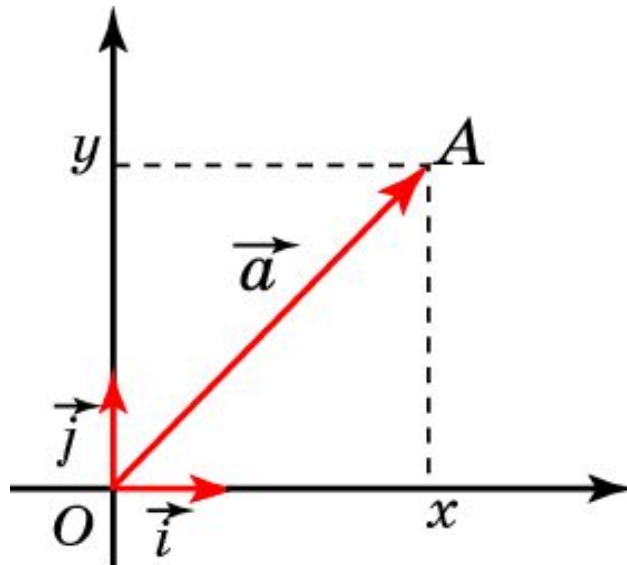


Координаты вектора

Пусть на плоскости задана прямоугольная система координат. Определим понятие координат вектора. Для этого отложим вектор так, чтобы его начало совпало с началом координат. Тогда координаты его конца называются **координатами вектора**.

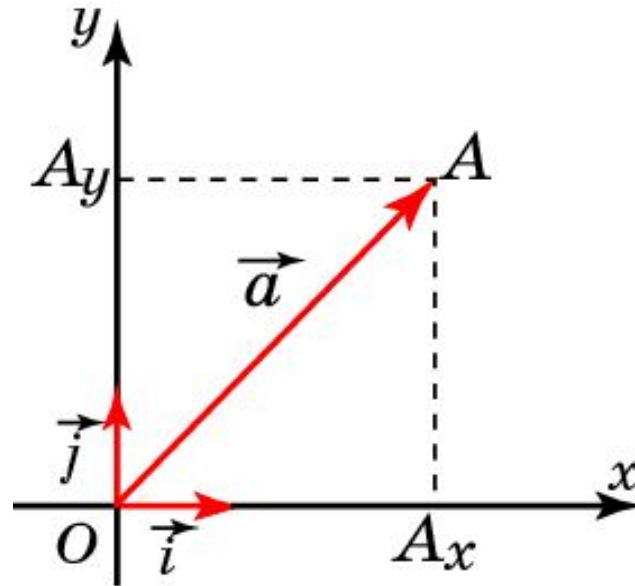
Обозначим i , j векторы с координатами $(1, 0)$, $(0, 1)$ соответственно. Их длины равны единице, а направления совпадают с направлениями соответствующих осей координат.

Будем рисовать эти векторы, отложенными от начала координат и называть их **координатными векторами**.



Теорема

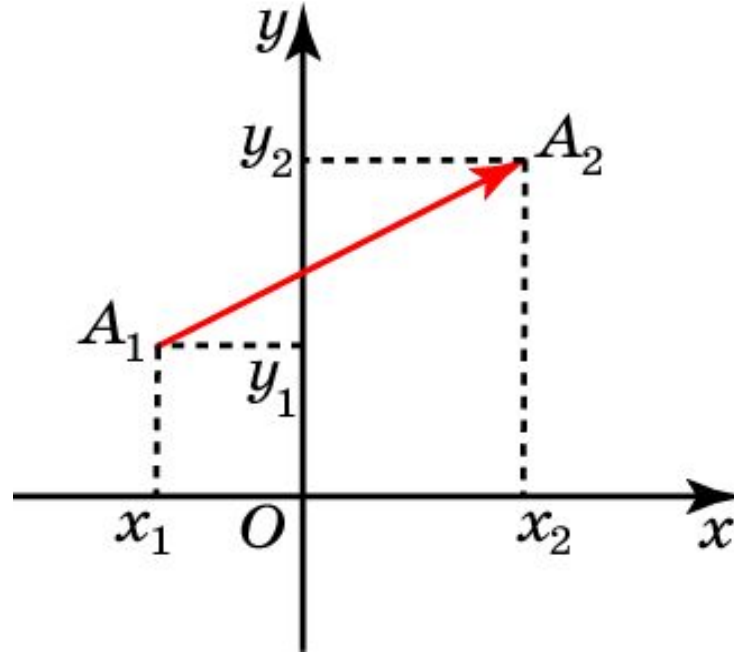
Теорема. Вектор a имеет координаты (x, y) тогда и только тогда, когда он представим в виде $\vec{a} = xi + yj$.



Доказательство. Отложим вектор a от начала координат, и его конец обозначим через A . Имеет место равенство $\vec{OA} = \vec{OA}_x + \vec{OA}_y$. Точка A имеет координаты (x, y) тогда и только тогда, когда выполняются равенства $\vec{OA}_x = xi$, $\vec{OA}_y = yj$ и, значит, $\vec{a} = xi + yj$.

Пример

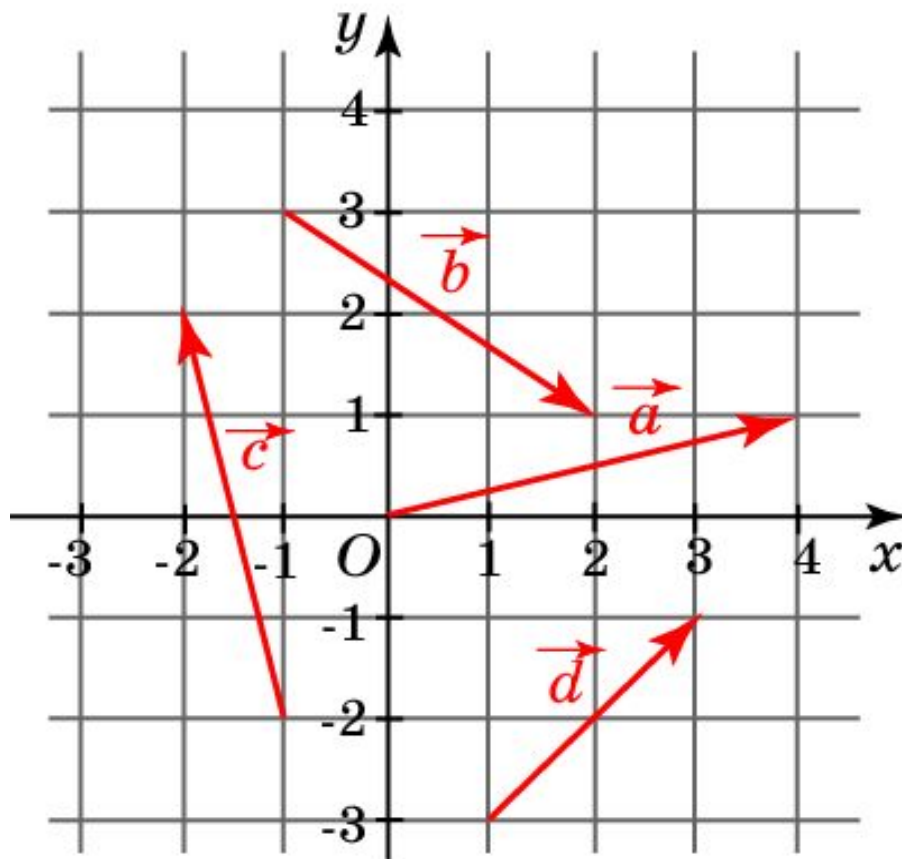
Найдите координаты и длину вектора $\overrightarrow{A_1A_2}$, если точки A_1, A_2 имеют координаты $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$.



Решение: Вектор $\overrightarrow{A_1A_2}$ имеет координаты $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$. Его длина равна длине отрезка A_1A_2 . Используя формулу длины отрезка, получаем $|\overrightarrow{A_1A_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Упражнение 1

Найдите координаты векторов, изображенных на рисунке.



Ответ: $(4, 1)$; $(3, -2)$; $(-1, 4)$; $(2, 2)$.

Упражнение 2

Назовите координаты векторов:

а) $\vec{a} = -2\vec{i} + 6\vec{j}$;

б) $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j}$;

в) $\vec{c} = -3\vec{j}$;

г) $\vec{d} = -5\vec{i}$.

Ответ: а) $(-2, 6)$; б) $(1, 3)$; в) $(0, -3)$; г) $(-5, 0)$.

Упражнение 3

Найдите координаты вектора $\overrightarrow{A_1A_2}$, если точки A_1 , A_2 имеют координаты $(-3, 5)$, $(2, 3)$ соответственно.

Ответ: $(5, -2)$.

Упражнение 4

Выразите длину вектора a через его координаты (x, y) .

Ответ: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Упражнение 5

Найдите координаты точки N , если вектор \vec{MN} имеет координаты $(4, -3)$ и точка $M - (1, -3)$.

Ответ: $(5, -6)$.

Упражнение 6

Найдите координаты вектора \overrightarrow{AB} , если: а) $A (2, -6)$, $B (-5, 3)$; б) $A (1, 3)$, $B (6, -5)$; в) $A (-3, 1)$, $B (5, 1)$.

Ответ: а) $(-7, 9)$; б) $(5, -8)$; в) $(8, 0)$.

Упражнение 7

Вектор \overrightarrow{AB} имеет координаты (a, b) . Найдите координаты вектора \overrightarrow{BA} .

Ответ: $(-a, -b)$.

Упражнение 8

Даны три точки $A(1, 1)$, $B(-1, 0)$, $C(0, 1)$. Найдите такую точку $D(x, y)$, чтобы векторы \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD} были равны.

Ответ: $(-2, 0)$.

Упражнение 9

Найдите координаты векторов $\vec{a} + b$ и $\vec{a} - b$, если $(1, 0)$, $(0, 3)$.

Ответ: $(1, 3)$ и $(1, -3)$.

Упражнение 10

Даны векторы $a(-1, 2)$ и $b(2, -4)$. Найдите координаты вектора:

а) $3\vec{a} + 2b$;

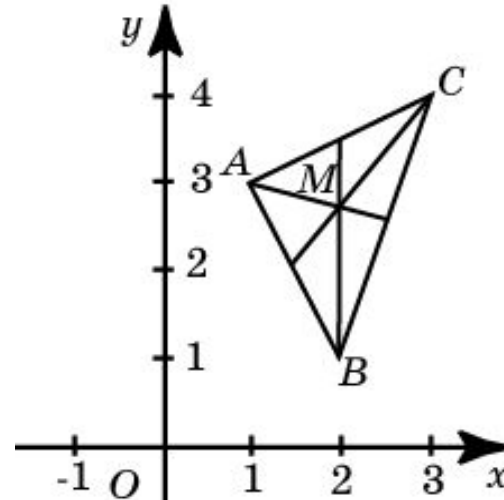
б) $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$;

в) $-\vec{a} + 5b$.

Ответ: а) (1, -2); б) (-1, 2); в) (11, -22).

Упражнение 11

Вершины треугольника имеют координаты $A(1, 3)$, $B(2, 1)$ и $C(3, 4)$. Найдите координаты точки M пересечения медиан.



Решение: $\vec{AM} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$. $\vec{AB}(1, -1)$, $\vec{AC}(2, 2)$.

Следовательно, \vec{AM} имеет координаты $(1, \frac{1}{3})$.

Точка M имеет координаты $(2, 2\frac{2}{3})$.