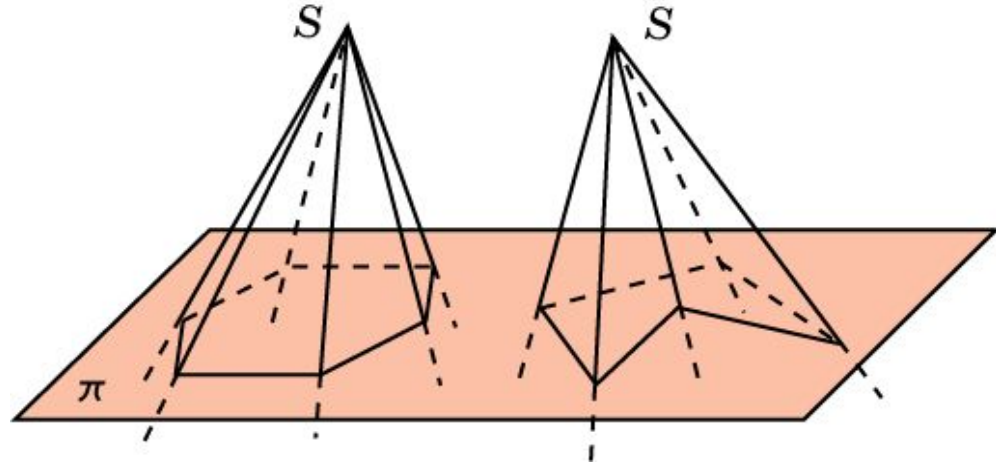


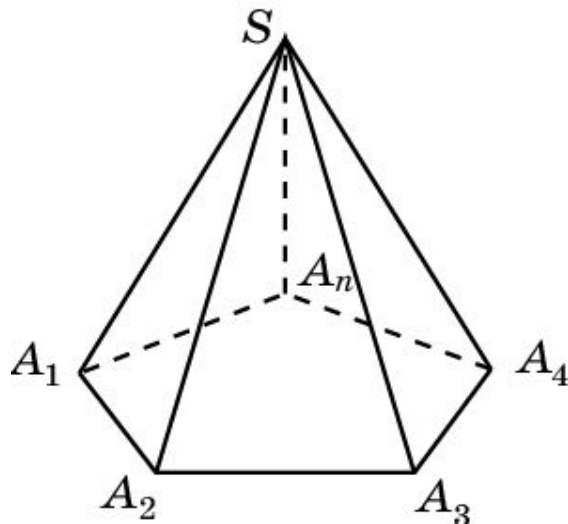
ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННЫЕ УГЛЫ

Многогранный угол называется **выпуклым**, если он является выпуклой фигурой, т. е. вместе с любыми двумя своими точками целиком содержит и соединяющий их отрезок.

На рисунке приведены примеры выпуклого и невыпуклого многогранных углов.



Теорема. Сумма всех плоских углов выпуклого многогранного угла меньше 360° .

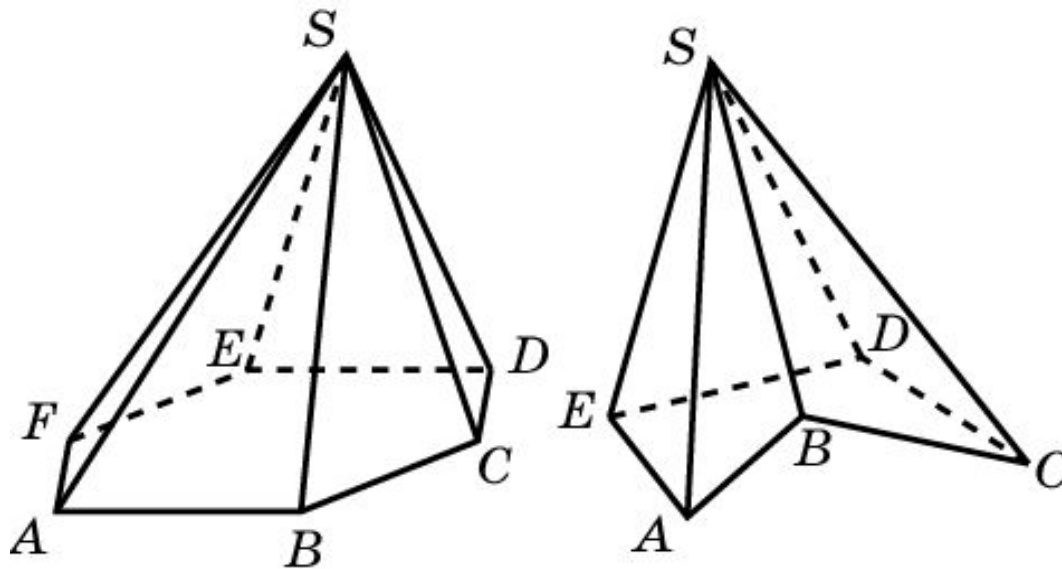


ВЫПУКЛЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Многогранник угол называется **выпуклым**, если он является выпуклой фигурой, т. е. вместе с любыми двумя своими точками целиком содержит и соединяющий их отрезок.

Куб, параллелепипед, треугольные призма и пирамида являются выпуклыми многогранниками.

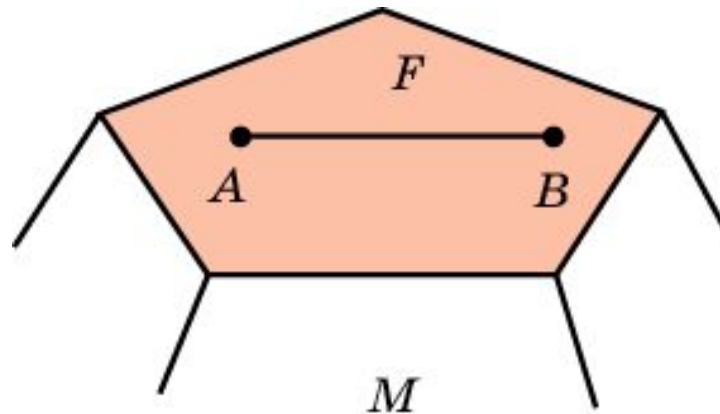
На рисунке приведены примеры выпуклой и невыпуклой пирамиды.



СВОЙСТВО 1

Свойство 1. В выпуклом многограннике все грани являются выпуклыми многоугольниками.

Действительно, пусть F - какая-нибудь грань многогранника M , и точки A, B принадлежат грани F . Из условия выпуклости многогранника M , следует, что отрезок AB целиком содержится в многограннике M . Поскольку этот отрезок лежит в плоскости многоугольника F , он будет целиком содержаться и в этом многоугольнике, т. е. F - выпуклый многоугольник.



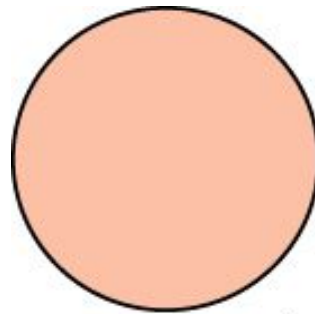
СВОЙСТВО 2

Свойство 2. Всякий выпуклый многогранник может быть составлен из пирамид с общей вершиной, основания которых образуют поверхность многогранника.

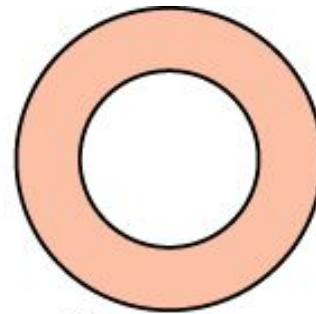
Действительно, пусть M - выпуклый многогранник. Возьмем какую-нибудь внутреннюю точку S многогранника M , т. е. такую его точку, которая не принадлежит ни одной грани многогранника M . Соединим точку S с вершинами многогранника M отрезками. Заметим, что в силу выпуклости многогранника M , все эти отрезки содержатся в M . Рассмотрим пирамиды с вершиной S , основаниями которых являются грани многогранника M . Эти пирамиды целиком содержатся в M , и все вместе составляют многогранник M .

Упражнение 1

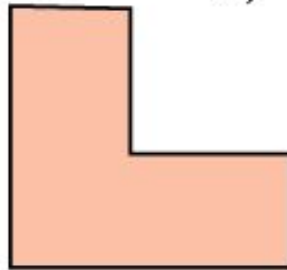
На рисунке укажите выпуклые и невыпуклые плоские фигуры.



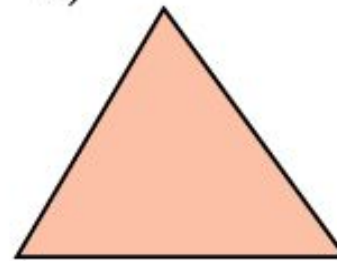
а)



б)



в)



г)

Ответ: а), г) – выпуклые; б), в) – невыпуклые.

Упражнение 2

Всегда ли пересечение выпуклых фигур является выпуклой фигурой?

Ответ: Да.

Упражнение 3

Всегда ли объединение выпуклых фигур является выпуклой фигурой?

Ответ: Нет.

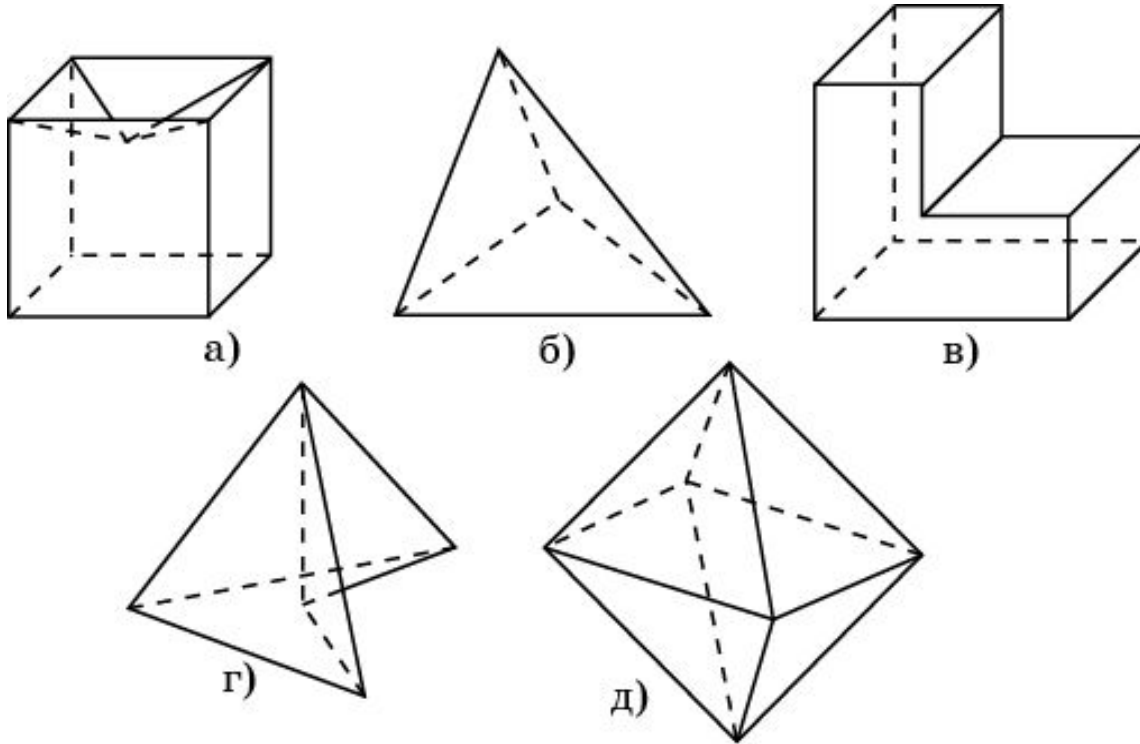
Упражнение 4

Можно ли составить выпуклый четырёхгранный угол с такими плоскими углами: а) 56° , 98° , 139° и 72° ; б) 32° , 49° , 78° и 162° ; в) 85° , 112° , 34° и 129° ; г) 43° , 84° , 125° и 101° .

Ответ: а) Нет; б) да; в) нет; г) да.

Упражнение 5

На рисунке укажите выпуклые и невыпуклые многогранники.



Ответ: б), д) – выпуклые; а), в), г) – невыпуклые.

Упражнение 6

Может ли невыпуклый многоугольник быть гранью выпуклого многогранника?

Ответ: Нет.

Упражнение 7

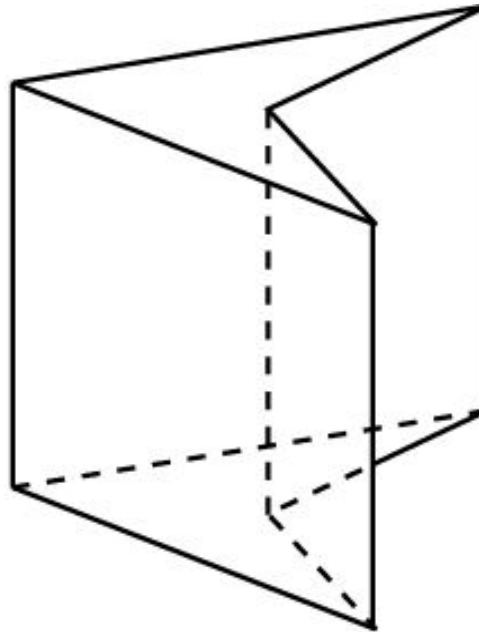
Может ли сечением выпуклого многогранника плоскостью быть невыпуклый многоугольник?

Ответ: Нет.

Упражнение 8

Нарисуйте какую-нибудь невыпуклую призму.

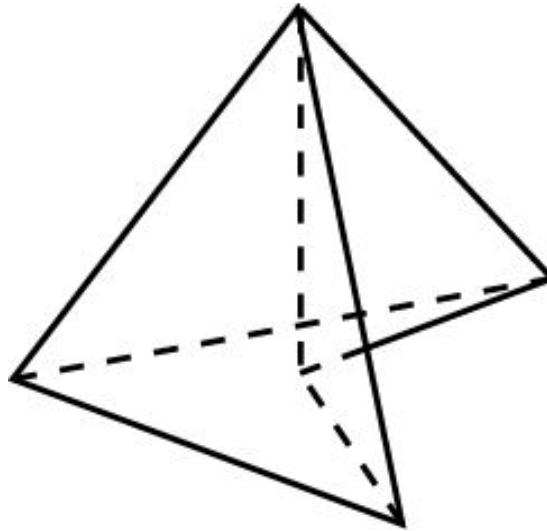
Ответ: Например,



Упражнение 9

Нарисуйте какую-нибудь невыпуклую пирамиду.

Ответ: Например,



Упражнение 10

Приведите пример невыпуклого многогранника, у которого все грани являются выпуклыми многоугольниками.

Ответ: Например, многогранник, составленный из семи кубов, называемый пространственным крестом.

