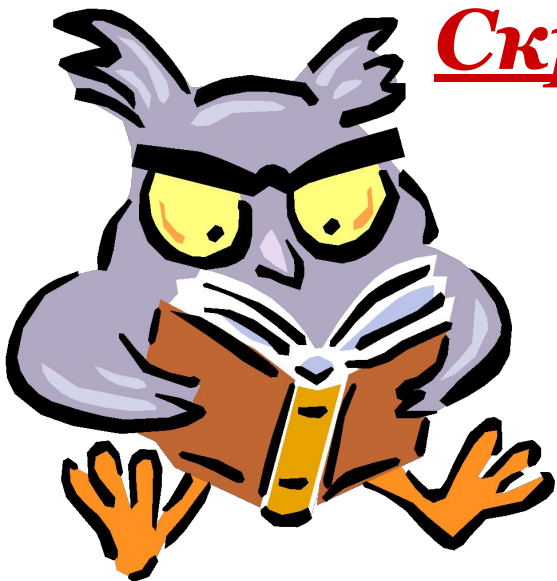


---

***Взаимное  
расположение прямых  
в пространстве.***

---

***Скрещивающиеся прямые.***

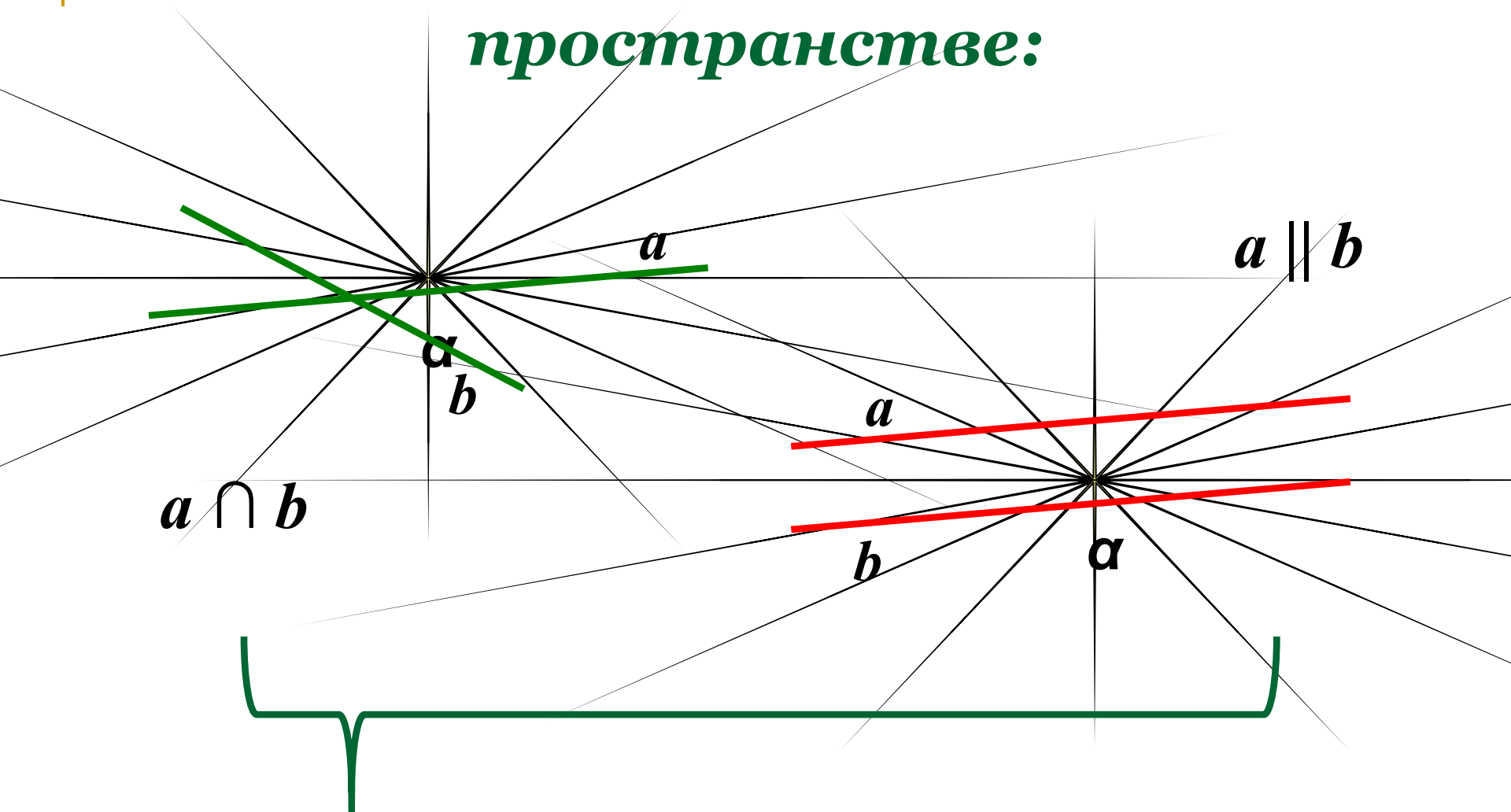


## *Цели урока:*

- *Ввести определение скрещивающихся прямых.*
- *Ввести формулировки и доказать признак и свойство скрещивающихся прямых.*

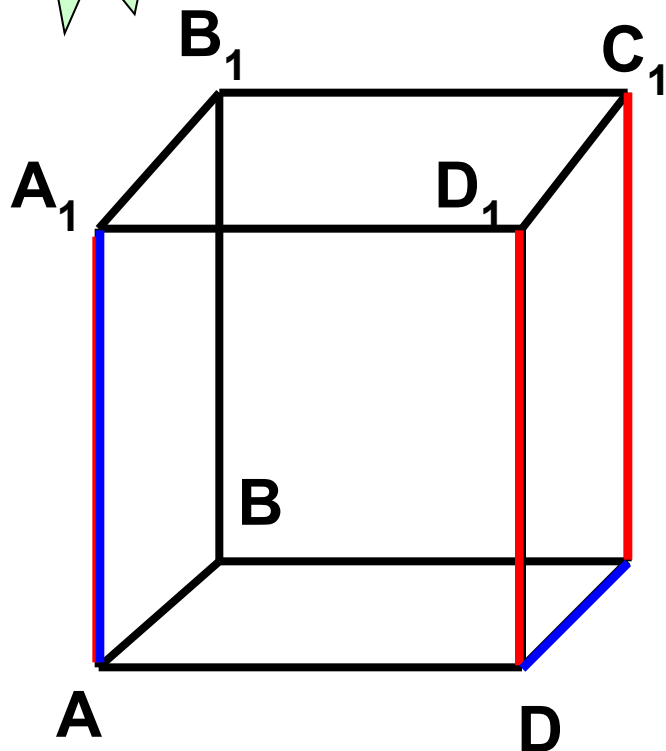


# Расположение прямых в пространстве:



**Лежат в одной плоскости!**

???



Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , как

противоположные стороны квадрата, лежат в одной

плоскости и не

$AA_1 \parallel DD_1$ ;  $DD_1 \parallel CC_1 \rightarrow AA_1 \parallel CC_1$

по теореме о трех

параллельных прямых.

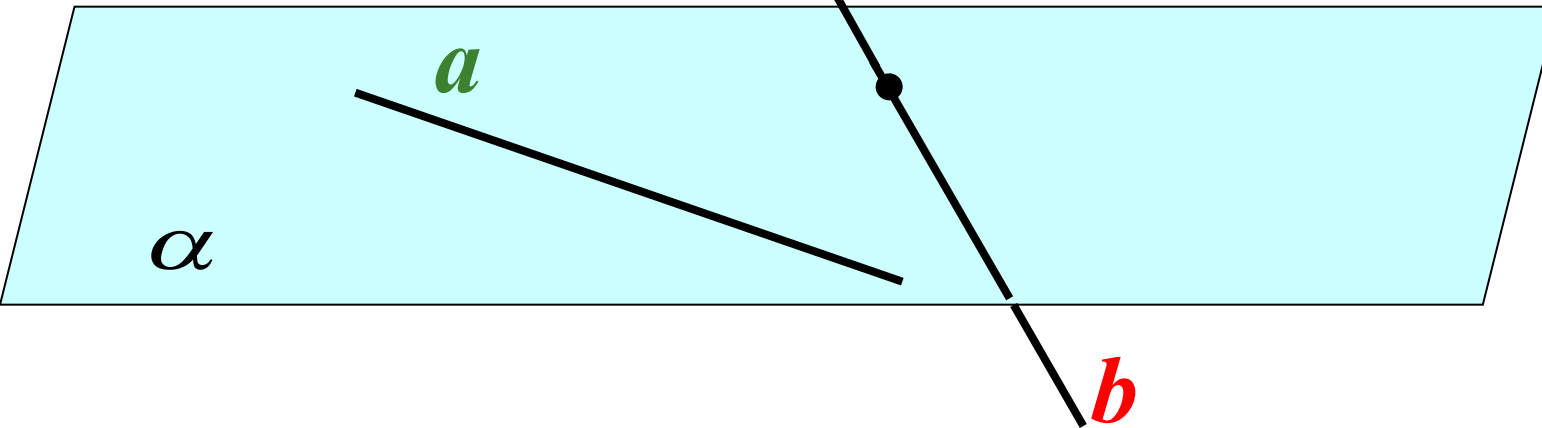
2. Являются ли  $AA_1$  и  $DC$  параллельными?  
Они пересекаются?

Две прямые называются

**скрещивающимися,**

если они не лежат в одной плоскости.

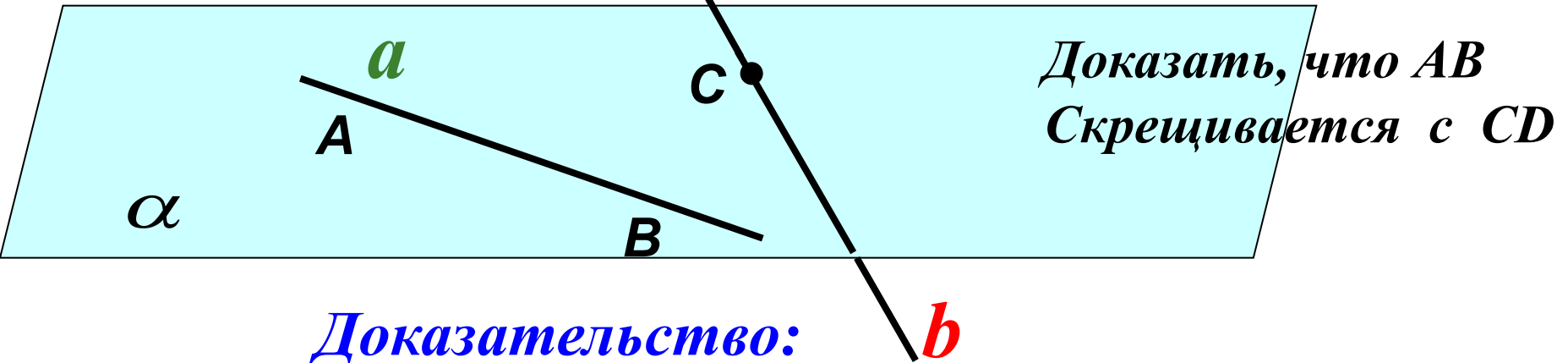
## *Признак скрещивающихся прямых.*



- *Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые **скрещивающиеся**.*

# Признак скрещивающихся прямых.

Дано:  $AB \subset \alpha$ ,  $CD \cap \alpha = C$ ,  $C \in AB$ .



**Доказательство:**

Допустим, что  $CD$  и  $AB$  лежат в одной плоскости.

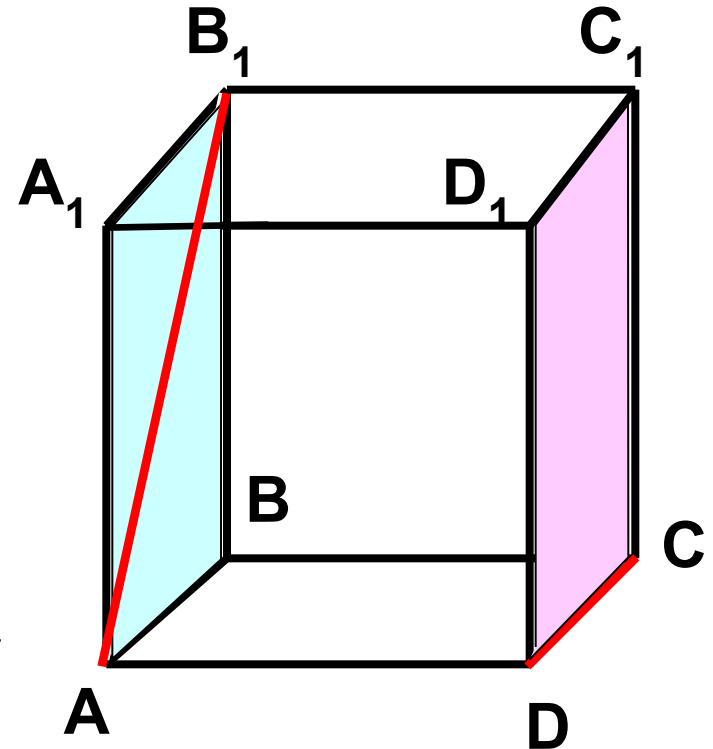
Пусть это будет плоскость  $\beta$ .

|  |  |   |                              |
|--|--|---|------------------------------|
| $C \in \alpha$ и $C \in \beta$           |  | → | $\alpha$ совпадает с $\beta$ |
| $AB \subset \alpha$ и $AB \subset \beta$ |  |   |                              |

**Плоскости совпадают, чего быть не может, т.к. прямая  $CD$  пересекает  $\alpha$ . Плоскости, которой принадлежат  $AB$  и  $CD$  не существует и следовательно по определению скрещивающихся прямых  $AB$  скрещивается с  $CD$ . Ч.т.д.**

# Закрепление изученной теоремы:

1. Определить взаимное расположение прямых  $AB_1$  и  $DC$ .
2. Указать взаимное расположение прямой  $DC$  и плоскости  $AA_1B_1B$ .
3. Является ли прямая  $AB_1$  параллельной плоскости  $DD_1C_1C$ ?



# Теорема:

- **Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой плоскости, и притом только одна.**

*Дано:  $AB$  скрещивается с  $CD$ .*

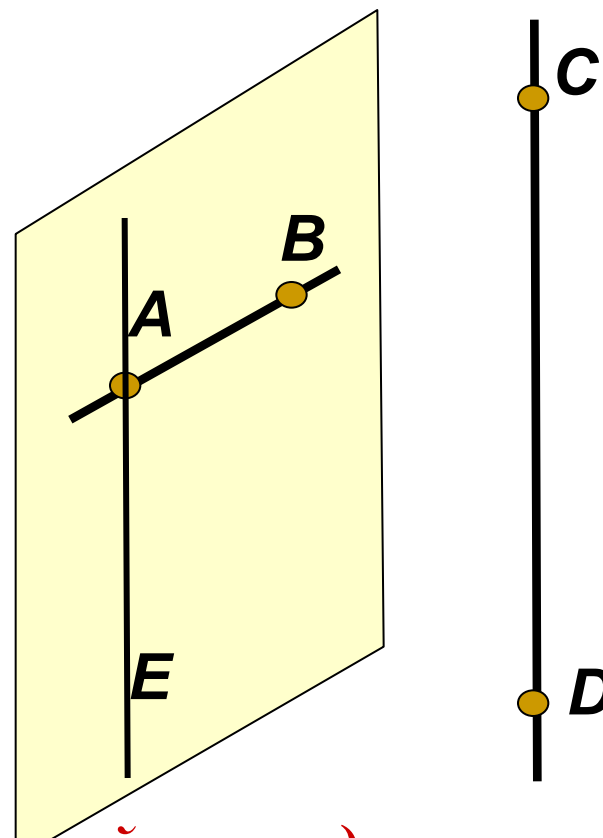
*Построить  $\alpha$ :  $AB \subset \alpha$ ,  $CD \parallel \alpha$ .*

*Доказать, что  $\alpha$  – единственная.*

- 1. Через точку  $A$  проведем прямую  $AE$ ,  $AE \parallel CD$ .*
- 2. Прямые  $AB$  и  $AE$  пересекаются и образуют плоскость  $\alpha$ .  $AB \subset \alpha$ ,  $CD \parallel \alpha$ .  $\alpha$  – единственная плоскость.*

*3. Доказательство:*

*$\alpha$  – единственная по следствию из аксиом. Любая другая плоскость, которой принадлежит  $AB$ , пересекает  $AE$  и, следовательно, прямую  $CD$ .*



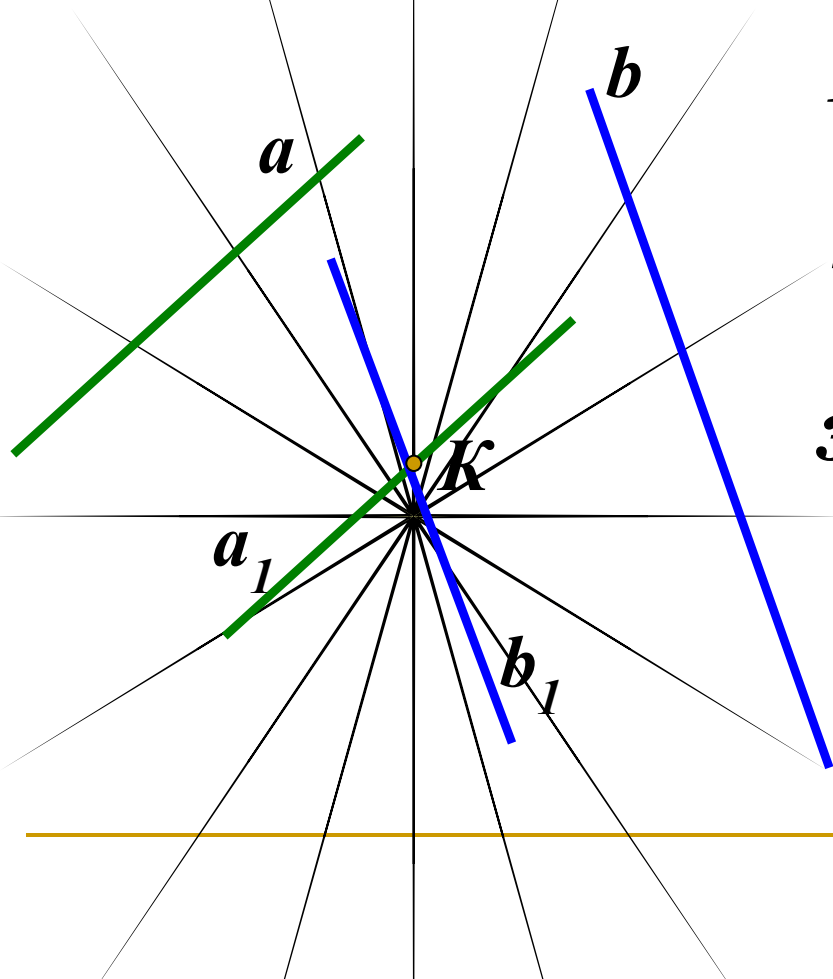


# Задача.

- Построить плоскость  $\alpha$ , проходящую через точку  $K$  и параллельную скрещивающимся прямым  $a$  и  $b$ .

## Построение:

1. Через точку  $K$  провести прямую  $a_1 \parallel a$ .
2. Через точку  $K$  провести прямую  $b_1 \parallel b$ .
3. Через пересекающиеся прямые проведем плоскость  $\alpha$ .  $\alpha$  – искомая плоскость.





## Задача №34.

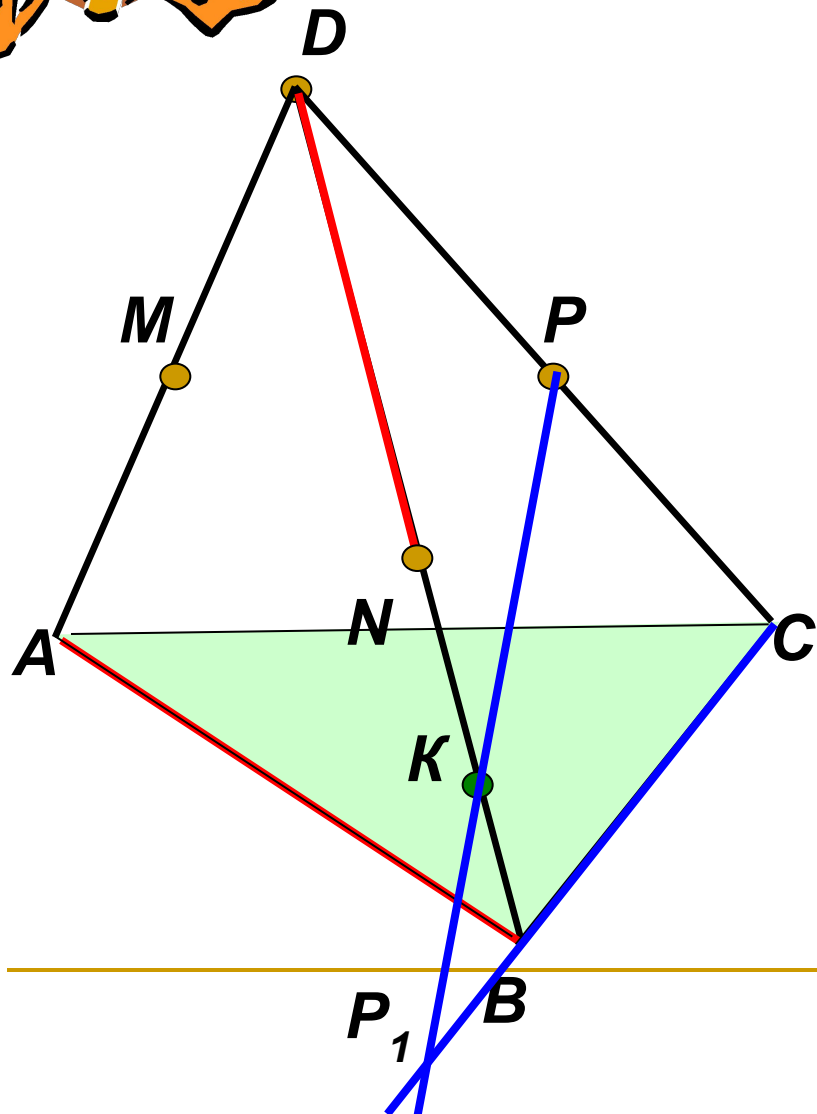
Дано:  $D \notin (ABC)$ ,

$AM = MD$ ;  $BN = ND$ ;  $CP = PD$

$K \in BN$ .

Определить взаимное  
расположение прямых:

- а)  $ND$  и  $AB$
- б)  $PK$  и  $BC$
- в)  $MN$  и  $AB$





## Задача №34.

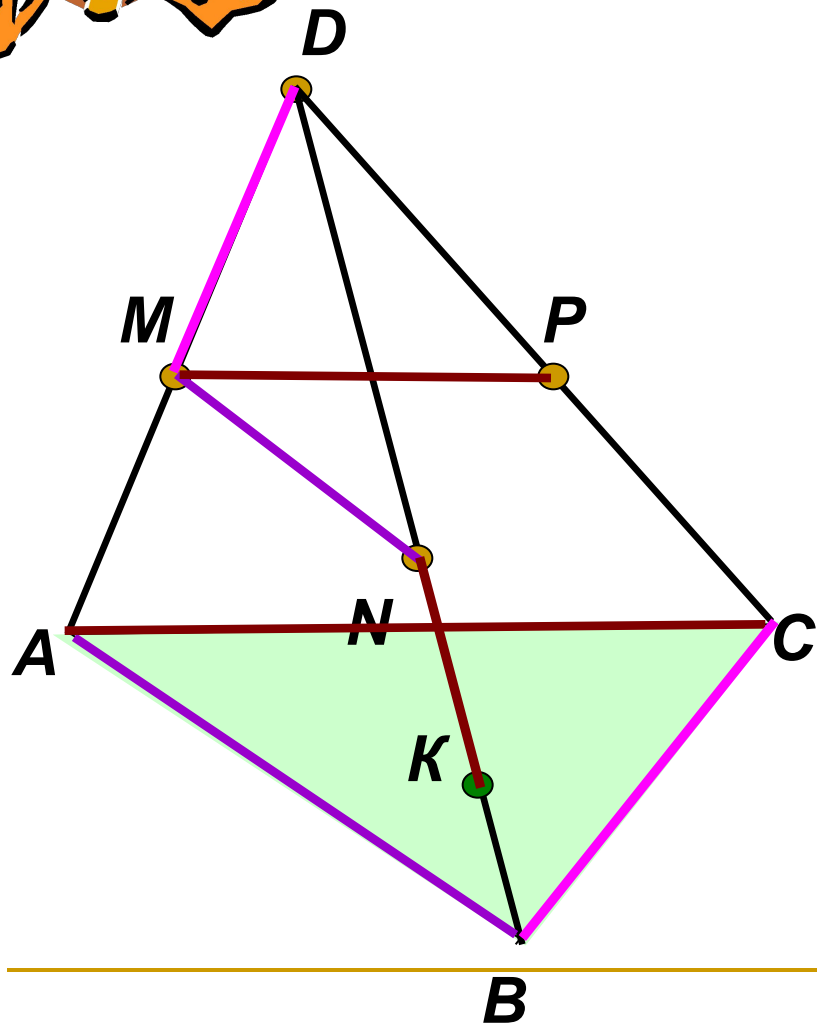
Дано:  $D \notin (ABC)$ ,

$AM = MD$ ;  $BN = ND$ ;  $CP = PD$

$K \in BN$ .

Определить взаимное  
расположение прямых:

- а)  $ND$  и  $AB$
- б)  $PK$  и  $BC$
- в)  $MN$  и  $AB$
- г)  $MP$  и  $AC$
- д)  $KN$  и  $AC$
- е)  $MD$  и  $BC$



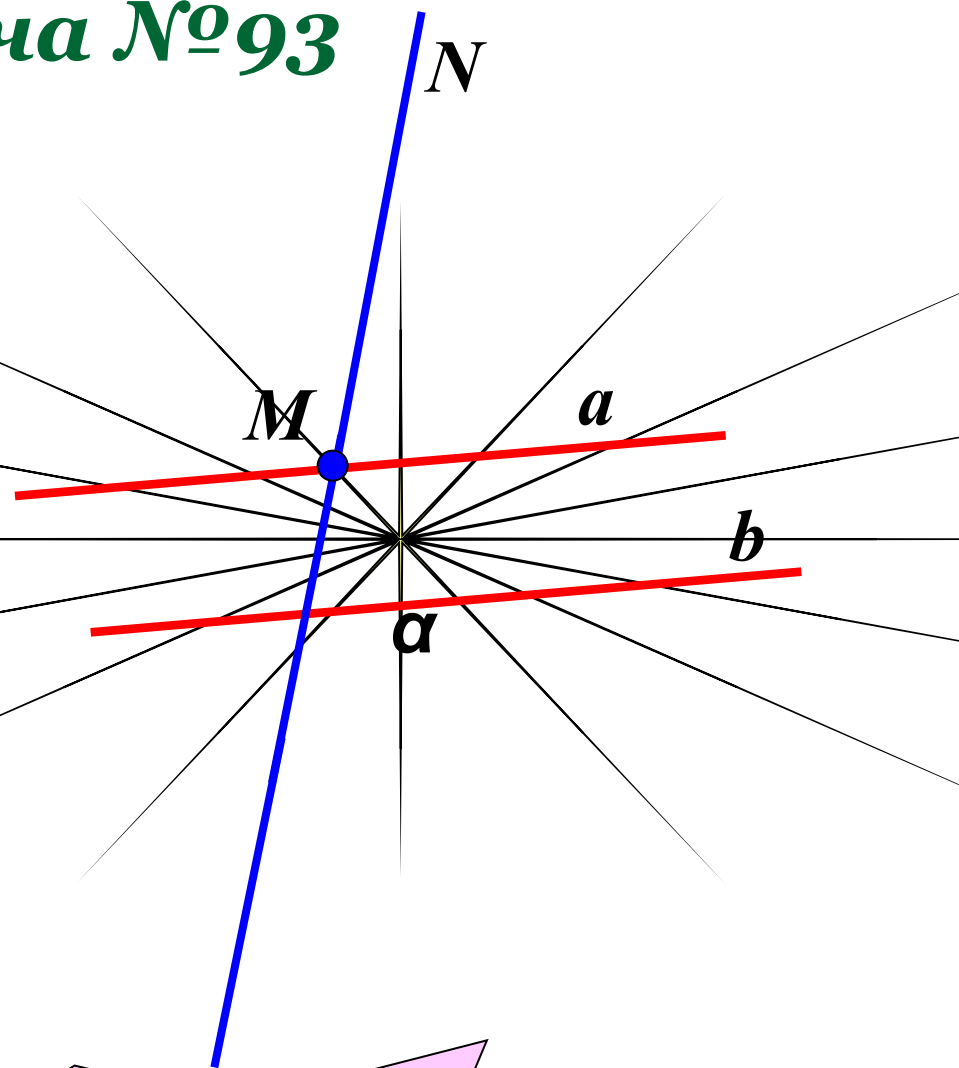


## Задача №93

Дано:  $a \parallel b$

$MN \cap a = M$

**Определить**  
взаимное расположение  
прямых  $MN$  и  $b$ .



**Скрещивающиеся.**