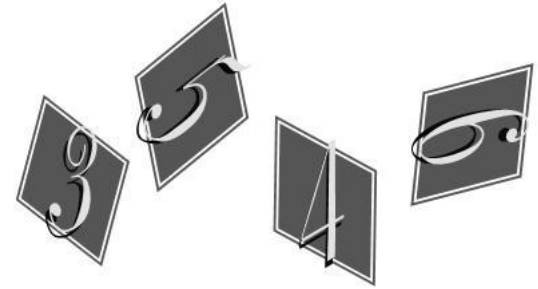
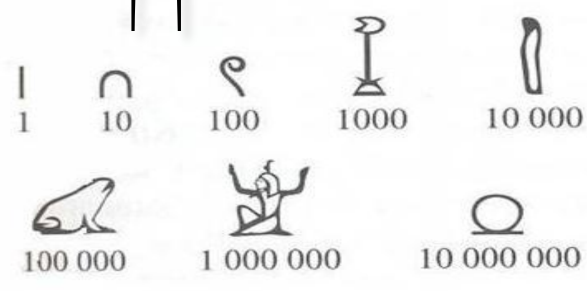
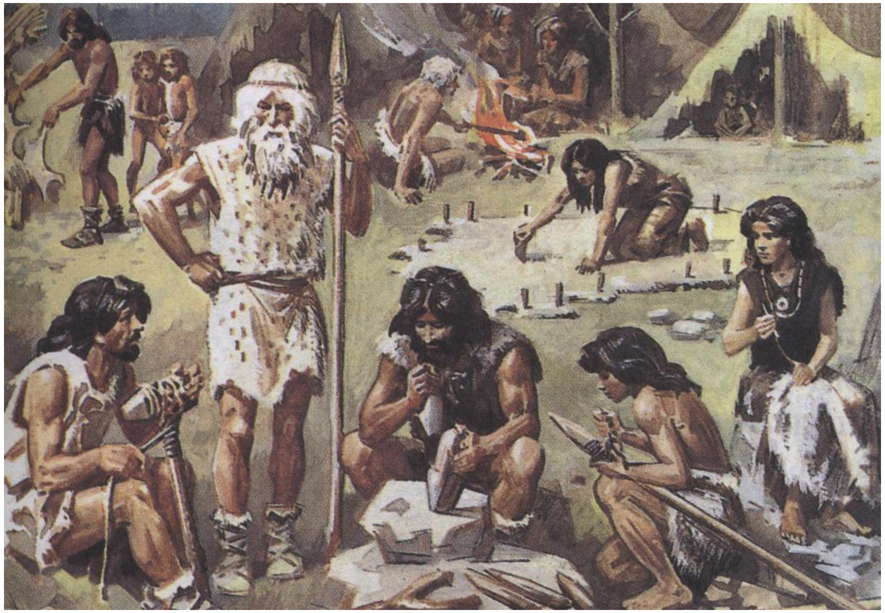


Системы счисления. Двоичная система счисления.



История развития систем счисления

У первобытных народов не существовало развитой системы счисления. Ещё в 19 в. у многих племён Австралии и Полинезии было только два числительных: один и два; сочетания их образовывали числа: 3 — два-один, 4 — два-два, 5 — два-два-один и 6 — два-два-два. О всех числах, больших 6, говорили: “много”, не индивидуализируя их.



Египтяне впервые ввели десятичную систему счисления, правда без позиционного обозначения. В развитии математики в государствах ислама получила распространение десятичная позиционная система счисления с применением нуля, ведущая своё происхождение от индийской математики. Возникновение десятичной системы счисления связано со счётом на пальцах. Имелись системы счисления и с другим основанием: 5, 12 (счёт дюжинами), 20 (следы такой системы сохранились во французском языке, например quatre-vingts, то есть буквально четыре-двадцать, означает 80, 40, 60 и др.

Вавилонские математики широко пользовались созданной ещё шумерами шестидесятеричной позиционной системой счёта; на основе этой системы были составлены различные вычислительные таблицы: деления и умножения чисел, квадратов и кубов чисел и их корней (квадратных и кубических).

Далее…

Перевод чисел в 2, 8, 16 системы счисления

При переводе чисел из десятичной системы счисления в систему с основанием *P* > 1 обычно используют следующий алгоритм:

- 1) если переводится целая часть числа, то она делится на *P*, после чего запоминается остаток от деления. Полученное частное вновь делится на *P*, остаток запоминается. Процедура продолжается до тех пор, пока частное не станет равным нулю. Остатки от деления на *P* выписываются в порядке, обратном их получению;
- 2) если переводится дробная часть числа, то она умножается на *P*, после чего целая часть запоминается и отбрасывается. Вновь полученная дробная часть умножается на *P* и т.д. Процедура продолжается до тех пор, пока дробная часть не станет равной нулю.
- Целые части выписываются после двоичной запятой в порядке их получения. Результатом может быть либо конечная, либо периодическая двоичная дробь. Поэтому, когда дробь является периодической, приходится обрывать умножение на каком-либо шаге и довольствоваться приближенной записью исходного числа в системе с основанием *P*.

Перевод чисел из 2, 8, 16 системы счисления.

При переводе чисел из системы счисления с основанием *P* в десятичную систему счисления необходимо пронумеровать разряды целой части справа налево, начиная с нулевого, и дробной части, начиная с разряда сразу после запятой, слева направо (начальный номер –1). Затем вычислить сумму произведений соответствующих значений разрядов на основание системы счисления в степени, равной номеру разряда. Это и есть представление исходного числа в десятичной системе счисления

Системы счисления анатомического происхождения

- **Единичная** Загнутый палец
- **Десятичная** Пальцы обеих рук
- **Пятеричная** Пальцы одной руки
- **Двенадцатеричная** Фаланги 4 пальцев
- **Двадцатеричная** Пальцы рук и ног

Алфавитные системы счисления

- **Славянская, Древнеармянская, Древнегрузинская, Древнегреческая (Ионическая)**

Прочие

- **Римская, Вавилонская**

«Машинные» системы счисления

- **Двоичная, Восьмеричная, Шестнадцатеричная**

Система счисления – это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Системы счисления

Позиционные

В позиционных системах счисления количественное значение цифры зависит от её позиции в числе.

5 7 9

5 - сотни

7 - десятки

9 - единицы

Непозиционные

В непозиционных системах счисления количественное значение цифры не зависит от её позиции в числе

XI (11) дописывая цифру справа от числа, прибавляем её

IX (9) дописывая цифру слева от числа, отнимаем её

I - один
X - десять

Системы счисления

Позиционные

1. Десятичная СС
   0..9
2. Двоичная СС
   0, 1
3. Восьмеричная СС
   0..7
4. Шестнадцатеричная СС
   0..9, A, B, C, D, E, F

В позиционных СС основание системы равно количеству цифр (знаков в её алфавите) и определяет во сколько раз различаются значения одинаковых цифр, стоящих в соседних позициях

Непозиционные

1. Римская СС

   I – один
   V – пять
   X – десять
   L – пятьдесят
   C – сто
   D – пятьсот
   M – тысяча

2. Египетская СС
3. Греческая СС

Алфавит системы счисления

Если взять правило, по которым строятся числа в десятичной системе счисления, заменив основание **10** на натуральное число **N**, можно построить **позиционную систему счисления с основанием N.**

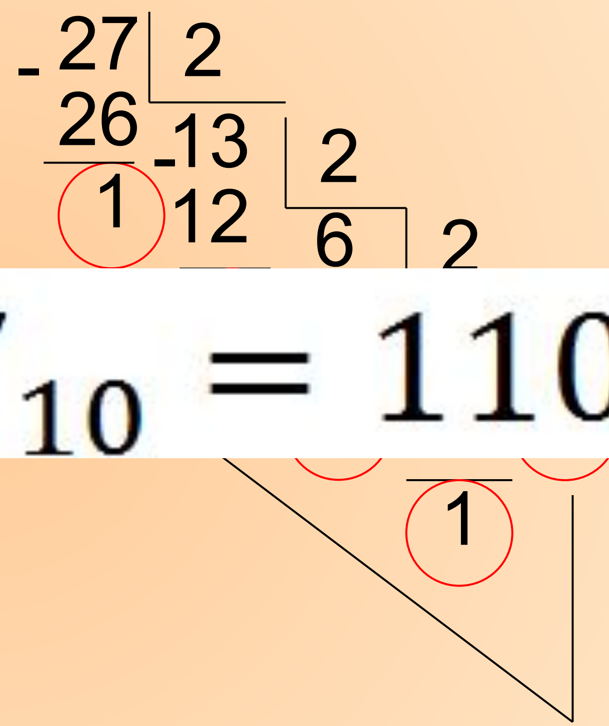
Основание	**Система счисления**	**Алфавит**
N=2	Двоичная	0 1
N=3	Троичная	0 1 2
N=8	Восьмеричная	0 1 2 3 4 5 6 7
N=16	Шестнадцатеричная	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 **A B C D E F**

Перевод целых чисел из десятичной СС в двоичную СС.

<u>**Алгоритм перевода:**</u>

1. Последовательно выполнять деление исходного целого десятичного числа и получаемых целых частных на основание системы (на 2) до тех пор, пока не получится частное, меньшее делителя, то есть меньшее 2.

2. Записать полученные остатки в обратной последовательности.



$$27_{10} = 11011_2$$

Перевод целых чисел из двоичной СС в десятичную СС.

$$11101001_2 = 233_{10}$$

<u>Алгоритм перевода:</u>

1. Двоичное число записать в [РАЗВЕРНУТОЙ ФОРМЕ.]()
2. Произвести вычисления.

$$\overset{7}{1}\overset{6}{1}\overset{5}{1}\overset{4}{0}\overset{3}{1}\overset{2}{0}\overset{1}{0}\overset{0}{1}{}_2 =$$

$$= 1 * 2^0 + 1 * 2^1 + 1 * 2^2 +$$

$$+ 1 * 2^3 + 1 * 2^4 + 1 * 2^5 +$$

$$+ 1 * 2^6 + 1 * 2^7 = 233$$

Примеры для закрепления изученного материала

$$85_{10} = ?_2$$

$$85_{10} \to 1010101_2$$

$$101110001_2 = ?_{10}$$

$$101110001_2 \to 369_{10}$$

Перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную

Примеры:

$131_{10} = 10000011_2$

$124_{10} = 1111100_2$

$79_{10} = 1001111_2$

$68_{10} = 1000100_2$

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную

Примеры:

$101011_2 = 43_{10}$

$110110_2 = 54_{10}$

$11010110_2 = 214_{10}$

$1100110_2 = 102_{10}$

Таблица степеней 2										
2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Арифметика двоичных чисел

сложение

0+0=0   0+1=1

$1+0=1 \quad 1+1=10_2$

$1 + 1 + 1 = 11_2$

$$
\begin{array}{r}
1\,1\;\;1\;\;1\;\;1\;\;\;\; \\
1\;0\;1\;1\;0_2 \\
+\;1\;1\;1\;0\;1\;1_2 \\
\hline
1\;0\;1\;0\;0\;0\;1_2
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
101101_2 \\
+\quad 11111_2 \\
\hline
1001100
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
10111_2 \\
+\quad 101110_2 \\
\hline
1000101
\end{array}
$$

умножение

$0 \times 0 = 0 \quad 0 \times 1 = 0$

$1 \times 0 = 0 \quad 1 \times 1 = 1$

$$
\begin{array}{r}
\times\; 1\,0\,0\,0\,1\,0\,1_2 \\
1\,0\,1_2 \\
\hline
1\,0\,0\,0\,1\,0\,1_2 \\
+\; 1\,0\,0\,0\,1\,0\,1_2 \\
\hline
1\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,1
\end{array}
$$

1

$$
\begin{array}{r}
\times\; 101101_2 \\
11_2 \\
\hline
10000111
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
\times\; 10101_2 \\
11_2 \\
\hline
111111_2
\end{array}
$$

2

Соответствие десятичной и двоичной систем счисления

p=10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
p=2	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000

Количество используемых цифр называется <u>основанием системы счисления</u>.

При одновременной работе с несколькими системами счисления для их различения основание системы обычно указывается в виде нижнего индекса, который записывается в десятичной системе:

123_{10} — это число 123 в десятичной системе счисления;

1111011_2 — то же число, но в двоичной системе.

Двоичное число 1111011 можно расписать в виде: $1111011_2 = 1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0$.

Домашнее задание.

1. Решить следующие примеры:

1) $89_{10} \rightarrow ?_2$
2) $115_{10} \rightarrow ?_2$
3) $10111_2 \rightarrow ?_{10}$
4) $1111001_2 \rightarrow ?_{10}$
5) $10101011_2 \rightarrow ?_{10}$

Развернутая запись числа

Десятичная СС

$$579_{10} = 5 * 10^2 + 7 * 10^1 + 9 * 10^0$$

Двоичная СС

$$1011_2 = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0$$

ЧАСЫ
В ДВОИЧНОЙ
СИСТЕМЕ
СЧИСЛЕНИЯ