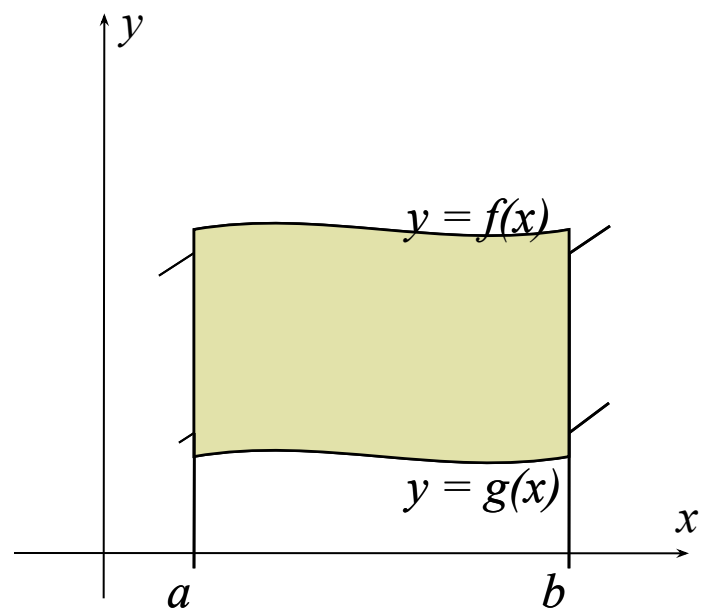
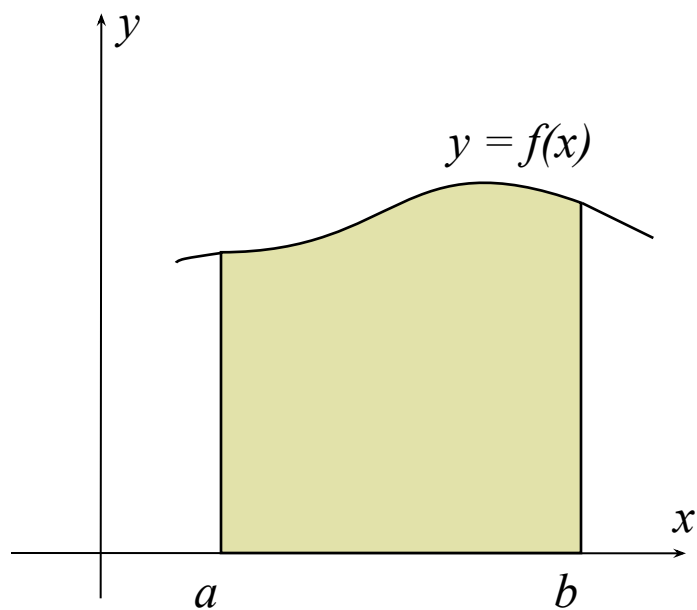
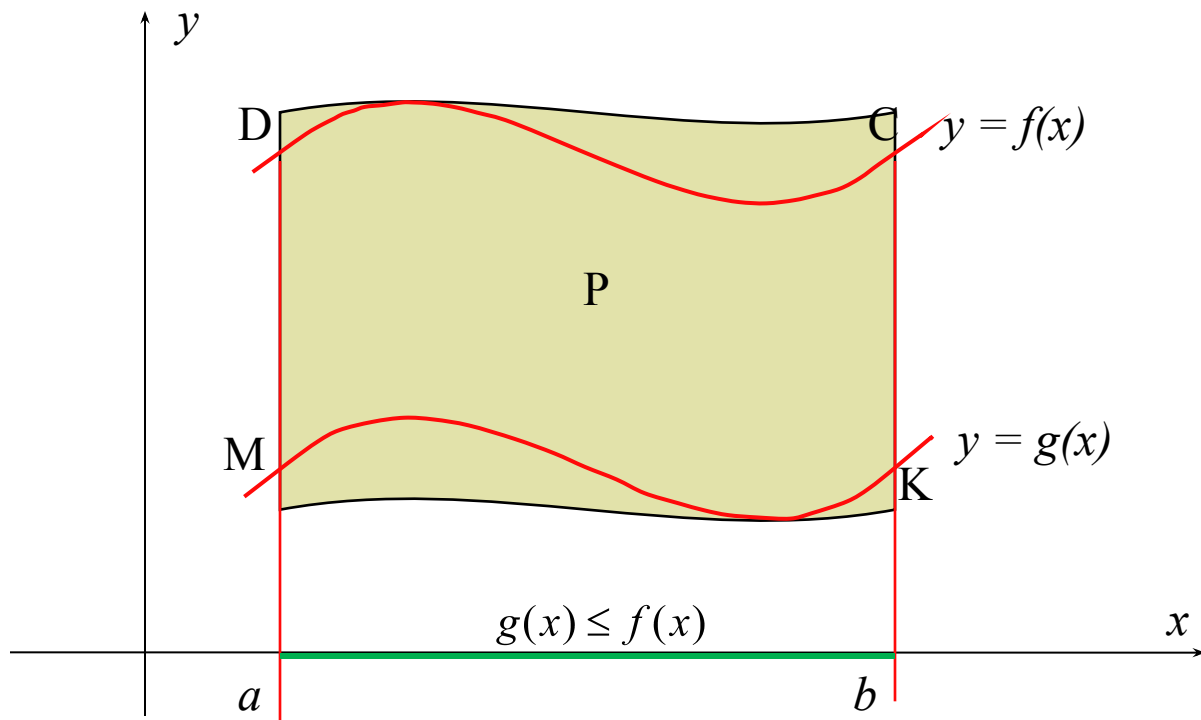


Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла

Плоские фигуры

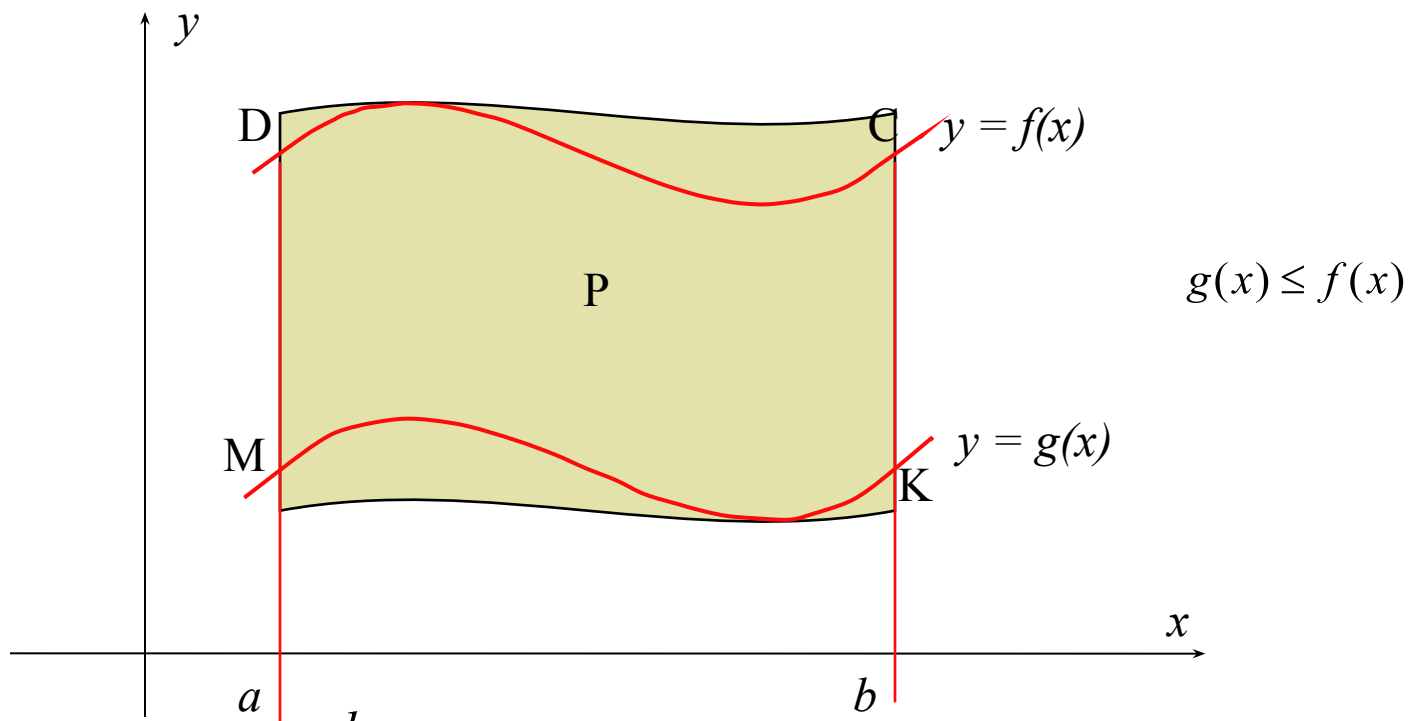


Плоские фигуры



$$S_p = S_{MDCK} = S_{aDCb} - S_{aMKb} =$$
$$= \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$

Плоские фигуры

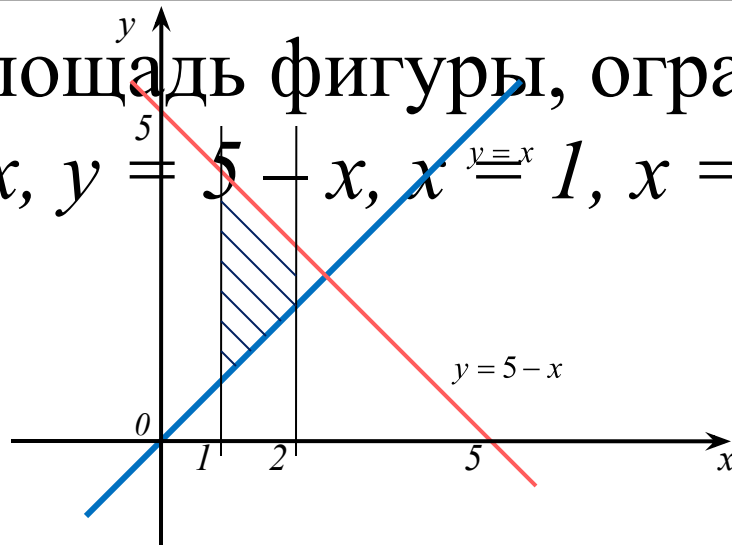


$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

Пример 1

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $y = 5 - x$, $x = 1$, $x = 2$

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$



$$S = \int_1^2 ((5 - x) - x) dx = \int_1^2 (5 - 2x) dx = (5x - x^2) \Big|_1^2 = (5 \cdot 2 - 2^2) - (5 \cdot 1 - 1^2) = 2$$

Итого : $S = 2$ ед. кв.

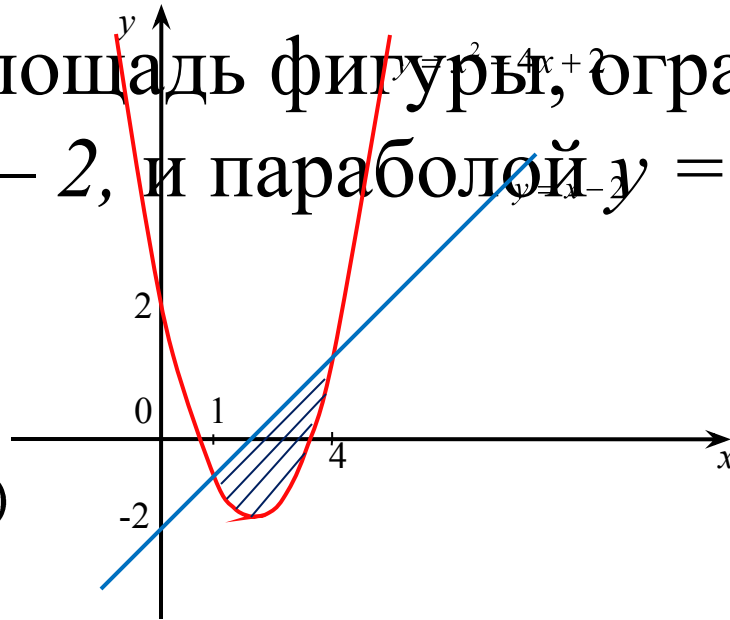
Пример 2

Вычислить площадь фигуры, ограниченной прямой $y = x - 2$, и параболой $y = x^2 - 4x + 2$

$$x^2 - 4x + 2 = x - 2$$

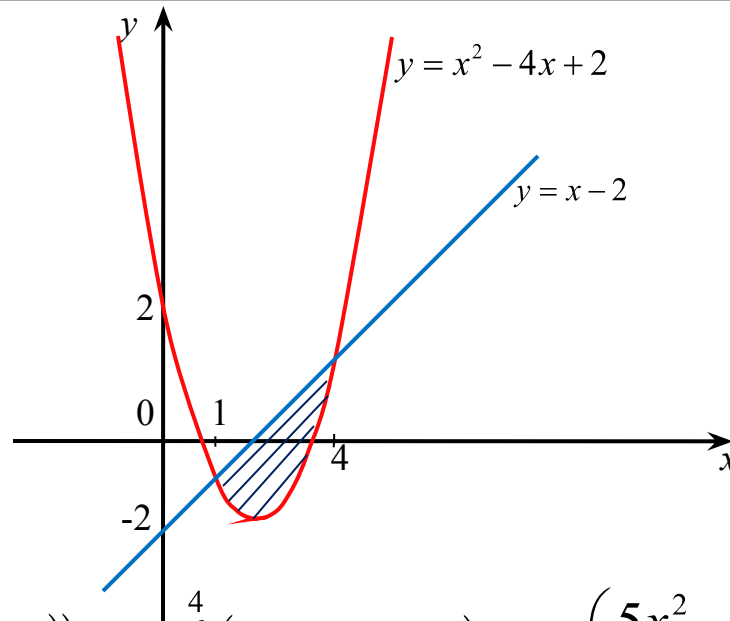
$$x_a^2 = 5x + \frac{b}{2a}, \quad y_a = y(x_a)$$

$$x_d = \frac{1 - 4}{2 \cdot 1} = 2; \quad y_a = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 2 = -2$$



Пример 2

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$



$$S = \int_1^4 ((x - 2) - (x^2 - 4x + 2)) dx = \int_1^4 (x^2 - 5x - 4) dx = \left(\frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_1^4 =$$

$$= \left(5 \cdot \frac{4^2}{2} - \frac{4^3}{3} - 4 \cdot 4 \right) - \left(5 \cdot \frac{1^2}{2} - \frac{1^3}{3} - 4 \cdot 1 \right) = 4,5$$

Итого : $S = 4,5$ ед. кв.

Задание 1

Вычислите площадь фигуры, ограниченной прямыми:

а) $y = x$, $y = -0,5x + 5$, $x = -1$, $x = 3$

б) $y = 1 - x$, $y = 3 - 2x$, $x = 0$

Задание 2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

а) $y = 1 - x^2, y = -x - 1$

б) $y = x^2 - 3x + 2, y = x - 1$

в) $y = x^2 + 2x - 3, y = -x^2 + 2x + 5$

г) $y = \cos x, y = -x, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$

Домашнее задание

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3$, $y = 8$, $y = 1$

б) $y = 4x - x^2$, $y = 4 - x$

в) $y = x^2 - 2x + 2$, $y = 2 + 6x - x^2$

г) $y = \sin x$, $y = \frac{1}{2}$, $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{5\pi}{6}$