

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Тема 1. Введение

Определения

Система счисления – это способ записи чисел с помощью специальных знаков – **цифр**.

Числа:

123, 45678, 1010011, CXL

Цифры:

0, 1, 2, ... I, V, X, L, ...

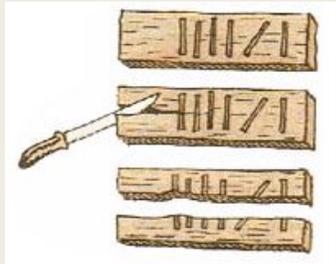
Алфавит – это набор **цифр**. {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Типы систем счисления:

- **непозиционные** – значение цифры не зависит от ее места (*позиции*) в записи числа;
- **позиционные** – зависит...

Непозиционные системы

Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



Десятичная египетская система счисления:

чёрта		– 1	лотос		– 1000		– 1000000
хомут	∩	– 10	палец		– 10000	человек	
верёвка	⊙	– 100	лягушка		– 100000		

 = ?

Непозиционные системы

Римская система счисления:

I – 1 (палец),

V – 5 (раскрытая ладонь, 5 пальцев),

X – 10 (две ладони),

L – 50,

C – 100 (*Centum*),

D – 500 (*Demimille*),

M – 1000 (*Mille*)



Римская система счисления

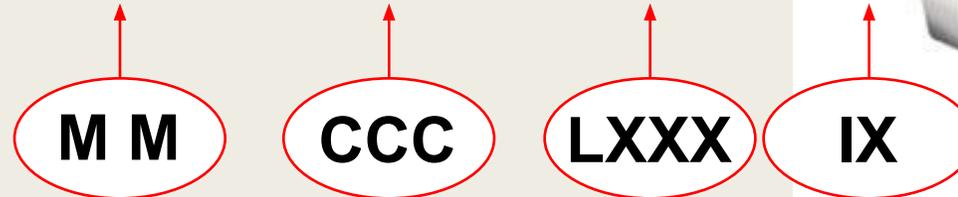
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично* непозиционная!)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{M M C C C L X X X I X}$$



Примеры:

3768 =

2983 =

1452 =

1999 =

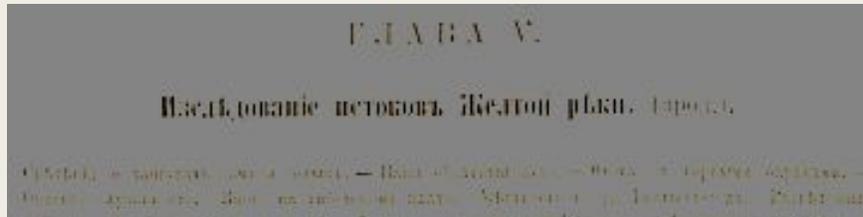
Римская система счисления

Недостатки:

- для записи **больших чисел** (>3999) надо вводить новые знаки-цифры (**V**, **X**, **L**, **C**, **D**, **M**)
- как записать дробные числа?
- как выполнять арифметические действия:
СССLIX + CLXXIV = ?

Где используется:

- номера глав в книгах:
- обозначение веков: «**Пираты XX века**»
- циферблат часов
- номера месяцев



Жуковский / Ф. Е. Е. 1644 /
10 / X - 885.



Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)



Часы
Суздальского
Кремля

Позиционные системы

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

Десятичная система:

первоначально – счет на пальцах
изобретена в Индии, заимствована арабами, завезена в Европу

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание (количество цифр): 10



Другие позиционные системы:

- двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная (информатика)
- двенадцатеричная (1 фут = 12 дюймов, 1 шиллинг = 12 пенсов)
- двадцатеричная (1 франк = 20 су)
- шестидесятеричная (1 минута = 60 секунд, 1 час = 60 минут)

Позиционные системы

Задача: в какой системе счисления число 58 записывается как « 46_x »? Определите основание системы счисления X .

$$58 = 46_x$$

- в записи есть цифра 6, поэтому $x > 6$
- переводим правую часть в десятичную систему

$$58 = 46_x = 4 \cdot x^1 + 6 \cdot x^0 = 4 \cdot x + 6$$

- решаем уравнение

$$58 = 4 \cdot x + 6 \quad x = 13$$

Позиционные системы

Задача: найдите основание системы счисления, в которой выполняется равенство

$$16_x + 33_x = 52_x$$

- в записи есть цифра 6, поэтому $x > 6$
- переводим в десятичную систему

$$16_x = x + 6$$

$$52_x = 5 \cdot x + 2$$

$$33_x = 3 \cdot x + 3$$

- решаем уравнение

$$4 \cdot x + 9 = 5 \cdot x + 2$$

$$x = 7$$

Позиционные системы

Задача: перечислите через запятую все системы счисления, в которых выполняется неравенство

$$21_x + 32_x > 102_x$$

- в записи есть цифра 3, поэтому $x > 3$
- переводим в десятичную систему

$$21_x = 2 \cdot x + 1 \quad 102_x = x^2 + 2$$

$$32_x = 3 \cdot x + 2$$

- решаем неравенство (перебор $x = 4, 5, 6, \dots$)

$$5 \cdot x + 3 > x^2 + 2$$

$$x = 4,5$$

Позиционные системы

Задача: найдите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 30 имеет 3 значащих разряда.

- минимальное 3-разрядное число 100_x
- максимальное 3-х разрядное число?

$$1000_{x-1}$$

- решаем неравенство

$$100_x \leq 30 \leq 1000_{x-1}$$
$$x^2 \leq 30 \leq x^3 - 1$$

$$x = 4$$

(перебор $x = 2, 3, 4, \dots$)