

# Рекурсия —

в определении, описании, изображении какого-либо объекта или процесса внутри самого этого объекта или процесса, то есть ситуация, **когда объект является частью самого себя.**

Термин «рекурсия» используется в различных специальных областях знаний — от лингвистики до логики, но наиболее широкое применение находит в математике и информатике.

# В математике рекурсия

имеет отношение к методу определения функций и числовых рядов: рекурсивно заданная функция определяет своё значение через обращение к себе самой с другими аргументами.

Конечная рекурсивная функция. 
$$n! = \begin{cases} n(n-1)!, & n > 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

Здесь каждое следующее рекурсивное обращение делается с аргументом, меньшим на единицу. Поскольку  $n$ , по определению, целое неотрицательное число, через  $n$  рекурсивных обращений вычисление функции гарантированно придёт к частному случаю, на котором рекурсия прекратится.

# В математике рекурсия

Бесконечная рекурсивная функция.

Примером может служить один из вариантов разложения **числа Эйлера**:

$$e = 2 + \frac{2}{2 + \frac{3}{3 + \frac{4}{4 + \dots}}}$$

Подобным образом могут задаваться бесконечные ряды, бесконечные непрерывные дроби и так далее.

Ханойские башни

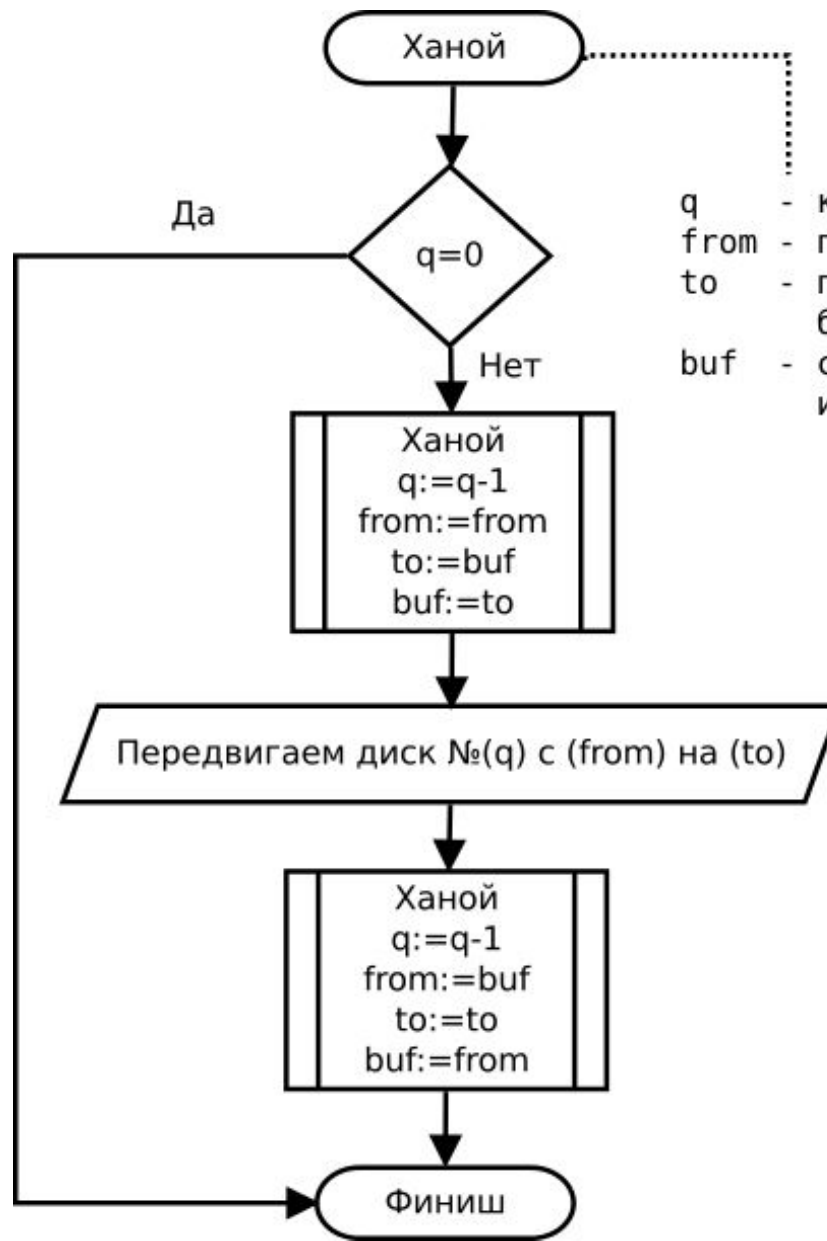


Игра



Ходов: 0

# Ханойская башня



q - количество дисков  
from - пирамида с дисками  
to - пирамида, куда диски  
будут перемещаться  
buf - свободная пирамида для  
использования как буфер

# Ханойская башня

//n – количество дисков

//a, b, c – номера штырьков. Перекладывание производится со штырька a,

//на штырек b при вспомогательном штырьке c.

```
procedure Hanoi(n, a, b, c: integer);
```

```
begin
```

```
  if n > 1 then
```

```
    begin
```

```
      Hanoi(n-1, a, c, b);
```

```
      writeln(a, ' -> ', b);
```

```
      Hanoi(n-1, c, b, a);
```

```
    end else
```


```
      writeln(a, ' -> ', b);
```

```
    end;
```

# В программировании рекурсия —

вызов функции (процедуры) из неё же самой, непосредственно (*простая рекурсия*) или через другие функции (*сложная или косвенная рекурсия*), например, функция А вызывает функцию В, а функция А — функцию В .

Количество вложенных вызовов функции или процедуры называется глубиной рекурсии. Рекурсивная программа позволяет описать повторяющееся или даже потенциально бесконечное вычисление, причём без явных повторений частей программы и использования циклов.



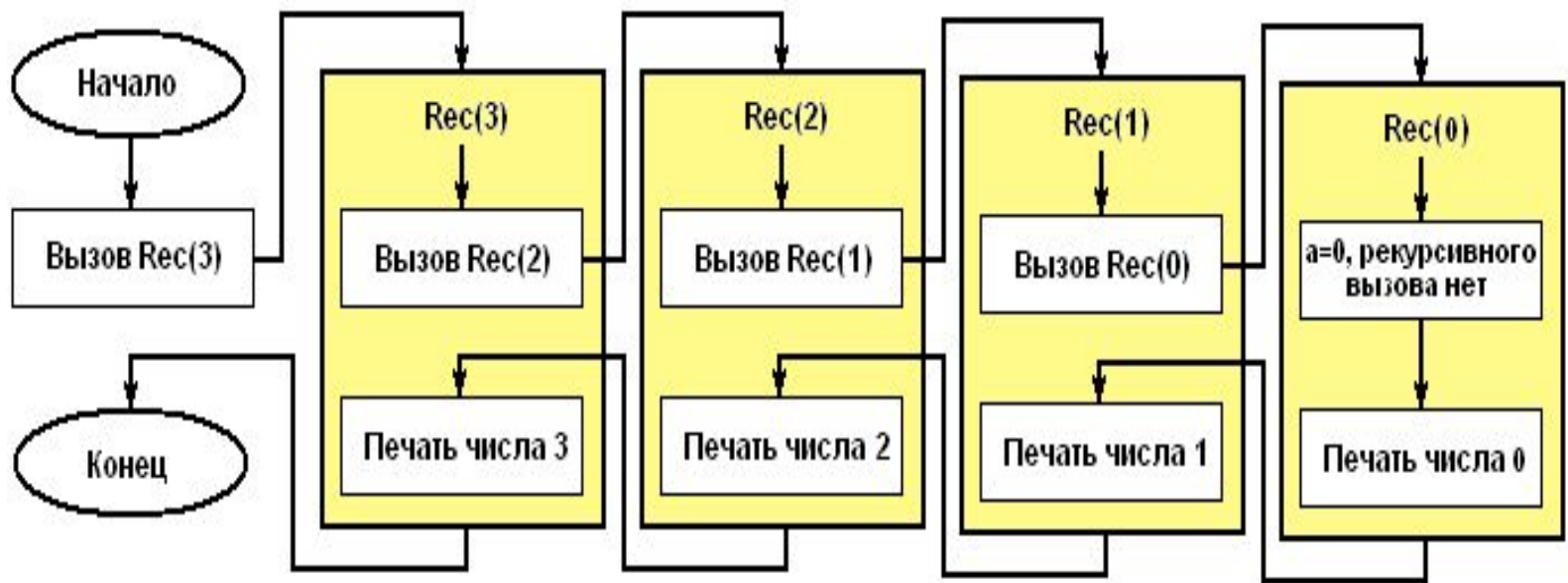
Структурно рекурсивная функция на верхнем уровне всегда представляет собой команду ветвления (выбор одной из двух или более альтернатив в зависимости от условия (условий), которое в данном случае уместно назвать «условием прекращения рекурсии»), имеющей две или более альтернативные ветви, из которых хотя бы одна является *рекурсивной* и хотя бы одна — *терминальной*. Рекурсивная ветвь выполняется, когда условие прекращения рекурсии ложно, и содержит хотя бы один рекурсивный вызов — прямой или опосредованный вызов функцией самой себя.



# Пример рекурсивной процедуры:

- procedure Rec(a: integer);
- begin
- if a>0 then
- Rec(a-1);
- writeln(a);
- end;

Если в основной программе поставить вызов, например, вида  $\text{Rec}(3)$ . Ниже представлена блок-схема, показывающая последовательность выполнения операторов.



- Процедура Rec вызывается с параметром  $a = 3$ . В ней содержится вызов процедуры Rec с параметром  $a = 2$ . Предыдущий вызов еще не завершился, поэтому можете представить себе, что создается еще одна процедура и до окончания ее работы первая свою работу не заканчивает. Процесс вызова заканчивается, когда параметр  $a = 0$ . В этот момент одновременно выполняются 4 экземпляра процедуры. Количество одновременно выполняемых процедур называют **глубиной рекурсии**.
- Четвертая вызванная процедура (Rec(0)) напечатает число 0 и закончит свою работу. После этого управление возвращается к процедуре, которая ее вызвала (Rec(1)) и печатается число 1. И так далее пока не завершатся все процедуры. Результатом исходного вызова будет печать четырех чисел: 0, 1, 2, 3.

- В качестве самостоятельного упражнения подумайте, что получится при вызове Rec(4). Также подумайте, что получится при вызове описанной ниже процедуры Rec2(4), где операторы поменялись местами.
- procedure Rec2(a: integer);
- begin
- writeln(a);
- if a>0 then
- Rec2(a-1);
- end;
- Обратите внимание, что в приведенных примерах рекурсивный вызов стоит **внутри условного оператора**. Это необходимое условие для того, чтобы рекурсия когда-нибудь закончилась. Также обратите внимание, что сама себя процедура вызывает с другим параметром, не таким, с каким была вызвана она сама. Если в процедуре **не используются глобальные переменные**, то это также необходимо, чтобы рекурсия не продолжалась до бесконечности.

# Перевод числа в двоичную систему.

```
while x>0 do
begin
  c:=x mod 2;
  x:=x div 2;
  write(c);
end;
```

```
procedure BinaryRepresentation(x: integer);
var
  c, x: integer;
begin
  {Первый блок. Выполняется в порядке
  вызова процедур}
  c := x mod 2;
  x := x div 2;
  {Рекурсивный вызов}
  if x>0 then
    BinaryRepresentation(x);
  {Второй блок. Выполняется в обратном
  порядке}
  write(c);
end;
```