

---

# Использование Диофантовых уравнений при решении задач в математике и химии

# Цель:

---

Рассмотреть использование  
неопределенных уравнений  
при решении задач  
в математике и химии



---

**Диофант**  
Александрийский

-древнегреческий  
математик  
живший в  
III веке.

---

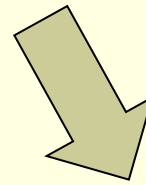
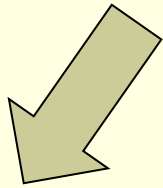
$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

Ответ: 84 года

# Виды Диофантовых уравнений

---

1-ой степени



$$ax+by=c$$

$$ax+by+cz=d$$

# Однородное уравнение

## в целых числах

---

**В уравнении  $ax+by=c$ , если  $c=0$ , то оно называется однородным уравнением и имеет вид  $ax+by=0$ .**

**Это уравнение имеет бесконечное множество решений в целых числах.**

# Теорема

Если числа  $a$  и  $b$  - взаимно простые, то уравнение вида  $ax+by=0$  имеет бесконечно много решений в целых числах.

**Доказательство:**

Рассмотрим уравнение  $80x+126y=0$

Разложим коэффициенты  $a = 80$  и  $b=126$  на простые множители:

$a = 2^4 * 5$  и  $b= 2 * 3 * 7$ . После сокращения на 2 мы получим уравнение

$40x+63y=0, (1)$  40 и 63- взаимно простые числа

Перепишем уравнение (1) в виде:

$$2^4 * 5 * x = -3 * 7 * y. (2)$$

$$y = 2^3 * 5 * u = 40u, (3)$$

$$x = 3 * 7 * v = 63v, (4) \quad u = -v$$

все пары  $(u; -u)$  вида  $(-n; n)$

уравнения (2) можно записать в виде:  $x = 63n, y = -40n$

При  $n=1, (63; -40)$ , при  $n=2, (126; -80)$  и т.д.

# Однородное уравнение в целых числах в случае когда $c \neq 0$

---

$$4x - 6y = 17$$

Это уравнение не будет иметь решений т.к. 4 и 6-кратны 2, а 17 не кратно 2

$$4x - 6y = 18, \quad 2x - 3y = 9, \quad x = (9 + 3y)/2,$$

выделим целую часть из полученной дроби и представим  $x$  в виде целой дробной части.

$$X = y + 4 + (y + 1)/2 \quad (y + 1)/2 - \text{является целым числом}$$

Пусть  $(y + 1)/2 = n$ , где  $n$  - целое.

$$y = 2n - 1$$

$$X = 2n - 1 + 4 + (2n - 1 + 1)/2$$

$$X = 3n + 3$$

Ответ:  $x = 3n + 3; 2n - 1$ , где  $n \in \mathbb{Z}$



# Задача «Покупки»

Отправляясь за покупками, я имел в кошельке около 15 рублей

~~отдельными рублями и 20-ти копеечными монетами.~~

Возвратившись, я принес столько отдельных рублей, сколько было у меня первоначально 20-ти копеечных монет, и столько 20-ти копеечных, сколько имел я раньше отдельных рублей. Всего же уцелела у меня в кошельке треть той суммы, с какой я отправлялся за покупками.

Сколько стоили покупки?

X- первоначальное                      у- 20-ти копеечные монеты

$100x+20y$       было до похода в магазин

$100y+20x$       стало после похода в магазин

$$100x+20y=3(100y+20x)$$

Ответ: 960 копеек

# Задача по химии

Даны два сплава железа и магния массой 100г и 80г соответственно. Известно, что в первом сплаве железа в два раза больше, чем во втором, а масса магния одинакова. Установите количественный состав сплавов.

Решение:

Пусть  $m(\text{Fe})_2 = x \Rightarrow m(\text{Fe})_1 = 2x$        $\text{Mg} = y$

Получим уравнения  $2x + y = 100$  (1)       $x + y = 80$  (2)

Выразим из 2-ого уравнения  $x$  и подставим в 1-ое уравнение.

$$2(80 - y) + y = 100$$

$$160 - 2y + y = 100$$

$$160 - y = 100$$

$$160 - 100 = y$$

$$y = 60$$

$$100 - 60 = 40 \text{ ( Fe1)}$$

$$80 - 60 = 20 \text{ ( Fe2)}$$

Ответ: 40г., 20г.

# ВЫВОДЫ

Умения решать Диофантовы уравнения способствуют:

-нахождению остроумных и простых решений;

-развитию математических навыков и логического мышления;

- быстрой и правильному решению задач по другим предметам.