

Перевод чисел из одной системы
счисления в другие.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Системы счисления
2. Формула разложения числа по степеням основания
3. Перевод чисел из одной системы счисления в другую
4. Алгоритмы перевода из одной системы счисления в другую
5. Проверка знаний
6. Авторы и информационные источники

Системы счисления

Система счисления – это совокупность символов, используемых для изображения чисел.

Система счисления включает в себя: алфавит, т. е. набор символов для записи чисел, способ записи чисел, способ чтения чисел. Они делятся на два класса:

ПОЗИЦИОННЫЕ И НЕПОЗИЦИОННЫЕ

Позиционные системы счисления – это системы, в которых величина цифры определяется ее положением (позицией) в числе.

Позиция цифр называется разрядом числа. Позиционные системы счисления различают по их основаниям, где основание – это число цифр, используемых в системах счисления.

Например: двоичная система счисления (A_2), восьмеричная система счисления (A_8) т.д.

Непозиционные системы счисления – это системы, в которых величина цифры не определяется ее положением (позицией) в числе.

Например: римская система счисления (II, V, XII)



Римские числа

I	1		XI	11		XXI	21
II	2		XII	12		XXV	25
III	3		XIII	13		XXX	30
IV	4		XIV	14		XL	40
V	5		XV	15		L	50
VI	6		XVI	16		LX	60
VII	7		XVII	17		XC	90
VIII	8		XVIII	18		C	100
IX	9		XIX	19		D	500
X	10		XX	20		M	1000

Правила записи и чтения римских чисел

- Буква, повторяющаяся дважды или трижды, удваивает или утраивает свое значение (CC - 200).
- Одна или более букв, помещенных после другой большего значения, увеличивает это значение на величину более мелкой (XI – 11, DCC - 700).
- Буква, помещенная перед другой буквой большего значения, уменьшает это значение на величину этой буквы (XC – 90, XL – 40).
- Горизонтальная черта, помещенная над буквой, повышает ее значение в 1000 раз.

Двоичная система счисления

Из всех систем счисления **особенно проста** и поэтому **интересна для технической реализации в компьютерах** двоичная система счисления.

Алфавит двоичной системы счисления состоит из **0** и **1**

Основанием, служит цифра **2**

Достоинства 2 с/с:

1. Простота кодирования;
2. Простота арифметических действий;
3. Простота записи, хранения и передачи техническими средствами.

Недостатки 2 с/с:

1. Много места занимает запись числа;
2. Трудоемкость перевода в 10 с/с и наоборот.

Восьмеричная система счисления

Алфавит:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$$8_{10} = 10_8$$

Основанием является цифра 8

Например: 276_8

Шестнадцатеричная система счисления

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,
8, 9, A, B, C, D, E, F

$$16_{10} = 10_{16}$$

Основанием является цифра 16

Например: $26A7_{16}$

Формула разложения числа по степеням основания

Рассмотрим, для примера, десятичное число **3745**. Его можно записать несколькими способами, не изменяя его количества.

$$A_{10} = 3745$$

$$A_{10} = 3000 + 700 + 40 + 5$$

$$A_{10} = 3 \times 1000 + 7 \times 100 + 4 \times 10 + 5$$

$$A_{10} = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

(любое число в степени 0 равно 1)

Последнюю запись называют разложением по степеням
основания.

$$A_p = a_n p^n + \dots + a_1 p^1 + a_0 p^0$$

Формула разложения по степеням основания показывает, что число можно представить в виде суммы цифр, которые в свою очередь, равны произведению цифры на основание в степени, равной номеру разряда. При разложении **целых** чисел нумерация разрядов идет справа налево, начиная с «0».

Запишите в тетрадь

Алгоритм перевода чисел из десятичной системы счисления в любую позиционную систему счисления с основанием q (2, 8, 16).

1. Делим число на основание системы счисления нацело (остаток должен быть меньше основания).
2. Если частное больше основания системы счисления, то повторить шаг 1.
3. Если частное меньше основания, то записываем число из остатков, начиная с последнего частного, справа налево.

Алгоритм перевода целого числа из системы счисления с основанием q (2, 8, 16) в десятичную систему счисления.

1. Определяем разряд каждой цифры в числе (разряды выставляются строго над цифрами справа налево, начиная с нуля)
2. Умножаем цифру числа на основание в степени, равной номеру разряда.
3. Суммируем все произведения.

1. Чтобы число 124 перевести из 10 с\с в 2 с\с надо это число делить на 2 (основание с\с) до тех пор, пока остатком деления не окажется число меньше 2 (1 или 0) .

$$\begin{array}{r}
 124 \quad | \quad \frac{2}{62} \\
 \hline
 124 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \frac{2}{62} \quad | \quad \frac{2}{31} \\
 \hline
 62 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \frac{2}{31} \quad | \quad \frac{2}{15} \\
 \hline
 31 \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \frac{2}{15} \quad | \quad \frac{2}{7} \\
 \hline
 15 \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \frac{2}{7} \quad | \quad \frac{2}{3} \\
 \hline
 7 \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \frac{2}{3} \quad | \quad \frac{2}{1} \\
 \hline
 3 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

2. Выписываем все остатки (справа налево) начиная с частного, следовательно

$$124_{10} = 1111100_2$$

1. Для того, чтобы перевести число из 2 с\с в 10 с\с, надо представить его в виде суммы произведений цифры на основание в степени, равной номеру разряда. (при разложении **целых** чисел нумерация разрядов идет справа налево, начиная с «0»)

$$\begin{array}{cccccc} 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\ & = & 1 \times 2^4 + & 1 \times 2^3 + & 0 \times 2^2 + & 0 \times 2^1 + & 1 \times 2^0 = \\ & & & & & & \\ & & & & & & = 16 + 8 + 1 = 25_{10} \end{array}$$

Получаем, что $11001_2 = 25_{10}$

1. Чтобы число 124 перевести из 10 с\с в 8 с\с надо это число делить на 8 (основание с\с) до тех пор, пока остатком деления не окажется число меньше 8 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) .

$$\begin{array}{r|l} 124 & 8 \\ \hline 120 & 15 \quad | \quad 8 \\ \hline 4 & 8 \quad | \quad 1 \\ & 7 \end{array}$$

2. Выписываем все остатки (справа налево) начиная с частного, следовательно

$$124_{10} = 174_8$$

1. Чтобы число 395 перевести из 10 с\с в 16 с\с надо это число делить на 16 (основание с\с) до тех пор, пока остатком деления не окажется число меньше 16 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).

$$\begin{array}{r|l} 395 & 16 \\ \hline 384 & 24 \\ \hline 11 & 16 \\ & 8 \\ & 1 \end{array}$$

2. Выписываем все остатки (справа налево) начиная с частного, следовательно

$$395_{10} = 18B_{16}$$

1. Для того, чтобы перевести число из 8 с\с в 10 с\с, надо представить его в виде суммы произведений цифры на основание в степени, равной номеру разряда. (при разложении **целых** чисел нумерация разрядов идет справа налево, начиная с «0»)

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 0 \\ 6 \quad 1 \quad 3 \end{array} = 6 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = \\ = 384 + 8 + 3 = 395_{10}$$

2. Получаем, что $613_8 = 395_{10}$

1. Для того, чтобы перевести число из 16 с\с в 10 с\с, надо представить его в виде суммы произведений цифры на основание в степени, равной номеру разряда. (при разложении **целых** чисел нумерация разрядов идет справа налево, начиная с «0»)

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ A & 7 & F & 5 \\ \end{array} \substack{ \\ 16} = A \times 16^3 + 7 \times 16^2 + F \times 16^1 + \\ + 5 \times 16^0 = 10 \times 4096 + \\ + 7 \times 256 + 15 \times 16 + 5 \times 1 = 42997_{10}$$

2. Получаем, что $A7F5_{16} = 42997_{10}$

1) 124_{10}

a) $\underline{1111100}_2$

б) $\underline{1010101}_2$

в) $\underline{1111001}_2$

г) $\underline{1101100}_2$

2) 543_{10}

a) $\underline{111110011}_2$

б) $\underline{1111001001}_2$

в) $\underline{1000011111}_2$

г) $\underline{1101100010}_2$

3) 131_{10}

a) $\underline{11111001}_2$

б) $\underline{10000011}_2$

в) $\underline{11110010}_2$

г) $\underline{10101100}_2$

4) 489_{10}

a) $\underline{111110110}_2$

б) $\underline{101010101}_2$

в) $\underline{110110000}_2$

г) $\underline{111101001}_2$

1) 111111_2

a) 61

б) 64

в) 63

г) 65

2) 10001101_2

a) 140

б) 150

в) 145

г) 141

3) 111101_2

a) 61

б) 59

в) 60

г) 62

4) 11001110_2

a) 206

б) 602

в) 208

г) 205

1) 613_8

a) $\underline{359}_{10}$

б) $\underline{395}_{10}$

в) $\underline{358}_{10}$

г) $\underline{360}_{10}$

2) 24_8

a) $\underline{20}_{10}$

б) $\underline{25}_{10}$

в) $\underline{30}_{10}$

г) $\underline{36}_{10}$

3) 100_8

a) $\underline{56}_{10}$

б) $\underline{100}_{10}$

в) $\underline{64}_{10}$

г) $\underline{68}_{10}$

4) 154_8

a) $\underline{117}_{10}$

б) $\underline{198}_{10}$

в) $\underline{104}_{10}$

г) $\underline{108}_{10}$

1) $A7F5_{16}$

a) $\underline{43959}_{10}$

б) $\underline{42997}_{10}$

в) $\underline{34779}_{10}$

г) $\underline{45360}_{10}$

2) 10_{16}

a) $\underline{8}_{10}$

б) $\underline{12}_{10}$

в) $\underline{23}_{10}$

г) $\underline{16}_{10}$

3) $B0E_{16}$

a) $\underline{2830}_{10}$

б) $\underline{1865}_{10}$

в) $\underline{2967}_{10}$

г) $\underline{2525}_{10}$

4) 120_{16}

a) $\underline{300}_{10}$

б) $\underline{267}_{10}$

в) $\underline{288}_{10}$

г) $\underline{280}_{10}$

1) 12_{10}

a) $\underline{16}_8$

б) $\underline{14}_8$

в) $\underline{15}_8$

г) $\underline{20}_8$

2) 235_{10}

a) $\underline{535}_8$

б) $\underline{314}_8$

в) $\underline{134}_8$

г) $\underline{353}_8$

3) 1768_{10}

a) $\underline{3416}_8$

б) $\underline{2314}_8$

в) $\underline{3350}_8$

г) $\underline{2780}_8$

4) 895_{10}

a) $\underline{1577}_8$

б) $\underline{1304}_8$

в) $\underline{1532}_8$

г) $\underline{1520}_8$

1) 54_{10}

a) $\underline{36}_{16}$

б) $\underline{46}_{16}$

в) $\underline{26}_{16}$

г) $\underline{56}_{16}$

2) 125_{10}

a) $\underline{A2}_{16}$

б) $\underline{7D}_{16}$

в) $\underline{5F}_{16}$

г) $\underline{59}_{16}$

3) 3758_{10}

a) \underline{AEE}_{16}

б) $\underline{DA1}_{16}$

в) \underline{EAE}_{16}

г) $\underline{CA1}_{16}$

4) 52167_{10}

a) $\underline{ABF5}_{16}$

б) $\underline{BCB2}_{16}$

в) $\underline{7BBA}_{16}$

г) $\underline{CBC7}_{16}$