

Общие сведения о системах счисления





Система счисления — совокупность правил записи чисел с помощью определенного набора символов.

зависимости от способа изображения чисел системы счисления делятся на позиционные и непозиционные

Числа десятичной системы	Числа двоичной системы	Числа десятичной системы	Числа двоичной системы
0	0	13	1 101
1	1	14	1 110
2	10	15	1 111
3	11	16	10 000
4	100	17	10 001
5	101	18	10 010
6	110	19	10 011
7	111	20	10 110
8	1000	21	10 101
9	1001	22	10 110
10	1010	23	10 111
11	1011	24	11 000
12	1100	25	11 001

В компьютере наиболее подходящей и надежной оказалась двоичная система счисления ($p = 2$), в которой для представления чисел используются цифры 0 и 1. Кроме этого оказалось удобным использовать представление информации с помощью еще двух систем счисления:

- ◆ **восьмеричной** ($p = 8$, используемые цифры — 0, 1, 2, ..., 7);
- ◆ **шестнадцатеричной** ($p = 16$, используемые символы-цифры — 0, 1, 2... 9 и буквы — A, B, C, D, E, F, заменяющие числа 10, 11, 12, 13, 14, 15 соответственно).

Набор символов, используемый для обозначения цифр, называется **алфавитом**. Так, например, алфавит двоичной системы счисления содержит всего два символа: 0 и 1, а алфавит шестнадцатеричной системы — 16 символов: десять арабских цифр и шесть латинских букв. Все вышеупомянутые системы счисления, кроме римской — двоичная, десятичная, восьмеричная и шестнадцатеричная — являются позиционными.

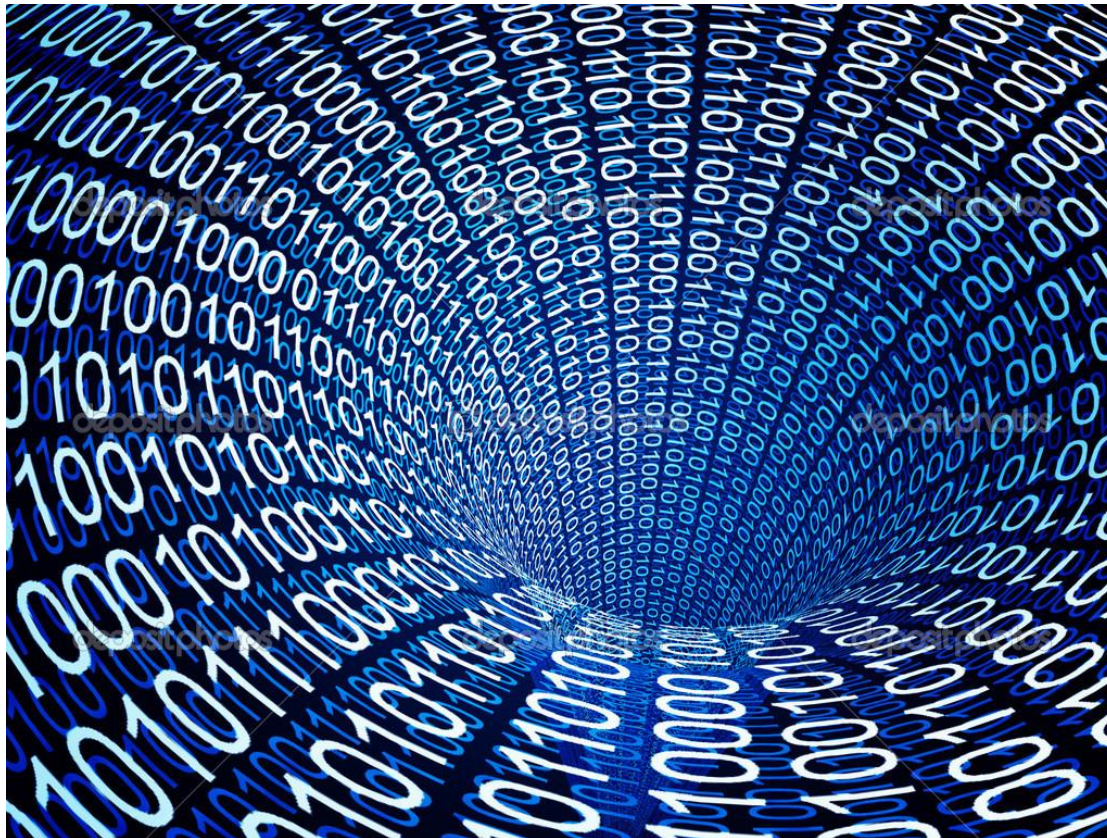
Запись чисел в различных системах счисления

10-я	2-я	8-я	16-я	10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0	10	1010	12	A
1	1	1	1	11	1011	13	B
2	10	2	2	12	1100	14	C
3	11	3	3	13	1101	15	D
4	100	4	4	14	1110	16	E
5	101	5	5	15	1111	17	F
6	110	6	6	16	10000	20	10
7	111	7	7	17	10001	21	11
8	1000	10	8	18	10010	22	12
9	1001	11	9	19	10011	23	13

В общем случае любое число N в позиционной системе счисления можно представить в следующем виде:

$$N_p = a_k * p^k + a_{k-1} * p^{k-1} + \dots + a_1 * p^1 + a_0 * p^0 + a_{-1} * p^{-1} + \dots + a_{-n} * p^{-n}$$

где p — основание системы счисления; $k+1$ — количество разрядов в целой части числа; n — количество разрядов в дробной части числа. Нижние индексы определяют местоположение цифры в числе (разряд):



отрицательные значения индексов — для дробной части числа.

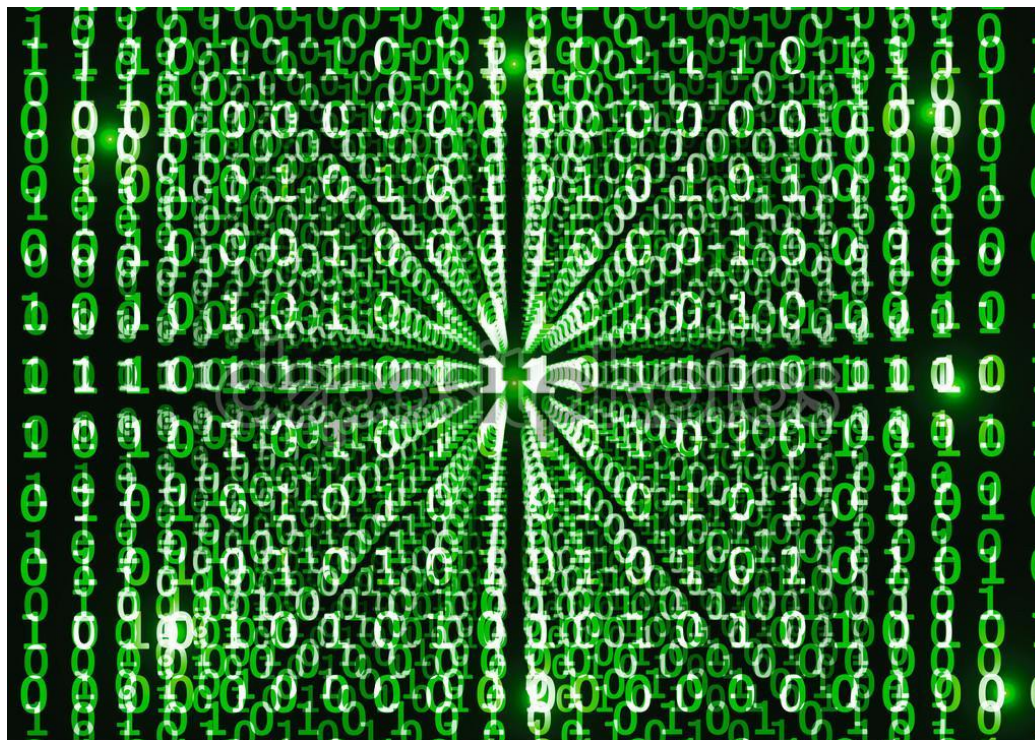
С учетом этих обозначений запись числа N в любой позиционной системе счисления с основанием p имеет вид:

$$(a_k a_{k-1} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-n})_p$$

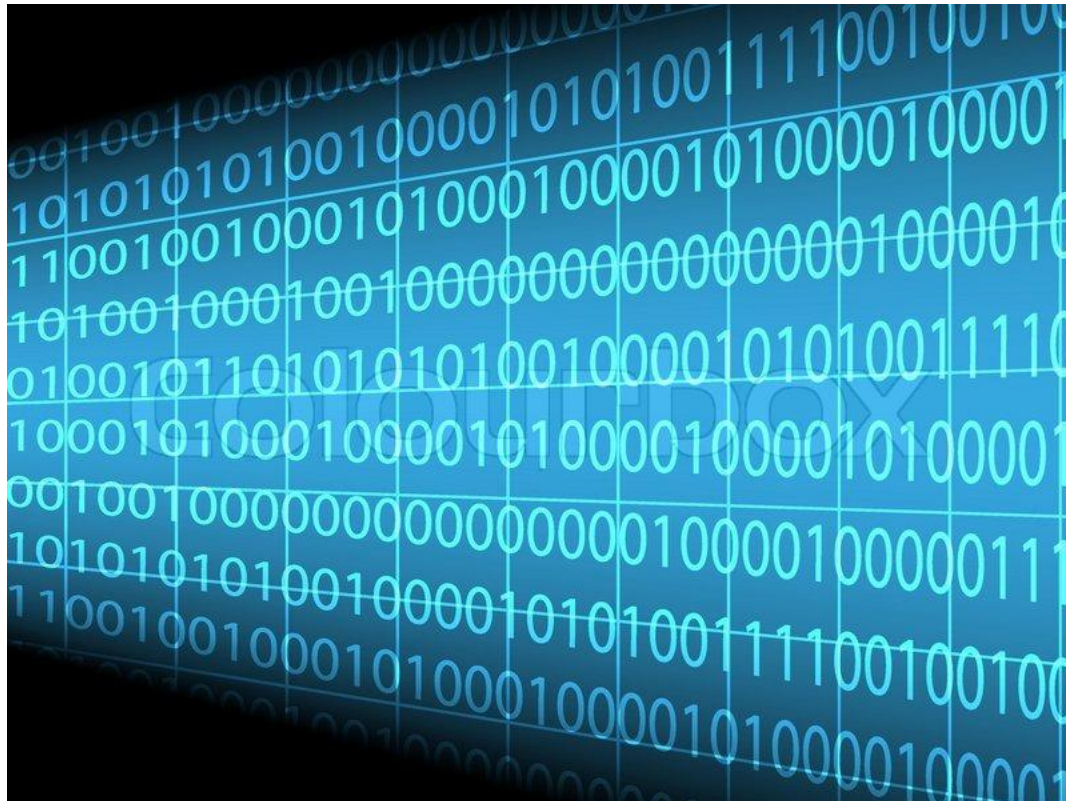
Например:

◆ при $p = 10$ в записи числа $2466,675_{10}$ в десятичной системе счисления $k = 3$, $n = 3$;

◆ при $p = 2$ в записи числа $1011,11_2$ в двоичной системе $k = 3$, $n = 2$.



Двоичная система счисления обладает такими же свойствами, что и десятичная, только для представления чисел используется не 10 цифр, а всего две. Соответственно и разряд числа называют не десятичным, а двоичным. Основные правила выполнения арифметических действий соблюдаются точно так же, как и в десятичной системе счисления.



Для сравнения рассмотрим представление чисел в разных системах счисления как сумму слагаемых, в которых учтен вес каждого разряда. В десятичной системе счисления:

$$435,67 = 4 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}.$$

В двоичной системе счисления число можно представить следующим образом:

$$10110,101_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}.$$

Системы счисления перевод целых чисел из одной системы счисления в другую

СС.121

Таблица эквивалентов чисел в разных системах счисления

A_{10}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A_2	000	001	010	011	100	101	110	111								
A_8	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
A_2	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
A_{16}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

$A_2 \rightarrow A_8$ 11111100 → 011 111 100 → 3 7 4 → 374 → 011 111 100

$A_2 \rightarrow A_{16}$ 11111100 → 1111 1100 → F C → FC → 1111 1100

ПЕРЕВОД ДРОБЕЙ ИЗ ДВОИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ШЕСТНАДЦАТЕРИЧНУЮ

Для перевода **дробного двоичного числа** в **шестнадцатеричное двоичное** число нужно разбить на тетрады, слева направо; если в последней группе окажется меньше чем четыре разряда, то необходимо дополнить её справа нулями. Затем надо тетрады заменить на шестнадцатеричные цифры.

Двоичные тетрады	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Шестнадцатеричные цифры	0	1	2	3	4	5	6	7
Двоичные тетрады	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Шестнадцатеричные цифры	8	9	A	B	C	D	E	F

$$0,10101001_2$$

$$0,1010\ 1001_2 = 0,A9_{16}$$

$$0,11001_2$$

$$0,1100\ 1000_2 = 0,C8_{16}$$