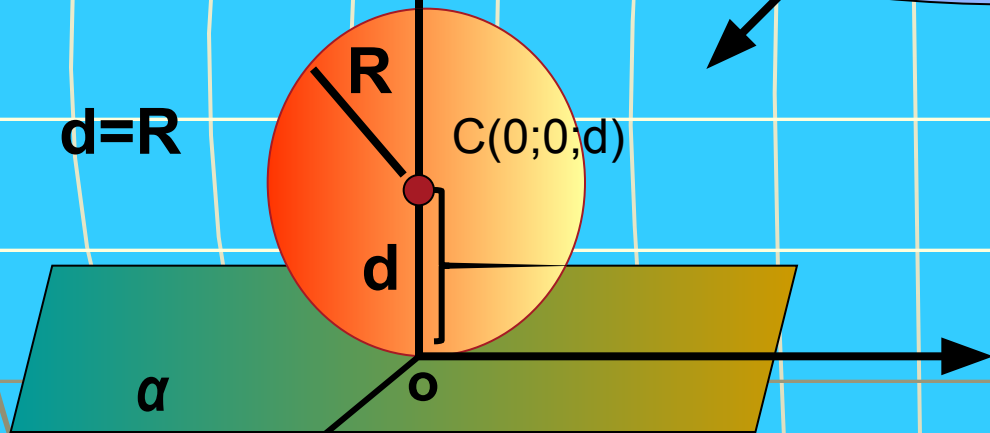
**Взаимное  
расположе  
ние сферы  
и  
плоскости**

**ПЛОСКОСТЬ  
ПЕРЕСЕКАЕТ  
ШАР**

$d < R$



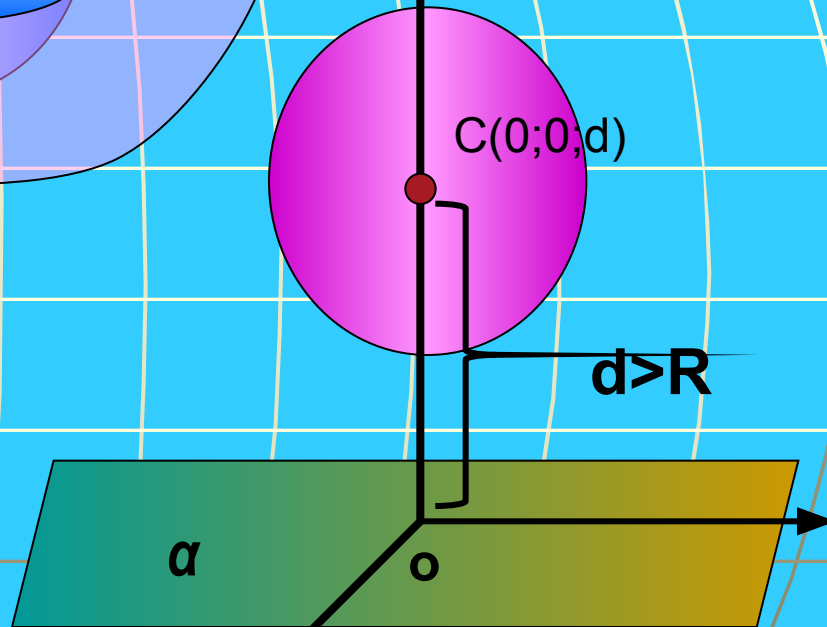
$d = R$



**ПЛОСКОСТЬ  
КАСАЕТСЯ ШАРА**

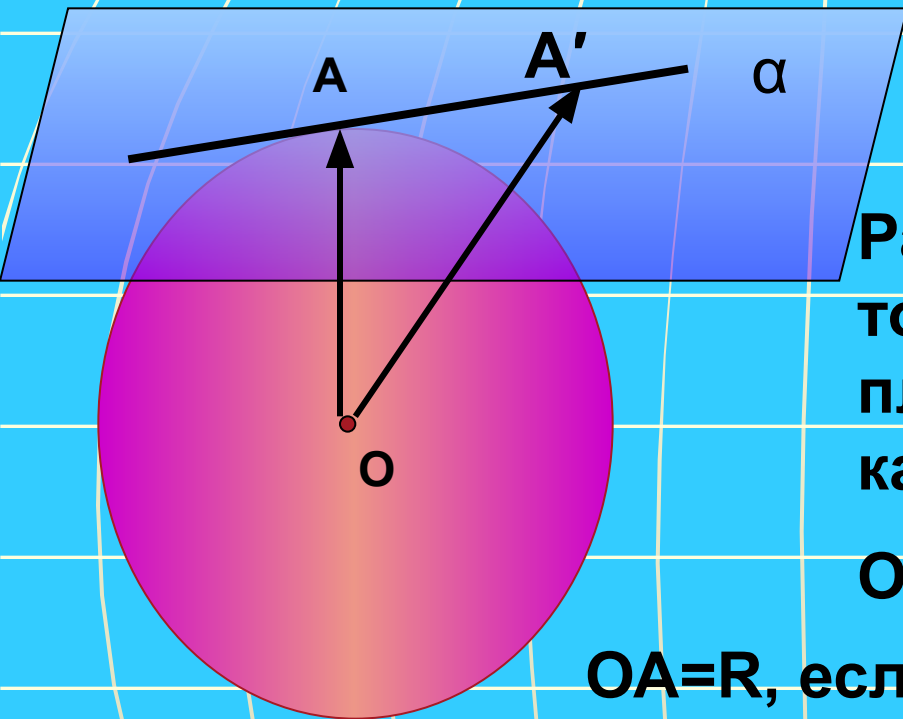
$C(0;0;d)$

$d > R$



**ПЛОСКОСТЬ НЕ  
ИМЕЕТ С ШАРОМ  
НИ ОДНОЙ ОБЩЕЙ  
ТОЧКИ**

**Плоскость, имеющая со сферой одну общую точку, называется касательной к сфере**



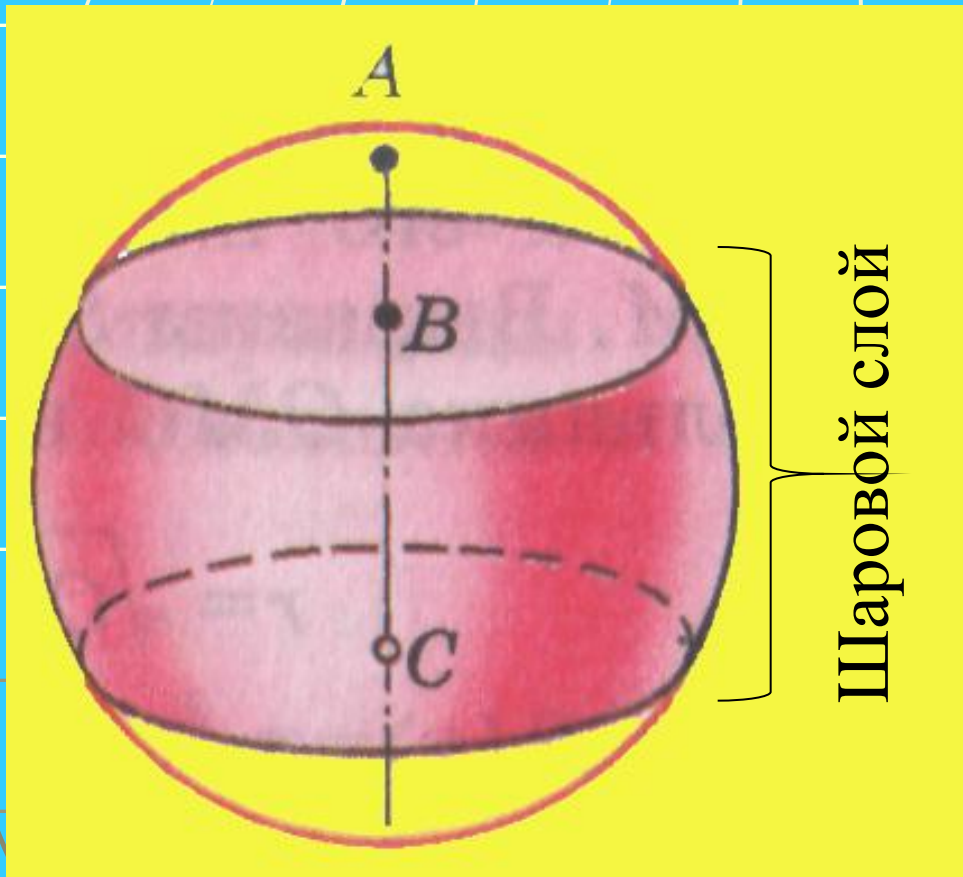
**Радиус сферы, проведенный к точке касания сферы и плоскости перпендикулярен к касательной плоскости.**

$$OA \perp \alpha$$

**$OA=R$ , если  $OA \perp \alpha$ , то любая другая  $OA'$ -наклонная, а любая наклонная больше, чем  $OA$ , т.е. условие не выполняется ( $OA' > R$ )**

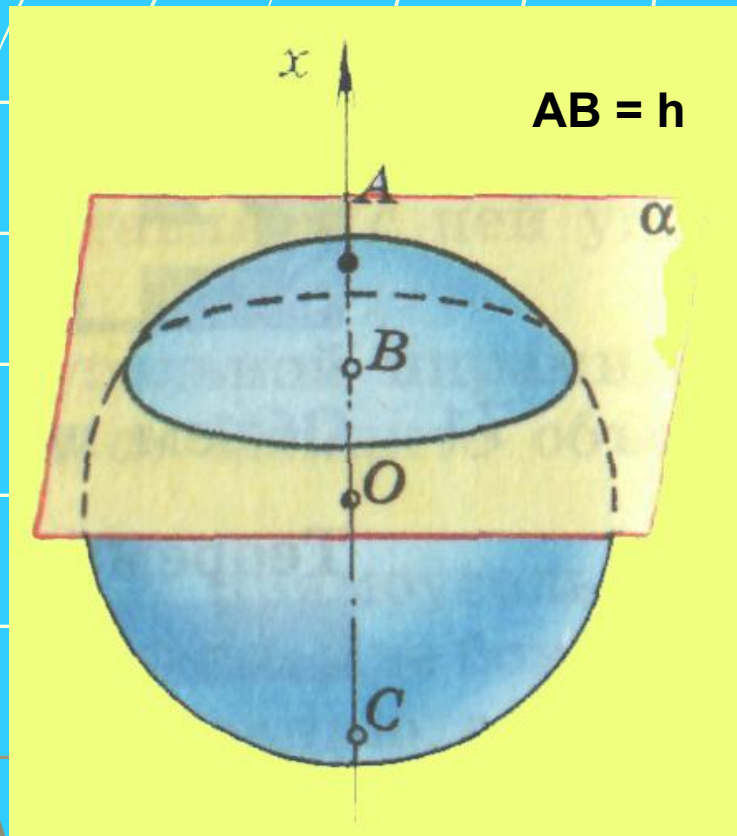
**Обратная теорема : Если  $OA \perp \alpha$ ,  $\alpha$ -касательная плоскость Т.к. перпендикуляр и плоскость имеют одну общую точку, то  $\alpha$ - касательная плоскость**

# Шаровой слой



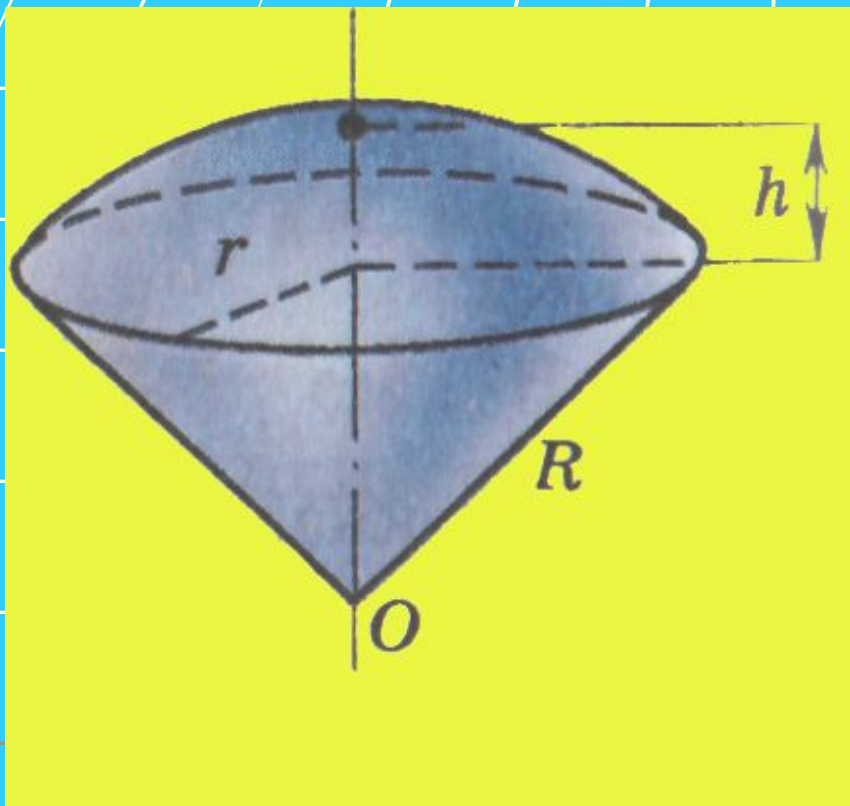
**Шаровым слоем**  
называется часть  
шара,  
заключенная  
между двумя  
параллельными  
секущими  
плоскостями.

# Шаровой сегмент



***Шаровым сегментом***  
***называется часть***  
***шара, отсекаемая от***  
***него какой - нибудь***  
***плоскостью.***

# Шаровой сектор



**Шаровым сектором**

называется тело,  
полученное вращением  
кругового сектора с  
углом, меньшим  $90^0$ ,  
вокруг прямой,  
содержащей один из  
ограничивающих  
круговой сектор  
радиусов.