Законы логики

Законы алгебры логики

название	для И	для ИЛИ
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 0 = 0, \quad A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A, \quad A + 1 = 1$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
поглощения	$A \cdot (A + B) = A$	$A + A \cdot B = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Упрощение логических выражений

Шаг 1. Раскрыть инверсию сложных выражений по формулам де Моргана: $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}, \quad \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Шаг 2. Используя законы логики, упрощать выражение, стараясь применять закон исключения третьего:

$$A \cdot \overline{A} = 0 \qquad A + \overline{A} = 1$$

Упрощение логических выражений

$$F = (B + A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A + B)$$

$$= (B + A) \cdot (\overline{A} \cdot \overline{B}) \cdot (A + B)$$

формула де Моргана

$$= (\overline{B} + A) \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot (\overline{A} + B)$$

раскрыли скобки

$$= (\overline{B} \cdot \overline{A} + A \cdot \overline{A}) \cdot (\overline{B} \cdot \overline{A} + B \cdot \overline{B})$$

распределительный

$$= (\overline{B} \cdot \overline{A}) \cdot (\overline{B} \cdot \overline{A})$$

исключения третьего

$$= \overline{B} \cdot \overline{A}$$

повторения

Имеем:

$$F = (B + A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A + B) = \overline{B} + \overline{A}$$

Задачи (упрощение)

Какое логическое выражение равносильно выражению

$A \cdot \overline{(\overline{B} + C)}$ *?*

1) $\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$
2) $A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
3) $A \cdot B \cdot \overline{C}$
4) $A \cdot \overline{B} \cdot C$

$$A \cdot \overline{(\overline{B} + C)} = A \cdot \overline{\overline{B}} \cdot \overline{C} = A \cdot B \cdot \overline{C}$$

Самостоятельно:

Задачи

1. Упростите логические выражения:

а) $A \cdot B \cdot \overline{A} \cdot B + B$;

б) $(A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B})$;

в) $A + A \cdot B + A \cdot C$;

г) $A + \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot C$;

д) $A \cdot (A + B + C)$;

е) $A \cdot B + \overline{B} + \overline{A} \cdot B$;

ж) $(\overline{A} + B) \cdot \overline{C} \cdot (C + A \cdot \overline{B})$;

з) $\overline{A} \cdot \overline{C} + A \cdot B + \overline{A} \cdot C + A \cdot \overline{B}$;

и) $A \cdot (\overline{B} \cdot \overline{C} + B \cdot C) + A \cdot (B \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot C)$.