

Системы счисления

Система счисления – это знаковая система, в которой приняты определённые правила записи чисел. Знаки, при помощи которых записываются числа называются цифрами, а их совокупность – алфавитом системы счисления.

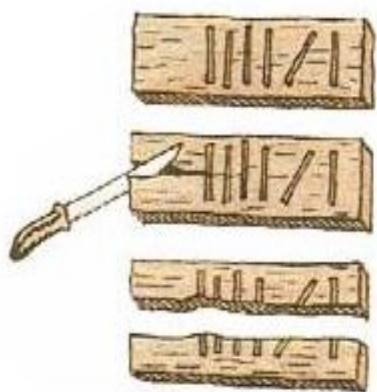
В любой системе счисления
цифры служат для обозначения
чисел, называемых **узловыми**;
остальные числа
(**алгоритмические**) получаются
в результате каких-либо
операций из **узловых** чисел.

Виды систем счисления

- Унарные системы
- Непозиционные системы
- Позиционные системы

Простейшая и самая древняя система – так называемая **унарная система счисления.** В ней для записи любых чисел используется всего один символ – палочка, узелок, зарубка, камушек.

Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



**Система счисления
называется
непозиционной, если
количественный
эквивалент цифры в числе
не зависит от её
положения в записи числа.**

Непозиционная система счисления

Непозиционной называется такая система счисления, в которой значение каждой цифры не зависит от ее положения (места, позиции) в записи числа.

Примеры непозиционных систем счисления:

1. *Римская система счисления.*
Сохранилась до наших дней, в ней цифрами являются буквы латинского алфавита:

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Система счисления
называется **позиционной**,
если количественный
эквивалент цифры в числе
зависит от её положения в
записи числа.

- В позиционной системе счисления основными понятиями являются понятие алфавита и основания системы счисления.
- **Алфавитом** системы счисления называется совокупность всех цифр.
- Количество цифр, необходимых для записи числа в системе, называют **основанием** системы счисления. Основание системы записывается в справа числа в нижнем индексе: 78_{10} , 1100010_2 , $AF12_{16}$ и т. д.
- **Основание** позиционной системы счисления равно количеству цифр, составляющих её алфавит.

- Количество цифр, составляющих алфавит, называется его **мощностью**.
- В позиционных системах счисления один и тот же числовой знак (цифра) в записи числа имеет различные значения в зависимости от того места(разряда), где он расположен. **Разряд** - номер позиции в числе. Нумеруются справа налево, начиная с нуля.
- Пример. Число 6184_{10} запишется в форме многочлена следующим образом:
$$6184_{10} = 6*10^3 + 1*10^2 + 8*10^1 + 4*10^0$$

Виды систем счисления

В компьютерах принято использовать 4 основные системы счисления – двоичную, восьмеричную, десятичную и шестнадцатеричную.

- **Десятичная система счисления** – в настоящее время наиболее известная и используемая. Древнее изображение десятичных цифр не случайно: каждая цифра обозначает число по количеству углов в ней. Например, 0 - углов нет, 1 - один угол, 2 - два угла и т.д. Написание десятичных цифр претерпело существенные изменения. Форма, которой мы пользуемся, установилась в XVI веке.
- Десятичная система впервые появилась в Индии примерно в VI веке новой эры. Индийская нумерация использовала девять числовых символов и нуль для обозначения пустой позиции
- Десятичная система использует десять цифр – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, а также символы “+” и “-” для обозначения знака числа и запятую или точку для деления целой и дробной частей числа.

В вычислительных машинах используется двоичная система счисления, её основание - число 2. Для записи чисел в этой системе используют только две цифры - 0 и 1. Двоичная система счисления была придумана математиками и философами задолго до появления компьютеров, еще в XVII - XIX веках.

Двоичная система удобна для компьютера, но неудобна для человека: числа получаются длинными и их трудно записывать и запоминать. Конечно, можно перевести число в десятичную систему и записывать в таком виде, а потом, когда понадобится перевести обратно, но все эти переводы трудоёмки. Поэтому применяются системы счисления, родственные двоичной - восьмеричная и шестнадцатеричная. Для записи чисел в этих системах требуется соответственно 8 и 16 цифр.

В 16-теричной первые 10 цифр общие, а дальше используют заглавные латинские буквы. Шестнадцатеричная цифра А соответствует десятичному числу 10, шестнадцатеричная В – десятичному числу 11 и т. д. Использование этих систем объясняется тем, что переход к записи числа в любой из этих систем от его двоичной записи очень прост.

Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую

При переводе числа из двоичной (восьмеричной, шестнадцатеричной) системы в десятичную надо это число представить в виде суммы степеней основания его системы счисления.

Числа 10100110_2 , 703_8 , $23FA1_{16}$ перевести в десятичную систему счисления.

$$10100110_2 = 1 * 2^7 + 0 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 128 + 32 + 4 + 2 = 166_{10}$$

$$703_8 = 7 * 8^2 + 0 * 8^1 + 3 * 8^0 = 448 + 3 = 447_{10}$$

$$23FA1_{16} = 2 * 16^4 + 3 * 16^3 + 15 * 16^2 + 10 * 16^1 + 1 * 16^0 = 131072 + 12288 + 3840 + 160 + 1 = 147361$$

- 110011011_2
- 10111011001_2
- 101011101001_2
- 10111110111101_2

- 1000110110_2
- 1100100111_2
- 1011110001011_2
- 1001110100011101_2

Правило перевода из десятичной системы счисления в систему с основанием q :

- Последовательно выполнять деление исходного числа и получаемых частных на q до тех пор, пока не получим частное, меньшее делителя.
- Полученные при таком делении остатки – цифры числа в системе счисления q – записать в обратном порядке (снизу вверх).

Решение:

$$\begin{array}{r|l}
 26 & 2 \\
 \hline
 26 & 13 \\
 \hline
 0 & 12 \\
 & \hline
 & 6 \\
 & \hline
 & 3 \\
 & \hline
 & 2 \\
 & \hline
 & 1
 \end{array}$$

$26_{10} = 11010_2$

$$\begin{array}{r|l}
 241 & 8 \\
 \hline
 -240 & 30 \\
 & \hline
 1 & 24 \\
 & \hline
 & 6 \\
 & \hline
 & 3
 \end{array}$$


$241_{10} = 361_8$


$$\begin{array}{r|l}
 3627 & 16 \\
 \hline
 -3616 & 226 \\
 & \hline
 11 & 224 \\
 & \hline
 & 14
 \end{array}$$

Ответ: (в 16-ной СС 14 – E, а
 11 – B) $3627_{10} = E2B_{16}$

Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную (шестнадцатеричную), его нужно разбить на триады (тетрады), начиная с младшего разряда (справа налево), в случае необходимости дополнив старшую триаду (тетраду) нулями, и каждую триаду (тетраду) заменить соответствующей восьмеричной (шестнадцатеричной) цифрой.

Число 10010110111_2 перевести в
восьмеричную и в шестнадцатеричную
системы счисления.

$$\underbrace{010}_2 \underbrace{010}_2 \underbrace{110}_2 \underbrace{111}_2 = 2267_8$$


$$\underbrace{0100}_2 \underbrace{1011}_2 \underbrace{0111}_2 = 4B7_{16}$$


Для перевода восьмеричного (шестнадцатеричного) числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой (тетрадой).

Числа 726_8 и $74C_{16}$ перевести в двоичную систему счисления.

$$726_8 = 111\ 010\ 110_2$$

$$74C_{16} = \underline{0}111\ 0100\ 1100_2 \text{ (при записи числа первый } 0 \text{ не пишется)}$$

При переходе из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную и обратно, необходим промежуточный перевод чисел в двоичную систему.

Число FAE_{16} перевести в восьмеричную систему счисления.

$$FAE_{16} = 111110101110_2$$

$$111\ 110\ 101\ 110_2 = 7656_8$$

Число 635_8 перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$635_8 = 110011101_2$$

$$1\ 1001\ 1101_2 = 19D_{16}$$