



ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Урок 1:


***Основные понятия
алгебры логики.***

Логические операции.




Высказыванием


называется любое повествовательное предложение, про которое известно, что оно или истинно, или ложно.






Например:

- Жирафы летят на север. -**
Ложное высказывание.
 - Треугольник - это**
геометрическая фигура. -
Истинное высказывание
 - Число 6 не делится на 2. -**
Ложное высказывание.
 - Посмотрите на доску. –**
Не высказывание.
- 



Высказывание считается **простым**,
если никакую его часть нельзя
рассматривать как отдельное
высказывание

Высказывание, которое можно
разложить на части называется
сложным (составным).



В математической логике высказывания обозначают **большими латинскими буквами.**

Например:

A = Москва – столица России.

C = Все растения ядовиты.



Любое высказывание может быть ложно ($=>0$) или истинно ($=>1$).

Простые высказывания называются
логическими переменными

Например:

$A =$ «Луна является спутником Земли.»

$\rightarrow A = 1$


$B =$ «Москва – столица Германии.»

$\rightarrow B = 0$



• **Сложные высказывания**

называются *логическими функциями*,
а значение логической функции также
может принимать значения только 0 или 1.





Составные (сложные)

высказывания строятся из простых с помощью логических связок:

"и",

"или",

"не",

«если ..., то...»,

«...тогда и только тогда, когда...»

и др.

Например



обозначим

***ЛОГИЧЕСКИЕ СВЯЗКИ -
ЛОГИЧЕСКИМИ ОПЕРАЦИЯМИ***

и

*получим с их помощью (составные)
высказывания*

I. Операция – логическое умножение

Объединение двух (или нескольких)
высказываний в одно при помощи союза «и»
называется
операцией логического умножения или
конъюнкцией

В алгебре логики конъюнкция обозначается
значком «&» либо «Λ»

Высказывание вида $A \& B$ (A конъюнкция B)

истинно тогда и только тогда, когда

истинны оба высказывания A и B

Таблица истинности для $A \& B$

| | A | B | $A \& B$ |
|---|---|---|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 1 | 1 |

II. Операция – логическое сложение

Объединение двух (или нескольких)
высказываний в одно при помощи союза
«или» называется
операцией логического сложения или
дизъюнкцией

В алгебре логики дизъюнкция обозначается
значком « \vee » либо «+»

Высказывание вида $A \vee B$ (A дизъюнкция B) истинно тогда и только тогда, когда *истинно хотя бы одно из входящих в него простых (элементарных) высказываний*

Таблица истинности для $A \vee B$

| A | B | $A \vee B$ |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Союз «или» употребляется в неисключающих друг друга случаях.

III. Операция – логическое отрицание

Присоединение частицы «не» к высказыванию называется операцией логического отрицания или инверсией

В алгебре логики инверсия обозначается значком « \neg » либо чертой над высказыванием « \bar{A} »

Рассмотренные выше операции были двуместные, т.е. выполнялись над двумя высказываниями. В алгебре логики широко применяется и одноместная операция – операция отрицание.

Высказывание вида \bar{A} (инверсия A) делает *истинное* высказывание *ложным* и, наоборот, *ложное* - *истинным*

Таблица истинности для \bar{A}

| A | \bar{A} |
|-----|-----------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Например

IV. Операция – логическое следование

Объединение двух высказываний с помощью оборота речи «если ..., то ...» называется операцией логического следования или импликация

В алгебре логики импликация обозначается значком « \rightarrow »

Высказывание вида $A \rightarrow B$ (A импликация B)
ложно тогда и только тогда,
когда A – истинно, а B – ложно (т.е. из истинного
высказывания следует ложное)

Таблица истинности для $A \rightarrow B$

| A | B | $A \rightarrow B$ |
|---|---|-------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

V. Операция – логическое равенство

Объединение двух высказываний с помощью оборота речи

«...тогда и только тогда, когда ...»

называется

операцией логического равенства или

эквивалентность

В алгебре логики эквивалентность обозначается значком « \leftrightarrow »

Высказывание вида $A \leftrightarrow B$

(A эквивалентность B) *истинно* тогда и только тогда, когда *оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны*


Таблица истинности для $A \leftrightarrow B$

| A | B | $A \leftrightarrow B$ |
|---|---|-----------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |



Урок 2:

**Решение логических выражений
через построение таблиц
истинности**






**Применяя логические операции, мы можем
решить любые логические выражения:**

1. Для этого простые логические высказывания обозначим как логические переменные – **буквами**;
2. Свяжем их с помощью знаков логических операций.

Такие формулы в алгебре логики называются
логическими выражениями.




Теперь мы можем определить значение логической функции для любого набора значений логических переменных.

Например: $F(X, Y, Z) = \bar{X} + Y \wedge Z$


Для определения значения логической функции


необходимо помнить

порядок выполнения логических операций
по убыванию старшинства




Операции в логическом выражении выполняются слева направо с учетом скобок в следующем порядке:


- 1. инверсия;*
 - 2. конъюнкция;*
 - 3. дизъюнкция;*
 - 4. импликация;*
 - 5. эквивалентность.*
- 



Для построения таблицы истинности любой логической функции

следует соблюдать:

1. определить кол-во строк таблицы – 2^n , где **n = КОЛ-ВУ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ**;
 2. определить кол-во столбцов таблицы- оно равно **КОЛ-ВУ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ + КОЛ-ВО ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ**;
- 



Для построения таблицы истинности любой логической функции

следует соблюдать:

3. построить таблицу истинности с найденным **КОЛ-ВОМ строк и столбцов + строка с названием столбцов;**

4. заполнить столбцы таблицы, выполняя логические операции в необходимой последовательности и в соответствии с их таблицами истинности.

Вернёмся к нашему примеру:

$$F(X, Y, Z) = \overline{X} + Y \wedge Z$$

1. Количество входных переменных равно трем (X, Y, Z) , а значит строк

$$Q = 2^3 = 8 + 1 = 9 \text{ (заголовки столбцов).}$$

2. Количество столбцов равно **6**
(3 переменные + 3 операции).

Значение логической функции

$$F(X, Y, Z) = \bar{X} + Y \wedge Z$$

| X | Y | Z | \bar{X} | $Y \wedge Z$ | $\bar{X} + Y \wedge Z$ |
|---|---|---|-----------|--------------|------------------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

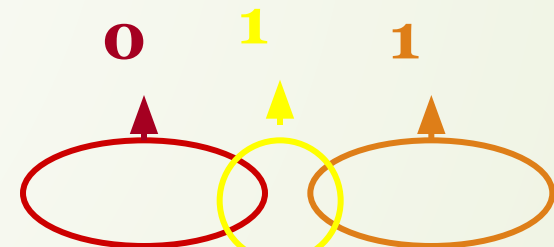
[Подробнее решение](#)

Урок 3:

Математическая логика - решение задач

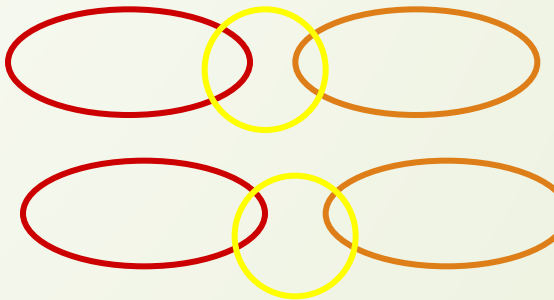
Найдём значения логических выражений:

1) $F = (0 \vee 0) \vee (1 \vee 1)$



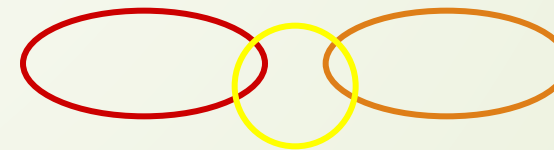
Ответ: 1

2) $F = (1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$



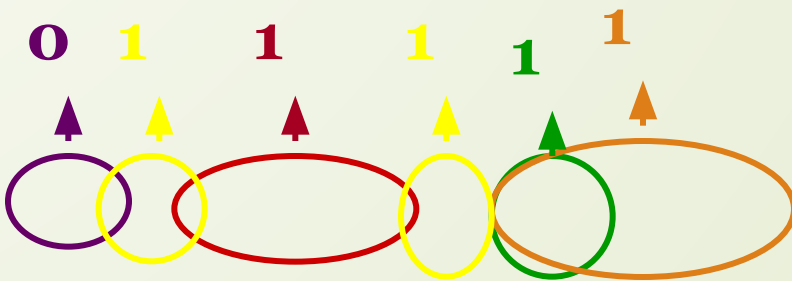
Ответ: 1

3) $F = (0 \wedge 0) \wedge (1 \wedge 1)$



Ответ: 0

4) $F = \neg 1 \vee (1 \wedge 1) \wedge (\neg 0 \wedge 1)$



Ответ: 1

Для какого из указанных значений числа X
истинно высказывание $\neg((X > 3) \rightarrow (X > 4))$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение:

В записи логического высказывания
стоит отрицание сложного высказывания.

Если $\neg((X > 3) \rightarrow (X > 4)) = 1$
(истинно),

то $(X > 3) \rightarrow (X > 4) = 0$ (ложно)

Для какого из указанных значений числа X истинно высказывание $\neg((X > 3) \rightarrow (X > 4))$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Решение:

Импликация ложна в единственном случае - *когда из истинного высказывания следует ложное*, тогда $(X > 3) = 1$, а $(X > 4) = 0$.

Получаем, что X должно быть задано в диапазоне: $X > 3$ и $X \leq 4$.

Только одно число входит в этот промежуток – это 4

Правильный ответ – 4.