

ЛОГИКА.
Логические операции.

Хорошие начальники падают с неба. Плохие начальники могут петь, следовательно:



плохие начальники летят с неба вниз

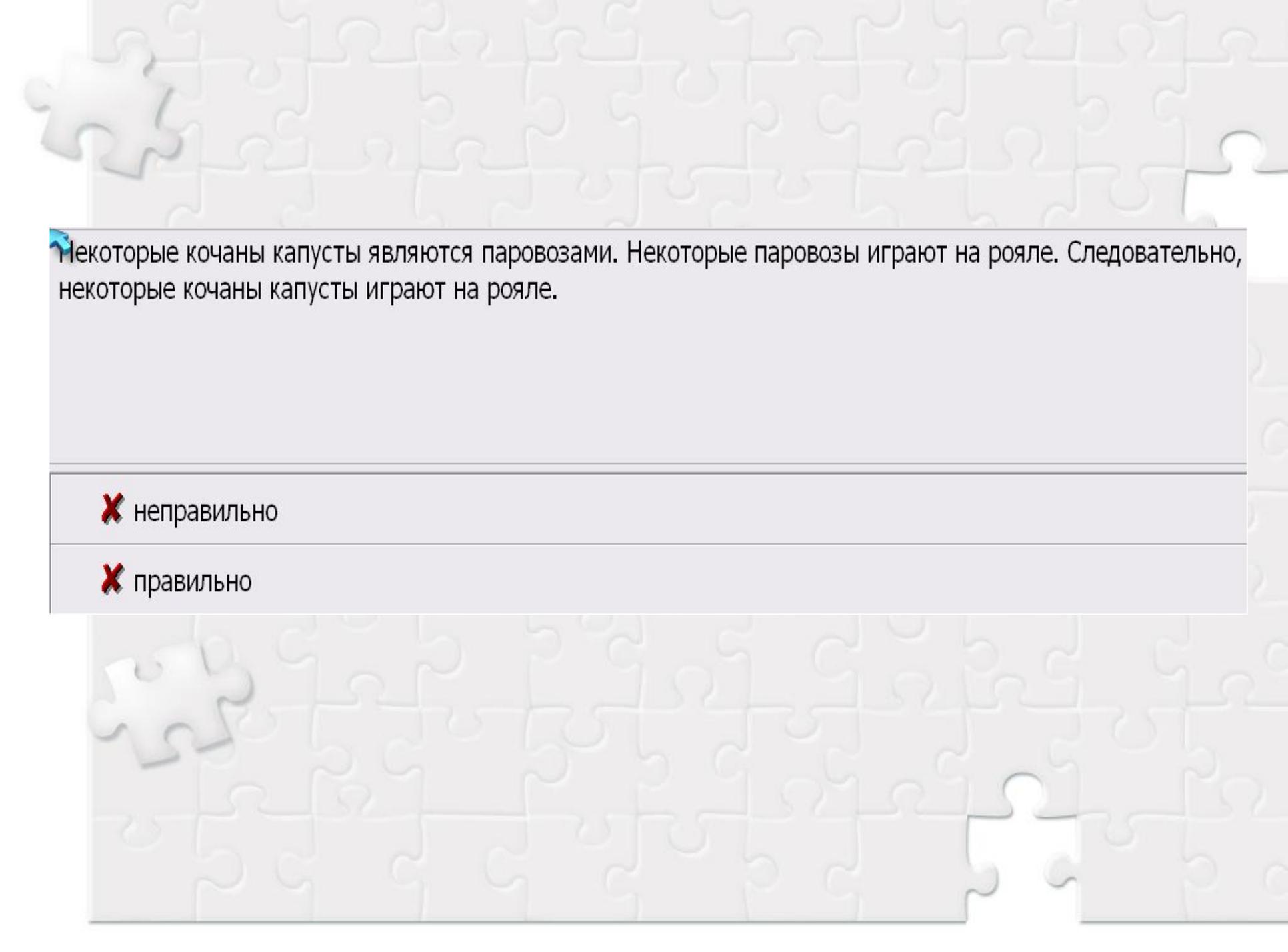
плохие начальники не падают с неба

все утверждения неверны

хорошие начальники, которые умеют летать, могут петь

некоторые плохие начальники не могут петь

некоторые хорошие начальники плохи, так как они не умеют петь



Некоторые кочаны капусты являются паровозами. Некоторые паровозы играют на рояле. Следовательно, некоторые кочаны капусты играют на рояле.

неправильно

правильно



Логическая переменная.

Логическая переменная - это простое высказывание, содержащее только одну мысль. Ее символическое обозначение — латинская буква (например А, В, Х, Y и т.д.).

Например:

А – «Буква А – гласная»;

В – «Тигр – животное травоядное».

Значением логической переменной могут быть только константы ИСТИНА (1) или ЛОЖЬ (0).



Составное высказывание

- **Составное высказывание** — логическая функция, которая содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических связок (операций) **«и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда»** и др.
Ее символическое обозначение — $F(A, B, \dots)$.
- Пример: Мы сидим на уроке **и** решаем задачи.

Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ** (логическое умножение).

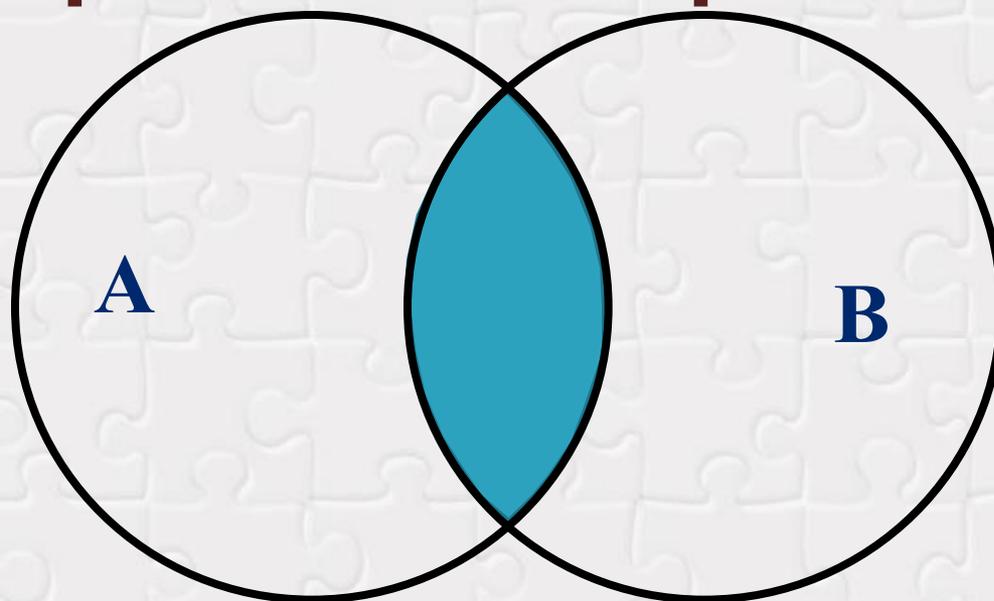
- в естественном языке соответствует союзу **и**;
- в алгебре высказываний обозначение **&** или **\wedge** (**$A \& B$** или **$A \wedge B$**);
- в языках программирования обозначение **And**.
- Конъюнкция — это логическая операция, значение которой истинно тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

Таблица истинности

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Таблица истинности – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения для каждой комбинации.

Диаграмма Эйлера—Вена



- В алгебре множеств конъюнкции соответствует операция пересечения множеств, то есть множеству, получившемуся в результате умножения множеств A и B , соответствует множество, состоящее из элементов, принадлежащих одновременно двум множествам.

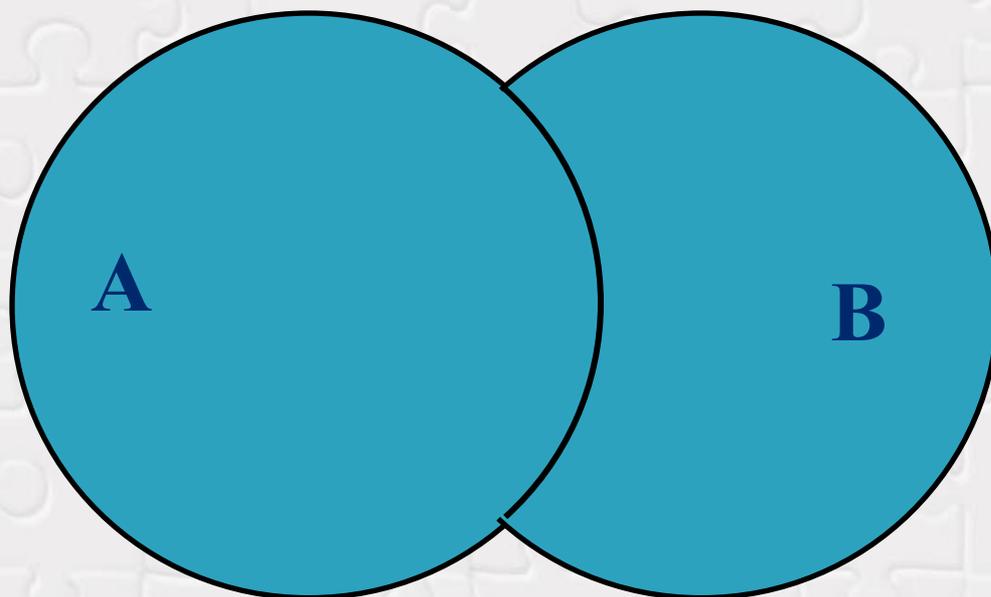
Логическая операция ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение)

- в естественном языке соответствует союзу **или**;
- обозначение \vee ;
- в языках программирования обозначение Or.
- Дизъюнкция — это логическая операция, значение которой ложно тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны и истинно, когда хотя бы одно из двух образующих его высказываний истинно.

Таблица истинности

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера—Вена



- В алгебре множеств дизъюнкции соответствует операция объединения множеств, то есть множеству, получившемуся в результате сложения множеств A и B , соответствует множество, состоящее из элементов, принадлежащих либо множеству A , либо множеству B .

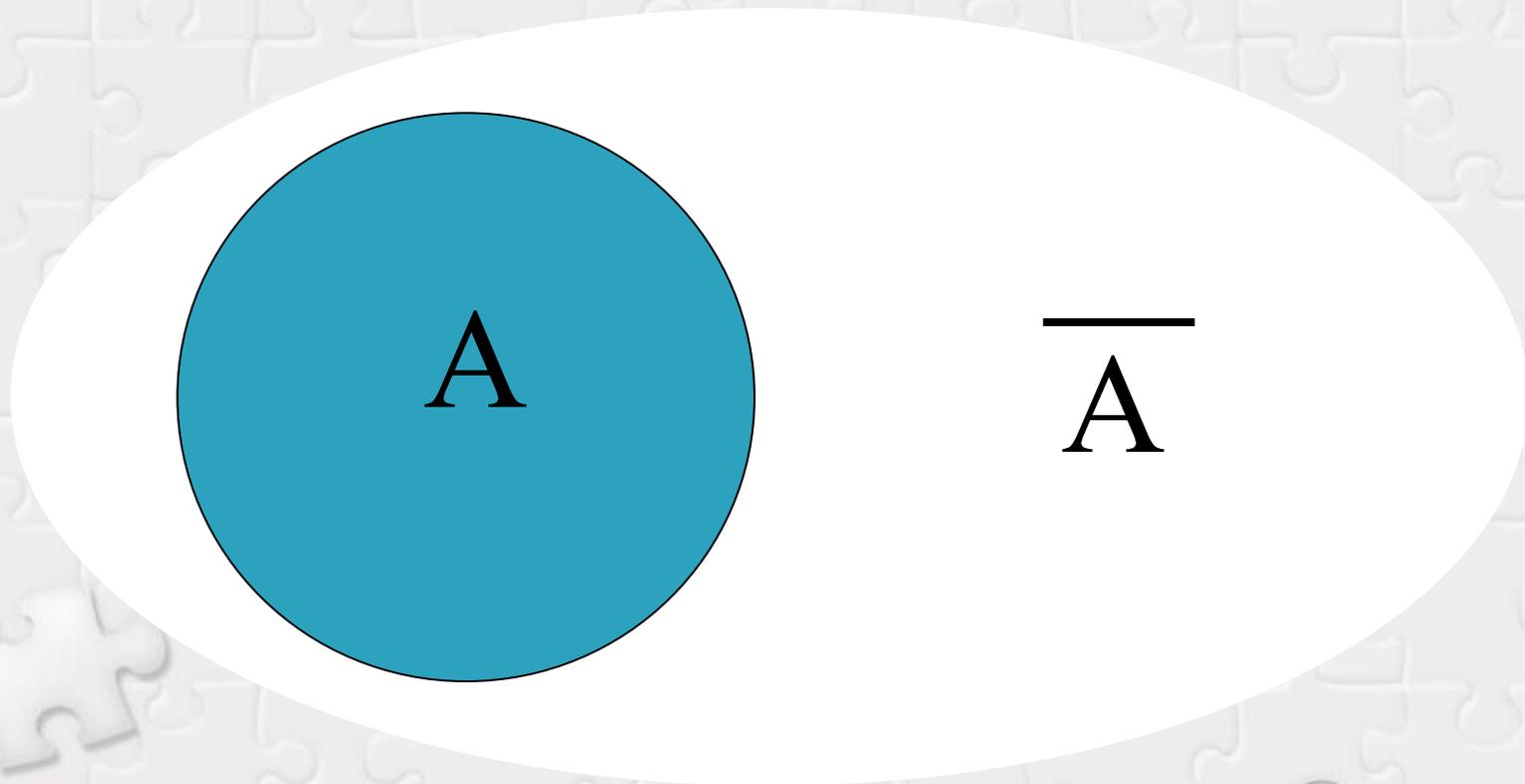
Логическая операция ИНВЕРСИЯ (отрицание)

- в естественном языке соответствует словам **неверно, что...** и частице **не**;
- обозначение $\neg A$ или \bar{A} ;
- в языках программирования обозначение Not.
- Отрицание — это логическая операция, значение которой ложно, если само высказывание истинно, и истинно, если само высказывание ложно.

Таблица истинности

A	\overline{A}
0	1
1	0

Диаграмма Эйлера-Вена



Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование).

- в естественном языке соответствует связке **если ..., то ...;**
- в алгебре высказываний обозначение \rightarrow ($A \rightarrow B$).
- Импликация — это логическая операция, которая будет ложна тогда и только тогда, когда из истины следует ложь.

Таблица истинности

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

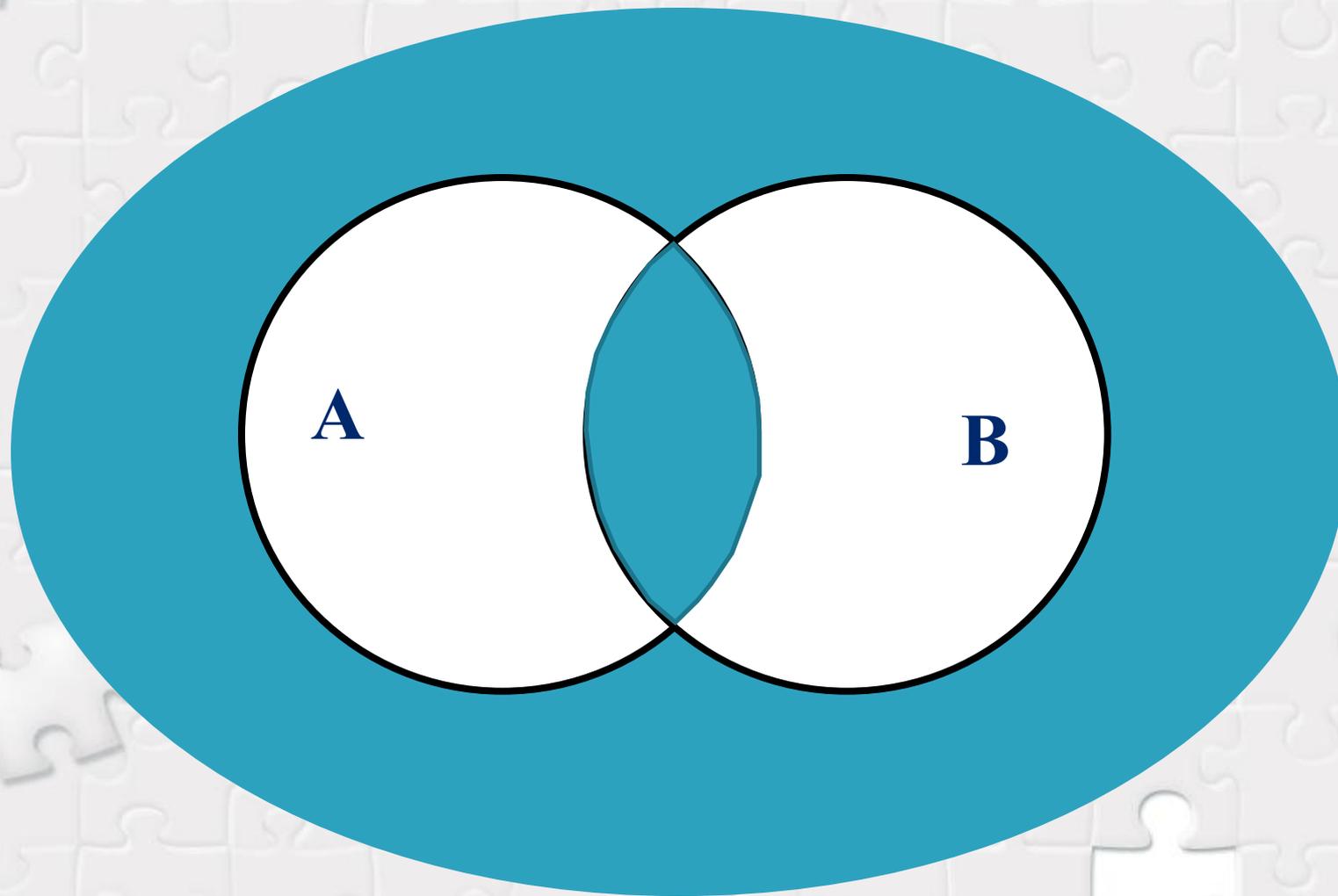
Логическая операция ЭКВИВАЛЕНЦИЯ (логическое равенство).

- в естественном языке соответствует связке **тогда и только тогда...;**
- в алгебре высказываний обозначение \leftrightarrow ($A \leftrightarrow B$).
- Эквиваленция — это логическая операция, значение которой истинно когда оба высказывания истинны или оба ложны.

Таблица истинности

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера—Вена



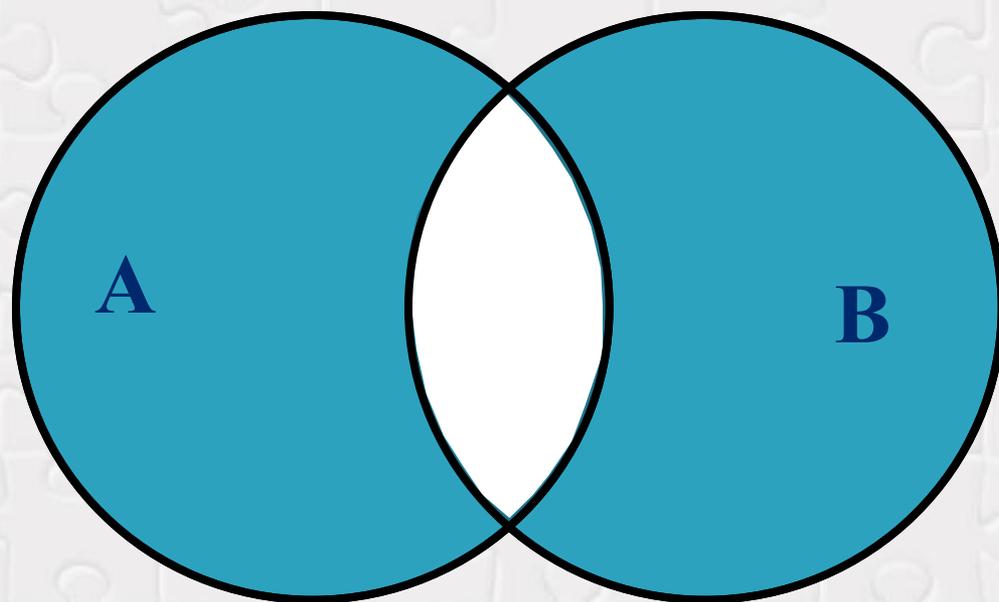
Логическая операция ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ.

- в естественном языке соответствует связке **либо..., либо...** ;
- в алгебре высказываний обозначение \oplus ($A \oplus B$).
- Исключающее ИЛИ — это логическая операция, значение которой истинно тогда, когда истинно либо одно из простых высказываний, либо другое, но не оба сразу.

Таблица истинности

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Диаграмма Эйлера—Вена





Приоритет операций

1. Инверсия \neg
2. Конъюнкция \wedge
3. Дизъюнкция \vee , исключающее ИЛИ \oplus
4. Эквиваленция \leftrightarrow , импликация \rightarrow

Приоритет операций можно изменить при помощи скобок.



Упражнение 1.

- Есть два простых высказывания:
 - А - «Буква А – гласная»;
 - В - «Тигр – животное травоядное».



Составьте из них все возможные составные высказывания и определите их истинность.

Упражнение 2.

Запишите следующие высказывания в виде логических выражений.

- Число 17 нечетное и двузначное.
- Неверно, что корова - хищное животное.
- На уроке физики ученики проводят опыты или решают задачи.
- Если будет солнечная погода, Катя пойдет гулять.
- Когда Катя выучит уроки, она пойдет гулять.

Упражнение 3.

Составьте и запишите истинные сложные высказывания из простых с использованием логических операций.

- Неверно, что $10 > Y > 5$
- А является максимальным среди чисел А, В и С
- Любое из чисел X, Y, Z положительно
- Хотя бы одно из чисел K, L, M не отрицательно
- Все числа X, Y, Z равны 20



Домашнее задание

- Выучить основные определения, знать обозначения.
 - Сформулировать два простых высказывания, построить из них сложные высказывания, используя логические связки «И», «ИЛИ». Записать логические высказывания с помощью логических операций и определите их истинность.
- 