

Лекция 12. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

План лекции:

1. Метод крутого восхождения или метод Бокса-Уилсона.
2. Симплексный метод оптимизации.

Методы поиска экстремума

градиентные

градиента

крутого
восхождения

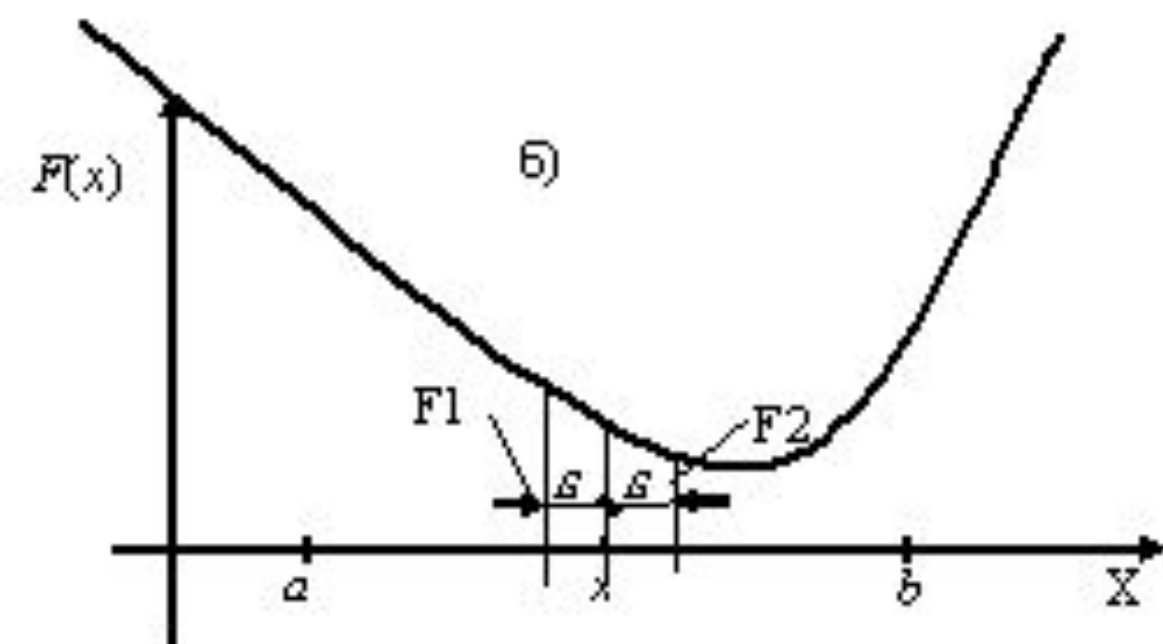
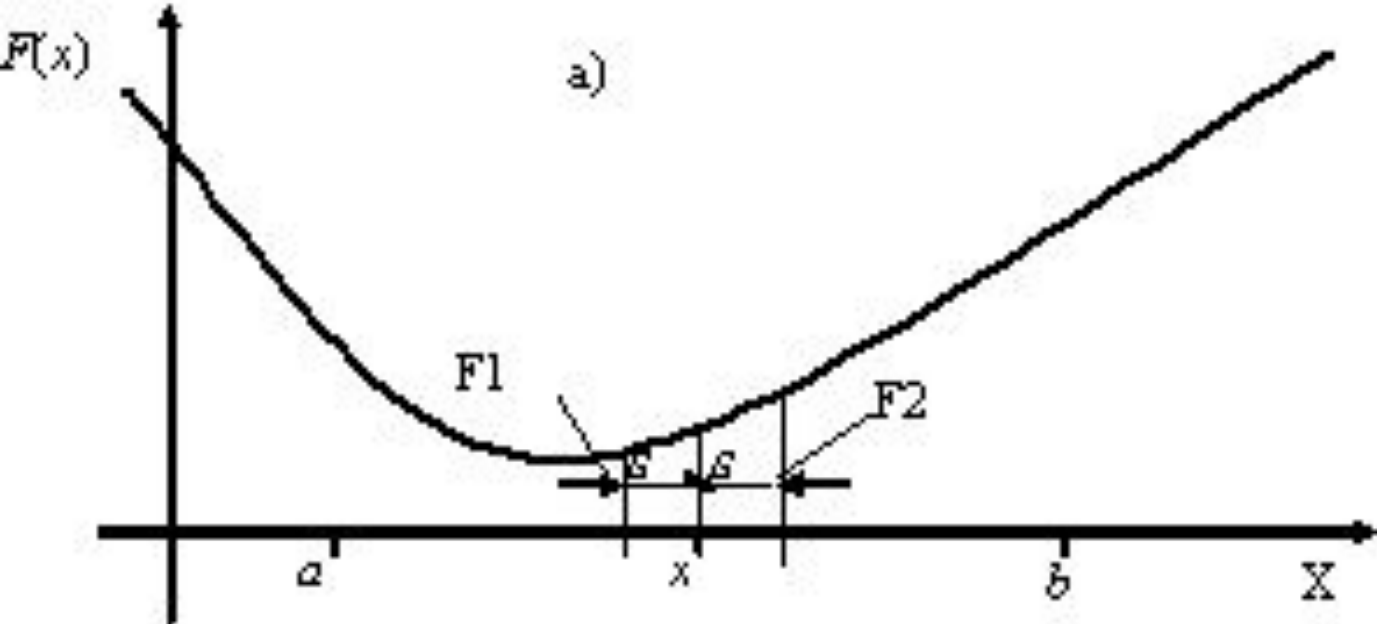
сопряженных
градиентов

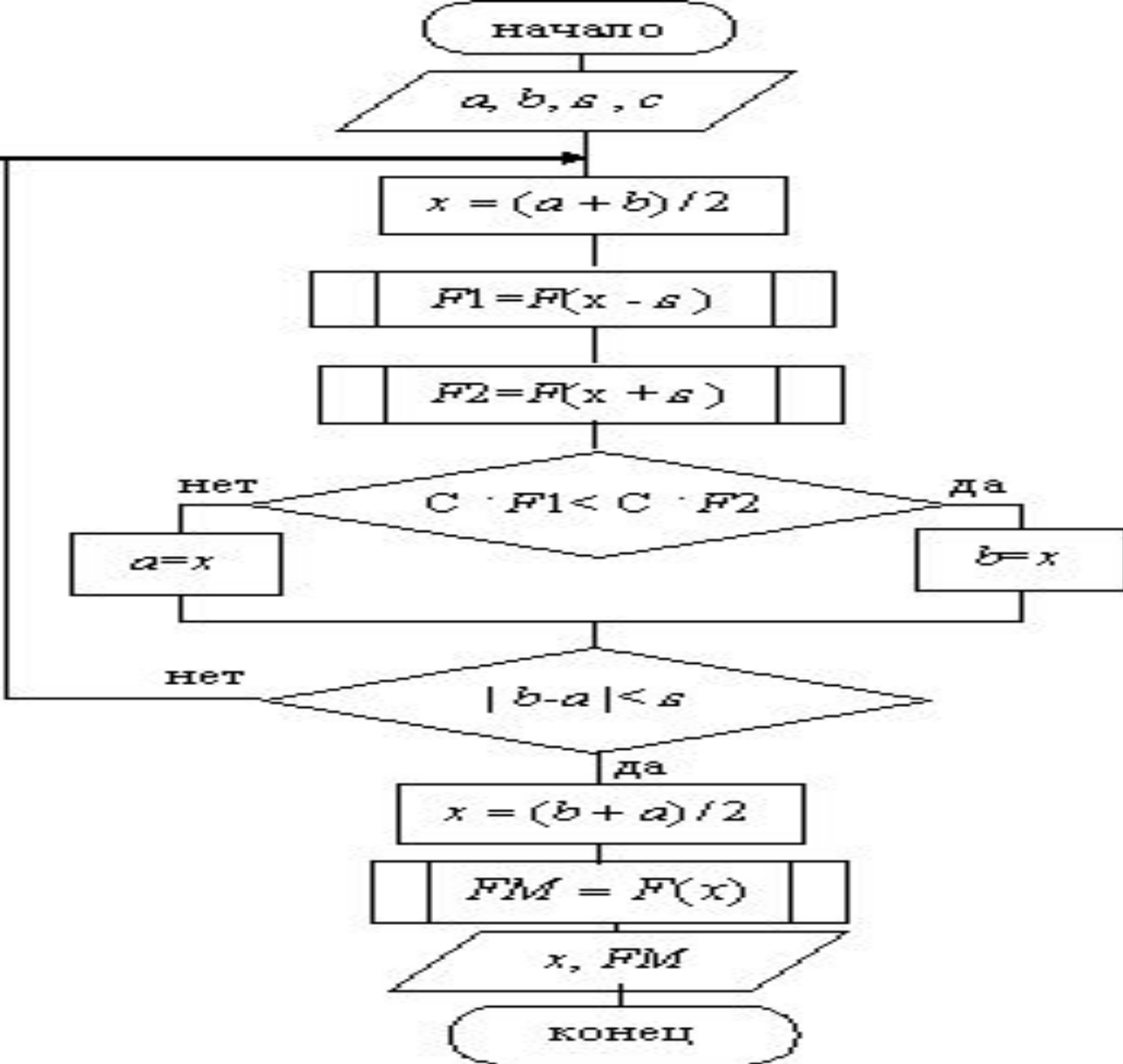
неградиентные

Гаусса—
Зайделя

случайного
поиска

симплексный





$$c = \begin{cases} 1, & (\min F(x)), \\ -1, & (\max F(x)) \end{cases}$$

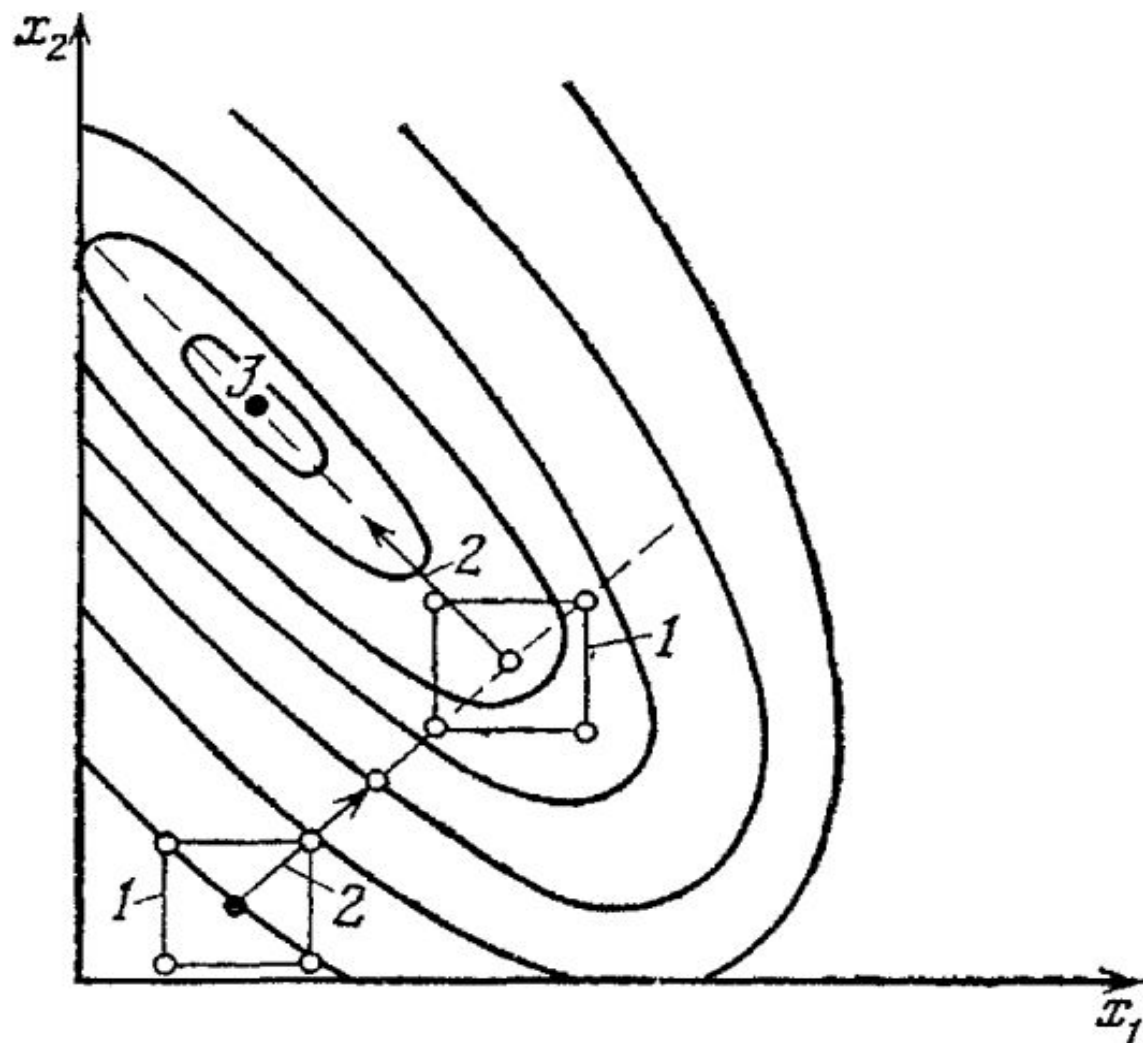


Рис. 7.1. Основные этапы метода Бокса–Уилсона:
 1 – план эксперимента для линейной модели; 2 – линейное приближение градиента; 3 – стационарная область

Метод золотого сечения

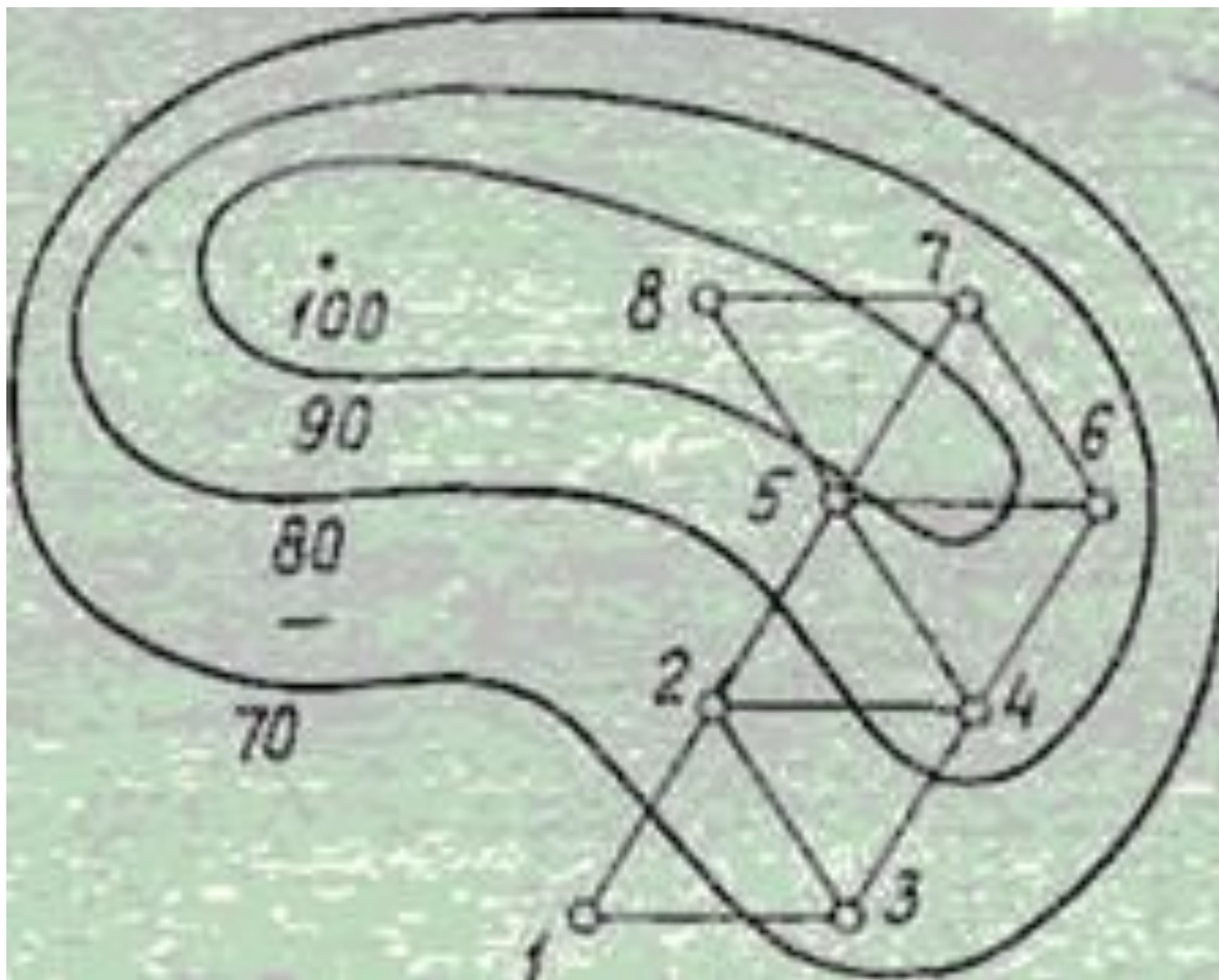


$$\frac{b-a}{b-x_1} = \frac{b-a}{x_2-a} = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618\dots$$

$$x_1 = b - \frac{(b-a)}{\phi}$$

$$x_2 = a + \frac{(b-a)}{\phi}$$

Симплексный метод оптимизации.



Расчётные формулы

$$k_j = \sqrt{\frac{1}{2 * j * (j + 1)}}$$

$$R = j * k_j \quad (*)$$

Матрица исходного симплекса

Номер опыта	X_1	X_2	...	X_{n-1}	X_n	Функция отклика
1	K_1	K_2	...	K_{n-1}	K_n	Y_1
2	$-R_1$	K_2	...	K_{n-1}	K_n	Y_2
3	0	$-R_2$...	K_{n-1}	K_n	Y_3
...
$n-1$	0	0	...	K_{n-1}	K_n	Y_{n-1}
n	0	0	...	$-R_{n-1}$	K_n	Y_n
$n+1$	0	0	...	0	$-R_n$	Y_{n+1}

Условия начальной серии ОПЫТОВ

Номер опыта	X_1	X_2	X_3	X_4
1	0,5	0,289	0,204	0,158
2	-0,5	0,289	0,204	0,158
3	0	-0,578	0,204	0,158
4	0	0	-0,612	0,158
5	0	0	0	-0,632

$$x_i = x_{0i} + \Delta x_i * Y_i$$

$$x_i = \frac{2}{N} * \left(\sum_{j=1}^{n+1} x_{ji} - x_i^* \right) - x_i^*$$

где n —число факторов в матрице планирования,

j —номер опыта;

i —номер фактора;

x_i^* —значение i -го фактора в самом «неудачном» опыте предыдущего симплекса.

Значения уровней факторов и шагов варьирования

Фактор	Основной уровень	Шаг варьирования
$x_2 \left(\frac{\text{кмоль}}{\text{м}^3} \right)$	1,0	0,1
$x_2 \left(\frac{\text{кмоль}}{\text{м}^3} \right)$	1,5	0,2
$x_3 \text{ (}^\circ\text{C)}$	60,0	5,0

Оптимизация симплексным методом

Номер опыта	x_1	x_2	x_3	Функция отклика
1	1,05	1,56	61	72,3
2	0,95	1,56	61	70,1
3	1,00	1,38	61	65,4
4	1,00	1,50	57	68,2
5	1,00	1,70	58	73,9
6	1,00	1,72	63	76,5

Условия проведения 5-го опыта

$$x_{51} = \frac{2}{3} * (1.05 + 0.95 + 1) - 1 = 1$$

$$x_{52} = \frac{2}{3} * (1.56 + 1.56 + 1.5) - 1.38 = 1.7$$

$$x_{53} = \frac{2}{3} * (61 + 61 + 57) - 61 = 58$$