



# СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ





# Содержание

---

- Виды систем счисления
- Алгоритм перевода чисел из Алгоритм перевода чисел из  $p$ -  
Алгоритм перевода чисел из  $p$ -ичной системы счисления в  
Алгоритм перевода чисел из  $p$ -ичной системы счисления в  $q$ -  
Алгоритм перевода чисел из  $p$ -ичной системы счисления в  $q$ -  
ичную Алгоритм перевода чисел из  $p$ -ичной системы  
счисления в  $q$ -ичную Алгоритм перевода чисел из  $p$ -ичной  
системы счисления в  $q$ -ичную систему счисления
- Двоичная и восьмеричная арифметика
- Шестнадцатеричная арифметика

**Цифры** – это символы, участвующие в записи числа и составляющие некоторый алфавит.

**Число** – это некоторая величина.

**Система счисления** – это способ записи чисел с помощью цифр.

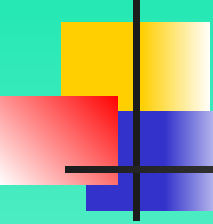
Все известные системы счисления делятся на **позиционные и непозиционные**.

Непозиционные системы счисления возникли ранее позиционных. Последние являются в свою очередь результатом длительного исторического развития непозиционных систем счисления.

- 1. Непозиционной называется такая система счисления, у которой количественный эквивалент (“вес”) цифры не зависит от ее местоположения в записи числа.**

### **Непозиционные системы счисления**

- 1) Единичная система счисления
- 2) Древнеегипетская десятичная непозиционная система счисления
- 3) Римская система счисления
- 4) Алфавитные системы



**2. Позиционной** называется такая система счисления, у которой количественный эквивалент (“вес”) цифры зависит от ее местоположения в записи числа.

Основные достоинства позиционных систем счисления:

1. Простота выполнения арифметических операций.
2. Ограниченное количество символов, необходимых для записи числа

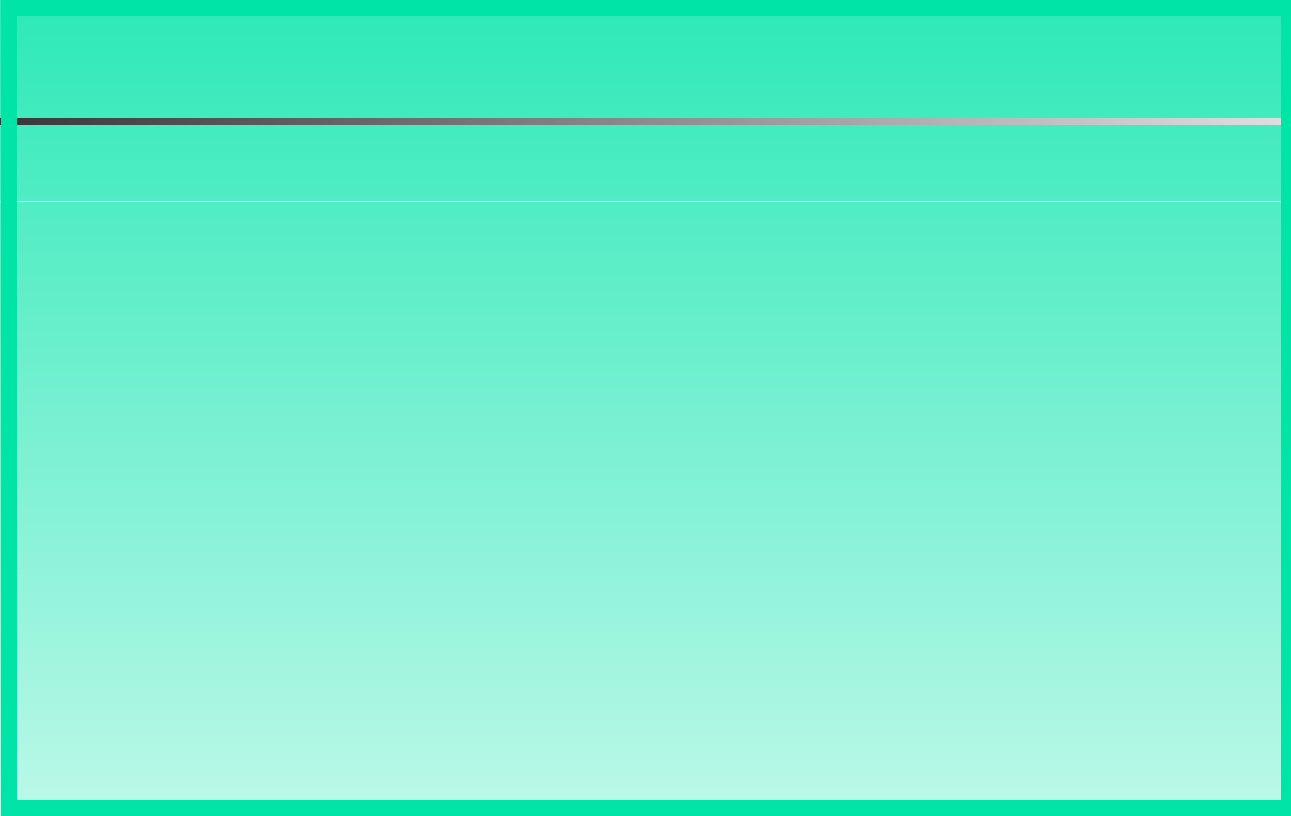
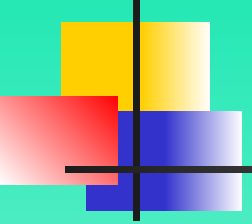
**Разряд** – это позиция цифры в числе.

**Основание (базис) позиционной системы счисления** – это количество цифр или других знаков, используемых для записи чисел в данной системе счисления.

Позиционных систем много, так как за основание системы можно взять любое число  $\geq 2$ .

<u>Название</u>	<u>Основание</u>	<u>цифры</u>	<u>Где используются</u>
Двоичная	2	<b>0,1</b>	В ЭВМ
Восьмеричная	8	<b>0,1,2,3,4,5,6,7</b>	В ЭВМ
Шестнадцатеричная	16	<b>0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F</b> (10,11,12,13,14,15- в десятичной с.с. соответственно)	В ЭВМ
Десятичная	10	<b>0,1,2,3,4,5,6,7,8,9</b>	В современной повседневной жизни
Двенадцатеричная	12 (дюжина)	<b>0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, знак, знак</b>	В мире до первой трети XX века
Пятеричная	5	<b>0,1,2,3,4</b>	В Китае





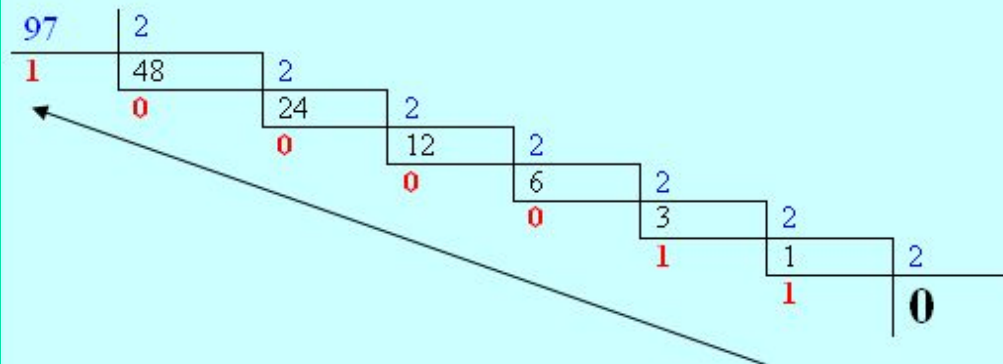
## Перевод чисел из 10-ой системы счисления

Перевод	Целые числа	Дробные числа
$A_{10} \rightarrow A_{\text{любую}}$	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Последовательно выполнить деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное меньше делителя.</li><li>2. Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.</li><li>3. Составить число в новой системе счисления, записать его, начиная с последнего остатка.</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Последовательно умножаем данное число и получаемые дробные произведения на основание новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равна нулю или будет достигнута требуемая точность представления числа.</li><li>2. Полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.</li><li>3. Составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.</li></ol>

1 Пример. Перевести число  $97,625_{10}$  в двоичную систему счисления

$$97,625_{10} = 97_{10} + 0,625_{10}$$

Перевод целой части



$$97_{10} = 1100001_2$$

Перевод дробной части

0,	625
	$\times 2$
1	250
	$\times 2$
0	500
	$\times 2$
1	000

$$0,625_{10} = 0,101_2$$

$$97,625_{10} = 1100001_2 + 0,101_2 = 1100001,101_2$$



2 Пример. Перевести число  $126,65625_{10}$  в восьмеричную систему счисления.

$$126,65625_{10} = 126_{10} + 0,65625_{10}$$

Перевод целой части

126		8				
6		15		8		
		7		1		8
				1		0

←

$$126_{10} = 176_8$$

Перевод дробной части

0,	65625
	<u>× 8</u>
5	25000
	<u>× 8</u>
2	00000

↓

$$0,65625_{10} = 0,52_8$$

$$126,65625_{10} = 176_8 + 0,52_8 = 176,52_8$$

3 Пример. Перевести число  $180,65625_{10}$  в шестнадцатеричную систему счисления.

$$180,65625_{10} = 180_{10} + 0,65625_{10}$$

Перевод целой части

180		16	
4		11	16
		11 (B)	0

←

$$180_{10} = B4_{16}$$

Перевод дробной части

0,		65625
		<u>x 16</u>
10		50000
(A)		<u>x 16</u>
8		00000

↓

$$0,65625_{10} = 0, A8_{16}$$

$$180,65625_{10} = B4_{16} + 0, A8_{16} = B4, A8_{16}$$

#### 4 Пример. Перевести число $0,9_{10}$ в двоичную систему счисления

Перевод дробной части

<b>0,</b>	9
	$\times 2$
1	8
	$\times 2$
1	6
	$\times 2$
1	2
	$\times 2$
0	4
	$\times 2$
0	8
	$\times 2$
1	6
	$\times 2$
1	2
↓	И т.д.

Этот процесс можно продолжить бесконечно.

$$0,9_{10} \approx 0,1110011_2$$

# Перевод чисел в десятичную систему счисления

Перевод

$A_{\text{любая}} \rightarrow A_{\text{десятичная}}$

1. Представьте число в развернутой форме. При этом основание системы счисления должно быть представлено в десятичной системе счисления.
2. Найдите сумму ряда. Полученное число является значением числа в десятичной системе счисления.

## Примеры

### 1 Пример

$$AB8,23_{16} = (10 \times 16^2 + 11 \times 16^1 + 8 \times 16^0) + (2 \times 16^{-1} + 3 \times 16^{-2}) = (2560 + 176 + 8) + (2 \times 1/16 + 3/(16 \times 16)) = \\ = 2744 + (0,125 + 0,01171875) = 2744 + 0,13671875 = 2744,13671875_{10}$$

### Примечание

- $A_{16} = 10_{10}$ ;  $B_{16} = 11_{10}$ ; .....  $F_{16} = 15_{10}$
- Любое число в нулевой степени  $= 1$ ;  $16^0 = 1$ .
- $16^{-2} = 1/16^2$
- Дробная часть числа дает дробную часть в другой системе счисления, всегда  $< 1$  ( 0, ... )

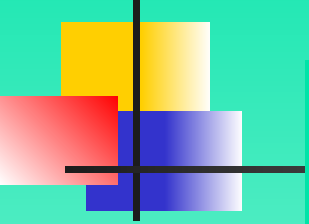
### 2 Пример

$$1001,001_2 = (1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0) + (0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}) = \\ = (8 + 0 + 0 + 1) + (0 + 0 + 1/8) = 9 + 0.125 = 9.125_{10}$$

### 3 Пример

$$304302,413_5 = (3 \times 5^5 + 0 \times 5^4 + 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 0 \\ \times 5^1 + 2 \times 5^0) + (4 \times 5^{-1} + 1 \times 5^{-2} + 3 \times 5^{-3}) = (3 \times 3125 + 0 + 4 \times 125 + 0 + 2) + \\ + (4/5 + 1/25 + 3/125) = (9375 + 500 + 2) + (0,8 + 0,04 + 0,024) = 9877 + 0,864 = 9877,864_{10}$$

## Домашнее задание



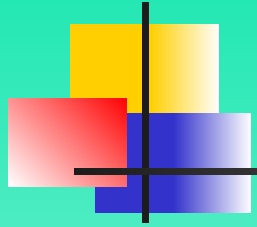
1 вариант	2 вариант
1) $607,57_9 = A_7$	1) $124,003_6 = A_5$
2) $131,181_8 = A_3$	2) $A100,0B_{16} = A_4$

3 вариант	4 вариант
1) $45,12_6 = A_{15}$	1) $CBO, B3_{16} = A_3$
2) $110,101_2 = A_7$	2) $1230,023_4 = A_5$

## Самостоятельная работа

1 вариант	2 вариант
1) $6370,17_8 = A_3$	1) $230,111_4 = A_8$
2) $A01,10C_{16} = A_7$	2) $A00,0C_{16} = A_5$
3) $1011,011_2 = A_9$	2) $100,111_2 = A_7$





# Двоичная и восьмеричная арифметика

# Двоичная арифметика

Таблица сложения

<b>+</b>	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица умножения

<b>x</b>	0	1
0	0	0
1	0	1

0+0=0

0 + 1= 1

1 +0 =1

1 +1 =10

(1+1)+1=11

(1+1)+(1+1)=10+10=100

(1+1+1+1)+1=100+1=101 и т д.

**Пример 1**

		1	0	1	1,	0	1 <sub>2</sub>	
	+1	0	1	1	0,	1	1	1 <sub>2</sub>
1 ←	0	0	0	1	0,	0	0	1 <sub>2</sub>
		1	1	1	1	1	1	память

**Пример 2**

	1	1	1	1,	1	1 <sub>2</sub>
+	1	0	1	0,	1	1 <sub>2</sub>
1 ←	1	0	1	0,	1	0 <sub>2</sub>
		1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	память



# Двоичная арифметика (продолжение)

Таблица сложения

<b>+</b>	0	1
0	0	1
1	1	<b>10</b>

Таблица умножения

<b>x</b>	0	1
0	0	0
1	0	1

0-0=0

1-0=1

0-1 = надо занять 1 в соседнем разряде

1-1=0

**Пример 3**

	.0	1	.10	1	10		
	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0,</b>	<b>0</b>	<b>1<sub>2</sub></b>	
-		<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1,</b>	<b>1</b>	<b>1<sub>2</sub></b>	
	<del>0</del>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0,</b>	<b>1</b>	<del>0<sub>2</sub></del>	

**пример4**

0	10	10	1	1	10		
.	.	.					
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0,</b>	<b>0</b>	<b>1<sub>2</sub></b>	
-		<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1,</b>	<b>1<sub>2</sub></b>		
<del>0</del>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0,</b>	<b>1</b>	<b>1<sub>2</sub></b>	

# Двоичная арифметика (продолжение)

Таблица сложения

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица умножения

x	0	1
0	0	0
1	0	1

**Пример 5**

				1	0	1	1,	1 <sub>2</sub>		
			x		1	0	1,	0	1 <sub>2</sub>	
					1	0	1	1	1	
				0	0	0	0	0		
	+		1	0	1	1	1			
		0	0	0	0	0				
		← 1	0	1	1	1				
1	0	0	0	1	0	0,	0	1	1 <sub>2</sub>	
	1	1			1	1				память
		1	0	0	0					



# Двоичная арифметика (продолжение)

Таблица сложения

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица умножения

x	0	1
0	0	0
1	0	1

Пример 7

		1	0	1,	0	1 <sub>2</sub>	:	1	0,	1 <sub>2</sub>	=
	=	1	0	1	0	1 <sub>2</sub>	:	1	0	1	0 <sub>2</sub>
-	1	0	1	0	1		1	0	1	0	
	1	0	1	0			1	0,	0	0	0 1
	0	0	0	0	1	0	0	0	1		
					-	1	0	1	0		
						1	1	1	1		
1	0	1,	0	1 <sub>2</sub>	:	1	0,	1 <sub>2</sub>	≈10,0001 <sub>2</sub>		





## Двоичная арифметика (продолжение)

---

### Домашнее задание

А)  $1010,1010_2 + 1010,101011_2 =$

Б)  $1010,1010_2 - 11,011_2 =$

В)  $1010,101_2 \times 11,01_2 =$

Г)  $101,11_2 : 11,01_2 =$

д)  $110,11_2 + 101,111_2 =$

е)  $11110,001_2 - 10,011_2 =$

ж)  $101,11_2 \times 10,1_2 =$

з)  $11,01_2 : 10,1_2 =$



## Двоичная арифметика (продолжение)

### Самостоятельная работа

1 вариант

1)  $1011,11_2 \times 110,11_2$

2)  $101_2 : 1011_2$

( До 5 знаков после запятой)

3)  $1001,001_2 - 111,11_2$

2 вариант

1)  $110,11_2 \times 111,11_2$

2)  $11,01_2 : 111,1_2$

( До 5 знаков после запятой)

3)  $1100,01_2 - 101,1011_2$

## Двоичная арифметика (продолжение)

### Самостоятельная работа (ответы)

1 вариант

2 вариант

1)  $1011,11_2 \times 110,11_2 =$   
 **$1001111,0001_2$**

1)  $110,11_2 \times 111,11_2 =$   
 **$110100,0101_2$**

2)  $101_2 : 1011_2$   
( До 5 знаков после запятой )  
=  
 **$0,01111_2$**

2)  $11,01_2 : 111,1_2$   
( До 5 знаков после запятой )  
=  
 **$0,01101_2$**

3)  $1001,001_2 - 111,11_2 =$   
 **$1,011_2$**

3)  $1100,01_2 - 101,1011_2 =$   
 **$110,1001_2$**





# Восьмеричная арифметика

## Таблица сложения

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

## Таблица умножения

X	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61



# Шестнадцатеричная арифметика

## Таблица сложения

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E



# Вычитание

## Пример 1

0 7 7 12 6 7 10

. .

**1 0 0 2 7 , 0 0 5<sub>8</sub>**

**5 6 3 , 1 2 3<sub>8</sub>**

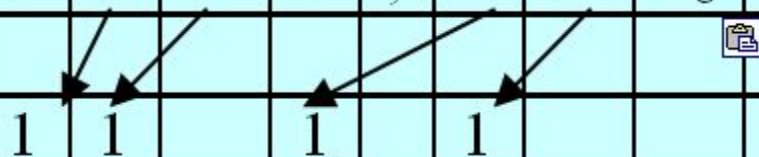
~~0~~ 7 2 4 3 , 6 6 2<sub>8</sub>

## Проверка

7 2 4 3 , 6 6 2<sub>8</sub>

+ 5 6 3 , 1 2 3<sub>8</sub>

**1 0 0 2 7 , 0 0 5<sub>8</sub>**



## Пример 2

9 10 E 1B 1D 10

.

.

.

.

A 0 F C E , 0 4 5<sub>16</sub>

- 5 F D E F , 5 3<sub>16</sub>

4 1 1 D E , B 1 5<sub>16</sub>

## Проверка

4 1 1 D E , B 1 5<sub>16</sub>

+ 5 F D E F , 5 3<sub>16</sub>

A 0 F C E , 0 4 5<sub>16</sub>

1

1

1

1



## Самостоятельная работа

$$1) \quad \begin{array}{r} 2300_8 \\ - 547_8 \\ \hline \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r} 342_8 \\ 725_8 \end{array}$$

$$2) \quad \begin{array}{r} F530_{16} \\ - 4CF3_{16} \\ \hline \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r} 453_{16} \\ D5A_{16} \end{array}$$

Решить примеры и сделать проверку



