

Системы счисления.

МБУ гимназия №48

г. Тольятти

учитель

информатики

Давыдова А.А.

Система счисления - это знаковая система, в которой числа записываются по определённым правилам, с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Алфавиты различных систем

СЧИСЛЕНИЯ:

ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЕЛ

Современная	Египетская (иероглифич.)	Египетская (иероглифич.)	Вавилонская	Греческая (аттическая)	Греческая (ионическая)	Римская	Древнееврейская	Индийцев майя	Древнетайская (палочк.)	Древнекит. (иероглифическая)	Индийск. (девангаги)	Арабская (алфавит)	Арабская (современная)	Арабская (гобари)
1			∩	ι	Α	I	⌘	•	一	一	1	1	1	1
2			∩∩	ιι	Β	II	⌘⌘	••	二	二	2	2	2	2
3			∩∩∩	ιιι	Γ	III	⌘⌘⌘	•••	三	三	3	3	3	3
4		4	∩∩∩∩	ιιιι	Δ	IIII	⌘⌘⌘⌘	••••	四	四	4	4	4	4
5		5	∩∩∩∩∩	ιιιιι	Ε	V	⌘⌘⌘⌘⌘	•••••	五	五	5	5	5	5
6		6	∩∩∩∩∩∩	ιιιιιι	Ϝ	VI	⌘⌘⌘⌘⌘⌘	••••••	六	六	6	6	6	6
7		7	∩∩∩∩∩∩∩	ιιιιιιι	Ζ	VII	⌘⌘⌘⌘⌘⌘⌘	•••••••	七	七	7	7	7	7
8		8	∩∩∩∩∩∩∩∩	ιιιιιιιι	Η	VIII	⌘⌘⌘⌘⌘⌘⌘⌘	••••••••	八	八	8	8	8	8
9		9	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	ιιιιιιιιι	Θ	IX	⌘⌘⌘⌘⌘⌘⌘⌘⌘	•••••••••	九	九	9	9	9	9
10	∩	∩	<	Δ	Ι	X	∩		十	十	10	10	10	10
20	∩∩	<	∩∩	ΔΔ	Κ	XX	∩	•	二十	二十	20	20	20	20
30	∩∩∩	∩	∩∩∩	ΔΔΔ	Λ	XXX	∩	•	三十	三十	30	30	30	30
40	∩∩∩∩	∩	∩∩∩∩	ΔΔΔΔ	Μ	XL	∩	•	四十	四十	40	40	40	40
50	∩∩∩∩∩	∩	∩∩∩∩∩	∩	Ν	L	∩	•	五十	五十	50	50	50	50
60	∩∩∩∩∩∩	∩	∩	∩Δ	Ξ	LX	∩	•	六十	六十	60	60	60	60
70	∩∩∩∩∩∩∩	∩	∩	∩ΔΔ	Ο	LXX	∩	•	七十	七十	70	70	70	70
80	∩∩∩∩∩∩∩∩	∩	∩	∩ΔΔΔ	Π	LXXX	∩	•	八十	八十	80	80	80	80
90	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	∩	∩	∩ΔΔΔΔ	Ϟ	XC	∩	•	九十	九十	90	90	90	90

Системы счисления делятся

на

Позиционные

Количественное значение
цифры зависит от её позиции
позиции

в числе.

Пример (сегодняшний день):

$$354 = 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 4 = 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

Не позиционные

Количественное значение
цифры не зависит от её

в числе.

Пример (древний Египет):

$$354 = \text{☉ ☉ ☉ M M M IIII}$$

$$354 = \text{☉ M M M III ☉ ☉ |}$$

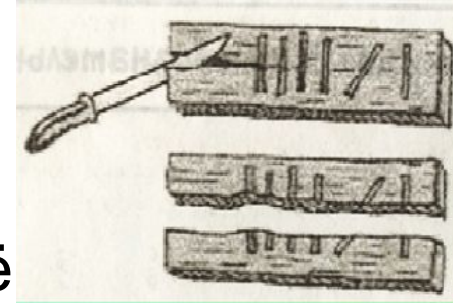
В древние времена в разных странах пользовались разными способами записи чисел:

- 1. Не позиционные

- Древний Египет (примерно в третьем тысячелетии до нашей эры).
- Римская система счисления.
- Алфавитные:
- Старославянская ([Кириллическая система счисления](#)).
- Древнегреческая.

- 2. Позиционные

- Древний Вавилон (шестидесятеричная).
- Англия (двенадцатеричная)



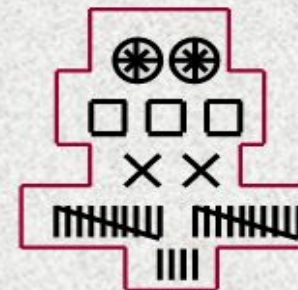
Самый первый способ записи числа изобретё человечеством ещё в каменном веке, является унарный(по сути -это единичная система счисления) способ.

ЯСАЧНЫЕ ГРАМОТЫ

В старину на Руси среди простого народа широко применялись системы счисления, отдалённо напоминающие римскую. С их помощью сборщики податей заполняли квитанции об уплате подати – ясака (ясачные грамоты) и делали записи в податной тетради.

I	копейка
	десять копеек
X	один рубль
□	десять рублей
☼	сто рублей

232 рубля 24 копейки



Кириллическая система

счисления —

1	2	3	4	5	6	7	8	9
· <u>а</u> ·	· <u>в</u> ·	· <u>г</u> ·	· <u>д</u> ·	· <u>е</u> ·	· <u>с</u> ·	· <u>з</u> ·	· <u>и</u> ·	· <u>о</u> ·
10	20	30	40	50	60	70	80	90
· <u>і</u> ·	· <u>к</u> ·	· <u>л</u> ·	· <u>м</u> ·	· <u>н</u> ·	· <u>з</u> ·	· <u>о</u> ·	· <u>п</u> ·	· <u>ч</u> ·
100	200	300	400	500	600	700	800	900
· <u>р</u> ·	· <u>с</u> ·	· <u>т</u> ·	· <u>ѵ</u> ·	· <u>ф</u> ·	· <u>х</u> ·	· <u>ѡ</u> ·	· <u>ѣ</u> ·	· <u>ц</u> ·
11	12	13	14	15	16	17	18	19
· <u>аі</u> ·	· <u>ві</u> ·	· <u>гі</u> ·	· <u>ді</u> ·	· <u>еі</u> ·	· <u>сі</u> ·	· <u>зі</u> ·	· <u>ні</u> ·	· <u>оі</u> ·
222	319	431	988					
<u>СКВ</u> ·	· <u>ТѠІ</u> ·	· <u>ѸАА</u> ·	· <u>ЦПИ</u> ·					
222	319	431	988					
1000	2000	20000	43000					
* <u>А</u>	* <u>В</u>	* <u>К</u>	* <u>ЛГ</u>					
0000	300000	4000000	80000000					
Ⓐ	Ⓒ	Ⓓ	Ⓔ					

¹ <u>А</u> Азь	<u>Б</u> Боги	² <u>В</u> Вѣди	³ <u>Г</u> Глаголи	⁴ <u>Д</u> Добро	⁵ <u>Е</u> Есть	<u>Є</u> Есмь
<u>Ж</u> Животъ	⁶ <u>С</u> Сѣло	⁷ <u>З</u> Земля	⁸ <u>И</u> Иже	¹⁰ <u>І</u> Іжеи	<u>Ї</u> Їнить	<u>Ѡ</u> Гервь
²⁰ <u>К</u> Како	³⁰ <u>Л</u> Людіе	⁴⁰ <u>М</u> Мысльте	⁵⁰ <u>Н</u> Нашъ	⁷⁰ <u>О</u> Онъ	⁸⁰ <u>П</u> Покои	¹⁰⁰ <u>Р</u> Ръци
²⁰⁰ <u>С</u> Слово	³⁰⁰ <u>Т</u> Твѣрдо	⁴⁰⁰ <u>Ѹ</u> Укъ	⁴⁰⁰ <u>Ѹ</u> Оук	⁵⁰⁰ <u>Ф</u> Фертъ	⁶⁰⁰ <u>Х</u> Хѣръ	⁸⁰⁰ <u>Ѡ</u> Отъ
⁹⁰⁰ <u>Ц</u> Ци	⁹⁰ <u>Ѹ</u> Чѣрваль	<u>Ш</u> Ша	<u>Ѡ</u> Шта	<u>Ъ</u> Еръ	<u>Ы</u> Еры	<u>Ь</u> Ерь
<u>Ѣ</u> Атъ	<u>Ю</u> Юнь	<u>ѠА</u> Арь	<u>Є</u> Эдо	<u>Ѡ</u> Ом	<u>А</u> Ень	<u>Ж</u> Одь
<u>ѠА</u> Ѡта	<u>ѠЖ</u> Ота	⁶⁰ <u>З</u> Кси	⁷⁰⁰ <u>Ѹ</u> Пси	⁹ <u>Ѡ</u> Ѡита	<u>Ѹ</u> Ижица	<u>ѠѠ</u> Ижа

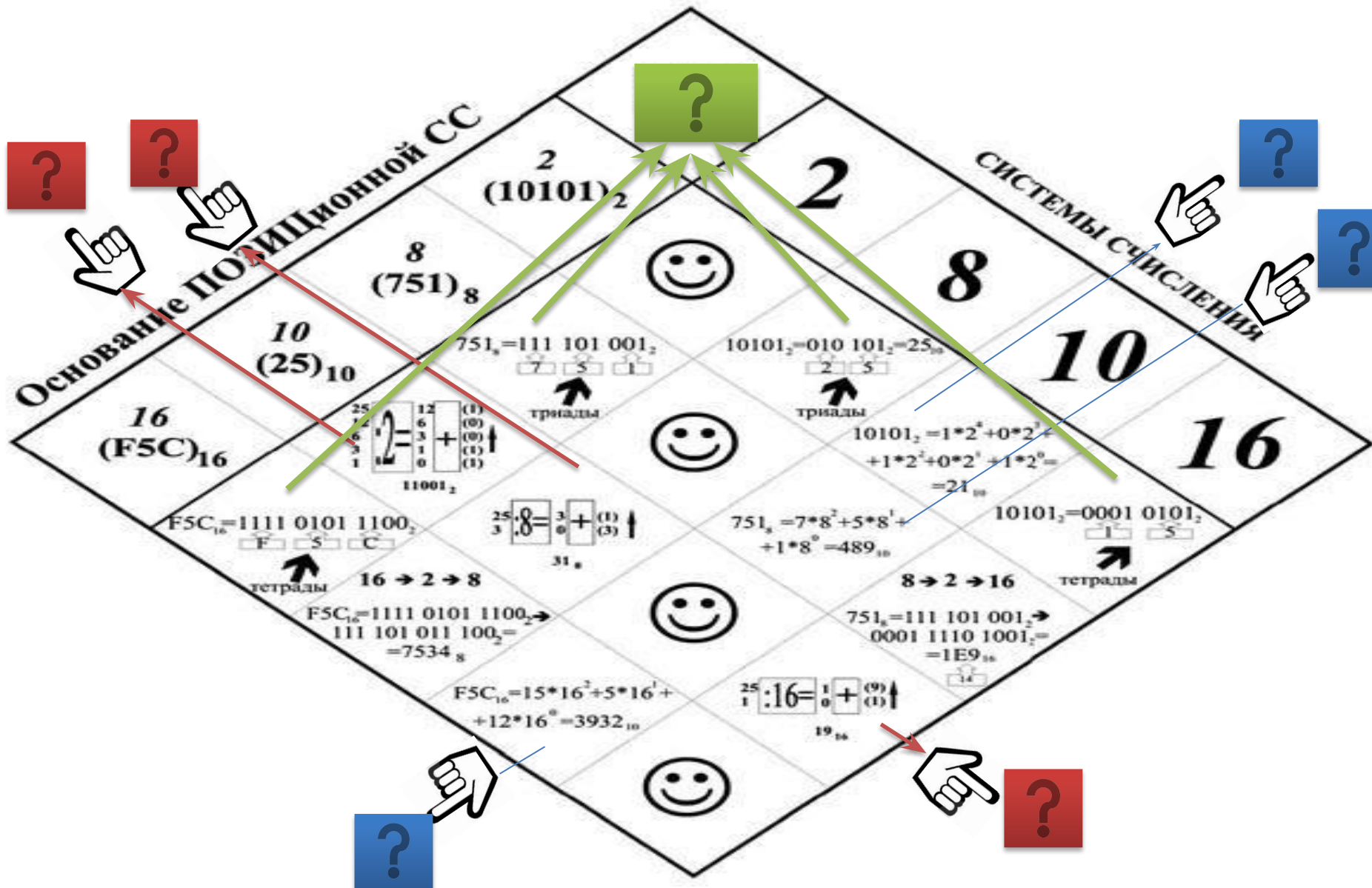
- Этой системой на Руси пользовались до XVIII века.

В 1708 году Петр 1 приказал заменить буквенные обозначения чисел европейскими (арабскими) цифрами.

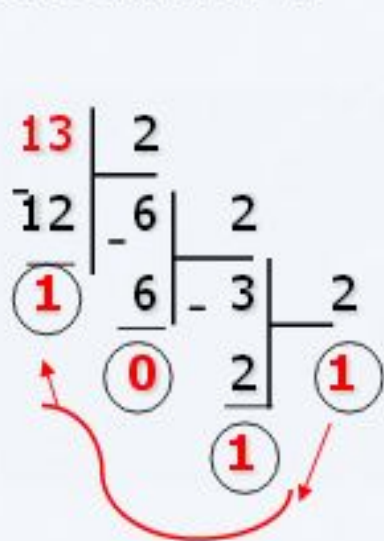
- Иногда все же писали смешанной системой записи чисел, например, на медных копейках 1721 года дата отчеканена – 17К1
В настоящее время кириллическая система счисления используется в книгах на церковнославянском языке.



Для перевода чисел из одной системы счисления в другую воспользуемся табличкой-подсказкой



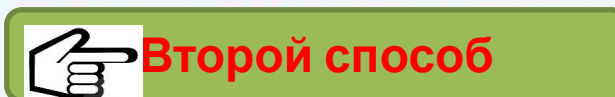
- Возьмем десятичное число, например, 13_{10} и
- переведем его в двоичное, выполняя деление на основание: 2



Ответ читаем по остаткам - наоборот!

Получили что $13_{10} = 1101_2$

Итак, перевод из десятичной системы в любую другую происходит путем деления исходного числа на основание той системы, в которую переводим.



■ Теперь возьмем десятичное число, например, 69_{10} и переведем его в восьмеричное, выполняя деление на основание: 8

$$\begin{array}{r|l} 69 & 8 \\ \hline 64 & 8 \\ \hline 5 & 8 \\ \hline & 8 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Ответ читаем по остаткам - наоборот!

Получили: $69_{10} = 105_8$



■ Возьмем то же десятичное число 69_{10} и переведем его в шестнадцатеричное, только теперь выполняя деление на основание: 16

$$\begin{array}{r|l} 69 & 16 \\ \hline 64 & \textcircled{4} \\ \hline & \textcircled{5} \end{array}$$

Ответ читаем по остаткам - наоборот!

Получили $69_{10} = 45_{16}$



ПЕРЕВОД ЧИСЛА в десятичную систему

- ПЕРЕВОД чисел в десятичную систему числения выполнить довольно легко. Для этого необходимо записать число в развернутой форме и вычислить его значение в десятичном виде.

- Перевод числа из двоичной системы в десятичную:

4 3 2 1 0

- 1) $11010_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$
 $= 16 + 8 + 0 + 2 + 0 = \underline{26}$

4 3 2 1 0

- 2) $10011_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 =$
 $= 16 + 0 + 0 + 2 + 1 = \underline{19}$

2 1 0

- 3) $111_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 4 + 2 + 1 = \underline{7}$



Перевод числа из восьмеричной системы в десятичную:

3 2 1 0

$$1) 1270_8 = 1 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0 = \\ = 512 + 128 + 56 + 0 = \underline{696}$$

2 1 0

$$2) 346_8 = 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = \\ = 192 + 32 + 6 = \underline{230}$$

1 0

$$3) 57_8 = 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 40 + 7 = \underline{47}$$



Перевод числа из шестнадцатеричной системы в десятичную:

$$\begin{array}{r} \underline{\quad 2 \ 1 \ 0} \\ 1) \ 1\mathbf{B}5_{16} = 1 \cdot 16^2 + \mathbf{B} \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0 = \\ = 256 + 176 + 5 = \underline{437} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{\quad 2 \ 1 \ 0} \\ 2) \ 1\mathbf{8E}_{16} = 1 \cdot 16^2 + \mathbf{8} \cdot 16^1 + \mathbf{E} \cdot 16^0 = \\ = 64 + 128 + 14 \cdot 1 = \underline{206} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{\quad 3 \ 2 \ 1 \ 0} \\ 3) \ 1\mathbf{A}5\mathbf{D}_{16} = 1 \cdot 16^3 + \mathbf{A} \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + \mathbf{D} \cdot 16^0 = \\ = 4096 + 10 \cdot 256 + 80 + 13 \cdot 1 = \underline{6749} \end{array}$$



Алгоритм перевода восьмеричного числа в двоичное:

Каждую цифру восьмеричного числа заменяем двоичным кодом из трех бит (триадой).

$$571_8 = 101111001_2$$

5	7	1
101	111	001

Триады		Тетрады	
2-чная (триады)	8-чная	2-чная (тетрады)	16-чная
000	0	0000	0
001	1	0001	1
010	2	0010	2
011	3	0011	3
100	4	0100	4
101	5	0101	5
110	6	0110	6
111	7	0111	7
		1000	8
		1001	9
		1010	A
		1011	B
		1100	C
		1101	D
		1110	E
		1111	F

Алгоритм перевода шестнадцатеричного числа в двоичное:

Каждую цифру шестнадцатеричного числа заменяем двоичным кодом из четырех бит (тетрадой).

$$AB12_{16} = 1010101100010010_2$$

A	B	1	2
1010	1011	0001	0010



Второй способ перевода из десятичной системы счисления в двоичную.

Каждому числу 10-й системы соответствует число из 2-й системы:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001

Любое число можно представи
как сумму чисел из таблицы →

$$13_{10} = 8 + 4 + 1 =$$

↓	↓	↓	
1000	+100	+ 1	= 1101 ₂

N	2^n	
0	1	1
1	2	10
2	4	100
3	8	1000
4	16	10000
5	32	100000
6	64	1000000
7	128	10000000
8	256	100000000
9	512	1000000000
10	1024	10000000000
11	2048	100000000000
12	4096	1000000000000

Задания для закрепления:

Выполните переход из одной системы счисления в другую и обратно

$$67_{10} = ?_2$$

$$75_{10} = ?_2$$

$$96_{10} = ?_8$$

$$75_{10} = ?_8$$

$$346_{10} = ?_{16}$$

$$75_{10} = ?_{16}$$