

Система подготовки к ЕГЭ по математике

Решение задач на смеси,
растворы и сплавы

Рулева Т.Г.
МОУ СОШ №42
г. Петрозаводск
Республика Карелия





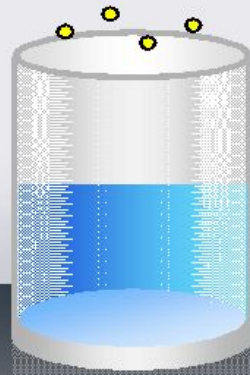
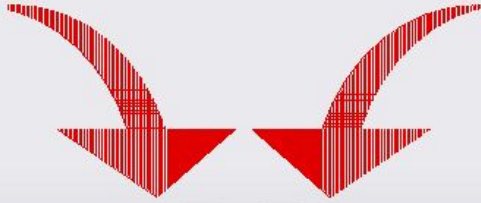
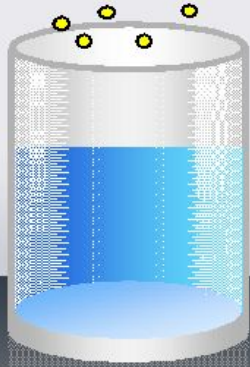
Задача № 1



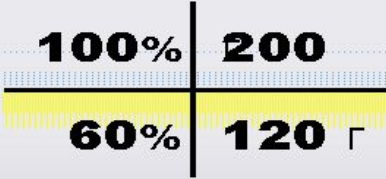
Задача № 2



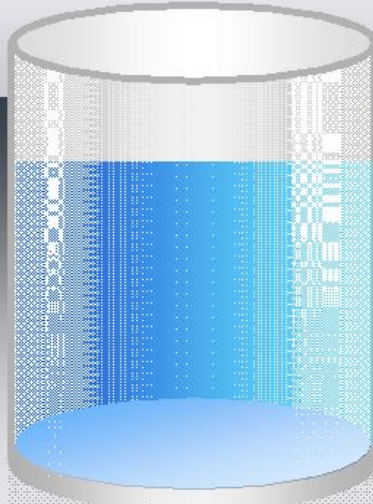
$$\frac{300 \cdot 50}{100}$$



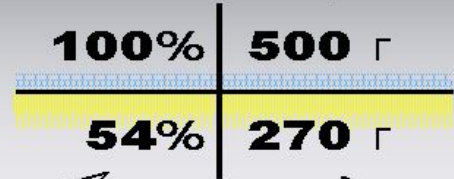
$$\frac{120 \cdot 100}{60}$$



Какой раствор получится при смешивании 300 граммов 50%-ного раствора соли и раствора, в котором 120 граммов соли составляют 60%?



$$300 + 200$$

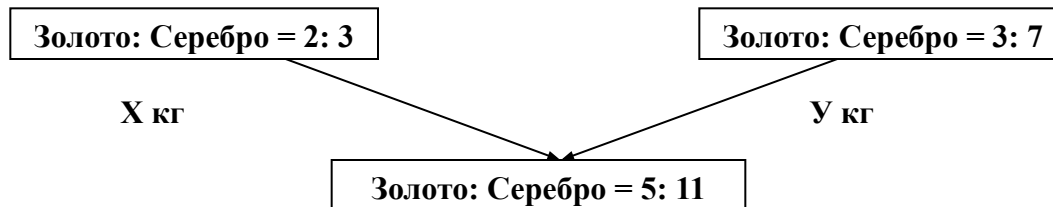


$$\frac{270 \cdot 100}{500}$$

$$150 + 120$$



Имеются сплавы золота и серебра. В одном эти металлы находятся в отношении 2: 3, а в другом в отношении 3: 7. Сколько нужно взять от каждого сплава, чтобы получить 1 кг нового, в котором золото и серебро находились бы в отношении 5: 11?



По этой схеме уравнение $x + y = 1$ показывает массу нового сплава. Определяем массу золота в каждом сплаве и получаем уравнение

$$\frac{2}{5} * x + \frac{3}{10} * y = \frac{5}{16} * 1$$

Аналогично массу серебра и получаем уравнение

$$\frac{3}{5} * x + \frac{7}{10} * y = \frac{11}{16} * 1$$

Записываем одну из систем:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{2}{5} x + \frac{3}{10} y = \frac{5}{16} \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{3}{5} x + \frac{7}{10} y = \frac{11}{16} \end{cases}$$

Решая ее, получаем $x = 0,125$ и $y = 0,875$

Ответ: 125 г и 875 г.



Имеются два сплава меди со свинцом. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65%. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

1. Изобразим сплавы в виде прямоугольников

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{М} & \\ \hline 15\% & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{С} & \\ \hline 65\% & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{М} & \text{С} \\ \hline 30\% & \\ \hline \end{array}$$

$x(\text{г}) \qquad (200 - x)(\text{г}) \qquad 200(\text{г})$

$$0,15x + 0,65(200 - x) = 0,3 * 200 \rightarrow x = 140$$

2. Обозначим

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{М} & \\ \hline 15\% & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{С} & \\ \hline 65\% & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{М} & \text{С} \\ \hline 30\% & \\ \hline \end{array}$$

$x(\text{г}) \qquad y(\text{г}) \qquad 200(\text{г})$

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 0,15x + 0,65y = 0,3 * 200 \end{cases}$$

$$x = 140 \text{ и } y = 60$$



Ответ: 140г меди и 60г свинца



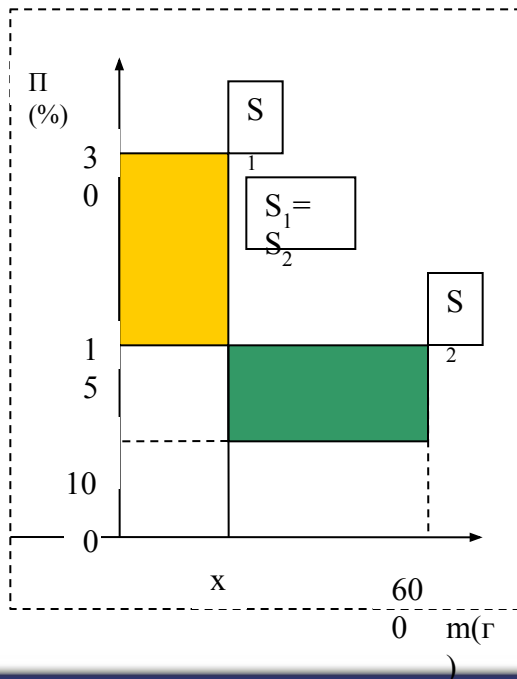
Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-ым раствором и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора надо было взять?

- Решение 1: аналитическая модель. Обозначим x массу первого раствора, тогда масса второго $(600 - x)$. Составим уравнение:
$$30x + 10 \cdot (600 - x) = 600 \cdot 15 \qquad x = 150$$

- Решение 2: с использованием графика.

Приравнивание площадей равновеликих прямоугольников:

$$15x = 5(600 - x)$$
$$x = 150$$



Ответ: 150г 30% и 450г 10% раствора



Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с содержанием 30% никеля?

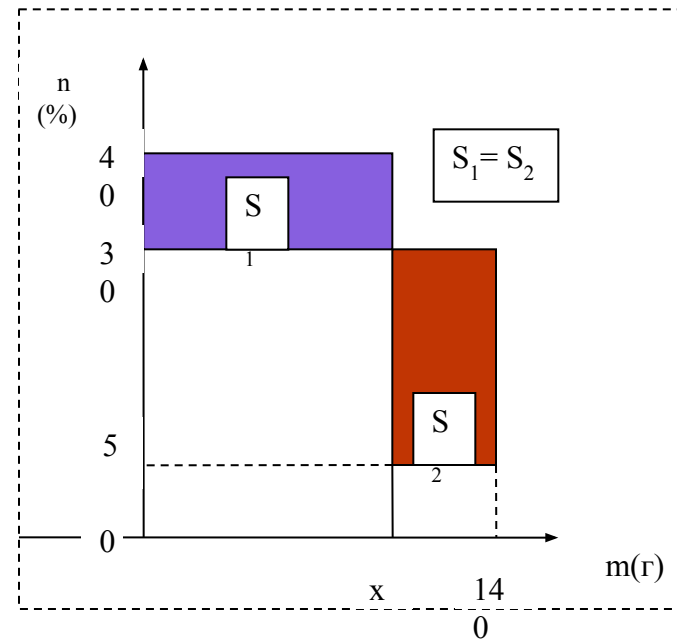
- С использованием графика:
(приравнивание площадей
равновеликих
прямоугольников)

$$10 * x = 25 * (140 - x)$$

$$x = 100$$

$$140 - 100 = 40$$

Ответ: 100 т и 40 т





Имеется два кислотных раствора: один 20%, другой 30%.
Взяли 0,5 л первого и 1,5 л второго раствора и образовали
новый раствор. Какова концентрация кислоты в новом
растворе?

- Так как первый раствор 20 % - й, то в нем 0,2 объема занимает «чистая» кислота. Так как объем первого раствора равен 0,5л, то в этом количестве содержится $0,2 * 0,5 = 0,1$ л «чистой» кислоты.
- Аналогично во втором растворе будет содержаться $0,3 * 1,5 = 0,45$ л «чистой» кислоты.
- При смешивании растворов получим $0,5 + 1,5 = 2$ л кислотного раствора, в котором $0,1 + 0,45 = 0,55$ л «чистой» кислоты.
- Отсюда следует, что концентрация кислоты в новом растворе есть отношение $0,55 : 2 = 0,275$, т.е. 27,5%.

Ответ: концентрация кислоты в новом растворе 27,5%



Имеется руда из двух пластов с содержанием меди 6% и 11%. Сколько «бедной» руды надо взять, чтобы получить при смешивании с «богатой» 20 т руды с содержанием меди 8%?

Аналитическая модель:

Переведем проценты в дроби:

6%=0,06; 11%=0,11; 8%=0,08

Пусть надо взять x т «бедной» руды, которая будет содержать $0,06x$ т меди, а «богатой» руды надо взять $(20-x)$ т, которая будет содержать $0,11(20 - x)$ т меди.

Так как получившиеся 20 т руды будут содержать $20 \cdot 0,08$ т меди, то получим уравнение:

$$0,06x + 0,11(20 - x) = 20 \cdot 0,08.$$

Решив уравнение, получим $x = 12$.

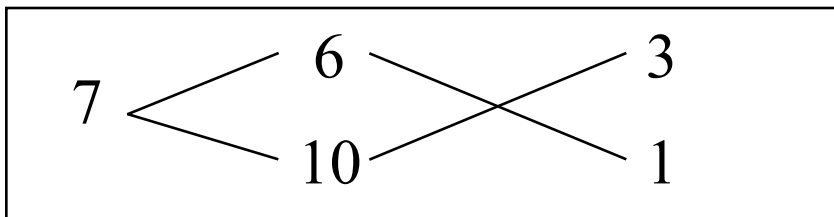
Ответ: 12т руды с 6% содержанием меди





Старинный способ решения задач на смешивание двух веществ

У некоторого человека были на продажу масла двух сортов: одно ценою 10 гривен за ведро, другое же 6 гривен за ведро. Захотелось ему сделать из этих двух масел, смешав их, масло ценою 7 гривен за ведро. Какие части этих двух масел нужно взять, чтобы получить ведро масла ценою 7 гривен?

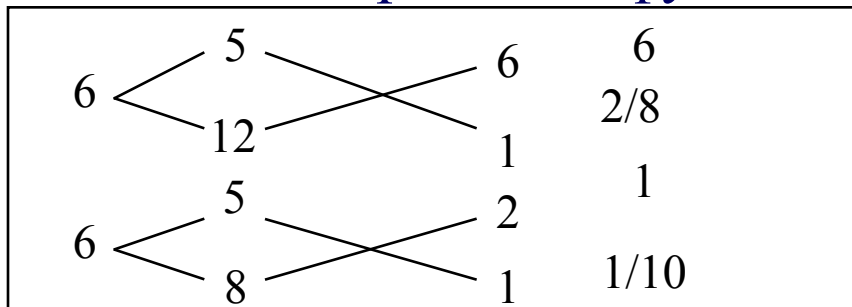


Из схемы делаем заключение, что дешевого масла нужно взять втрое больше, чем дорогого, т.е. для получения одного ведра ценою 7 гривен нужно взять дорогого масла $1/4$ ведра, а дешевого масла $3/4$.



Способ Л.Ф.Магницкого для трех веществ

- Некто имеет чай трех сортов –цейлонский по 5 гривен за фунт, индийский по 8 гривен за фунт и китайский по 12 гривен за фунт. В каких долях нужно смешать эти сорта, чтобы получить чай стоимостью 6 гривен за фунт?



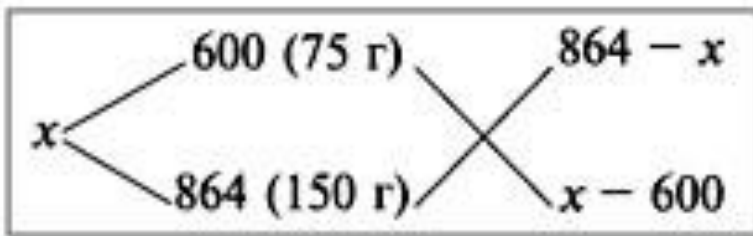
- Взять $6+2=8$ частей чая ценой по 5 гривен и по одной части ценой 8 гривен и 12 гривен за один фунт. Возьмем $8/10$ фунта чая ценой по 5 гривен за фунт и по $1/10$ фунта чая ценой 8 и 12 гривен за фунт, то получим 1 фунт чая ценой $8/10*5 + 1/10*8 + 1/10*12 = 6$ гривен





Сплавим два слитка серебра: 75 г 600-й и 150 г 864-й пробы. Определить пробу сплава.

- Пусть проба сплава равна x .
Составим диагональную схему:



- Получаем:
 $(864 - x) : (x - 600) = 75 : 150$
 $1728 - 2x = x - 600$
 $x = 776.$

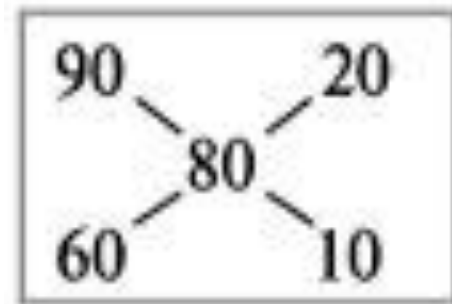
Ответ: сплав 776-й пробы.





«Правило креста»

- При решении задач на смешивание растворов разных концентраций используется «правило креста». В точке пересечения двух прямых обозначают концентрацию смеси. У концов этих прямых слева от точки пересечения указывают концентрации составных частей смеси, а справа – разности концентраций смеси и ее составных частей:



- Например, для приготовления 30 г 80%-го раствора H_3PO_4 требуется взять 20 г 90%-го и 10 г 60%-го растворов кислоты.

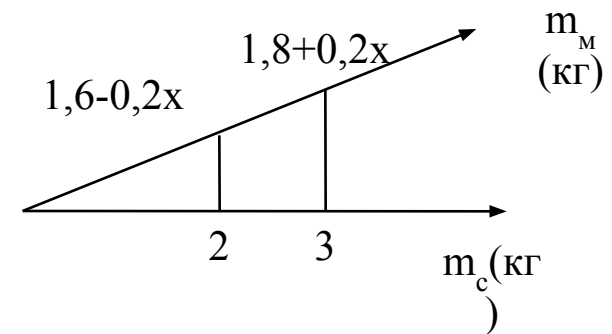


От двух кусков сплава с массами 3 кг и 2 кг и с концентрацией меди 0,6 и 0,8 отрезали по куску равной массы. Каждый из отрезанных кусков сплавлен с остатком другого куска, после чего концентрация меди в обоих сплавах стала одинаковой. Какова масса каждого из отрезанных кусков?

- Обозначим массу отрезанного куска x (кг).
- Так как в обоих сплавах концентрация меди после двух операций стала одинаковой, то массы сплавов и массы меди в этих сплавах пропорциональны.
- Первоначально массы меди в сплавах равны $0,6 \cdot 3$ (кг) и $0,8 \cdot 2$ (кг).
- После того, как отрезали куски массой x (кг), содержание меди стало $0,6(3-x)$ и $0,8(2-x)$, а после сплавления $0,6(3-x) + 0,8x$ и $0,8(2-x) + 0,6x$

$$\frac{1,8 + 0,2x}{1,6 - 0,2x} = \frac{3}{2}, \quad x = 1,2$$

Ответ: 1,2 кг





Латунь – сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 11 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавил с 12 кг меди и получили латунь, в которой 75% меди. Сколько килограммов меди было в куске латуни первоначально?

- Обозначим искомую величину за x .
- Тогда масса первоначального куска латуни $2x - 11$, а его содержание меди составляет $p = \frac{100x}{2x - 11}$ процентов.
- Поскольку «медность» куска меди 100%, то по правилу квадрата получаем:



p	25
	75
100	$75 - p$

$$\frac{25}{75 - p} = \frac{2x - 11}{12}, x = 22,5$$

Ответ: 22,5 кг меди было в куске латуни.



В бидон налили 4л молока трехпроцентной жирности и 6л молока шестипроцентной жирности. Сколько процентов составляет жирность молока в бидоне?

- Обозначим искомую величину за X .
- По правилу квадрата получим:

$$\begin{array}{cc} 3 & 6 - x \\ & x \\ 6 & x - 3 \end{array}$$

- Составим пропорцию:

$$\frac{6 - x}{x - 3} = \frac{4}{6}, \quad x = 4,8$$



Ответ: 4,8 % - жирность молока.



ЕГЭ - 2009

задачи на смеси и сплавы

1. Сплавляли 2 кг сплава цинка и меди, содержащего 20% цинка, и 6 кг сплава цинка и меди, содержащего 40% цинка. Найдите процентную концентрацию меди в получившемся сплаве.

Ответ: 65% меди.



2. Для приготовления маринада необходим 2% раствор уксуса. Сколько нужно добавить воды в 100 г 9%-го раствора уксуса, чтобы получить раствор для маринада?

Ответ: 350 г воды





«Только из союза двоих, работающих вместе и при помощи друг друга, рождаются великие вещи».

Антуан Де Сент-Экзюпери



«При единении и малое растет, при раздоре и величайшее распадается».

Саллюстий Гай Крисп