



СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ





Содержание

- Виды систем счисления
- Алгоритм перевода чисел из Алгоритм перевода чисел из p -
Алгоритм перевода чисел из p -ичной системы счисления в
Алгоритм перевода чисел из p -ичной системы счисления в q -
Алгоритм перевода чисел из p -ичной системы счисления в q -
ичную Алгоритм перевода чисел из p -ичной системы
счисления в q -ичную Алгоритм перевода чисел из p -ичной
системы счисления в q -ичную систему счисления
- Двоичная и восьмеричная арифметика
- Шестнадцатеричная арифметика

Цифры – это символы, участвующие в записи числа и составляющие некоторый алфавит.

Число – это некоторая величина.

Система счисления – это способ записи чисел с помощью цифр.

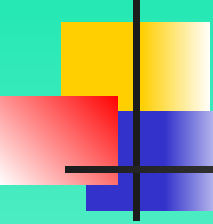
Все известные системы счисления делятся на **позиционные и непозиционные**.

Непозиционные системы счисления возникли ранее позиционных. Последние являются в свою очередь результатом длительного исторического развития непозиционных систем счисления.

- 1. Непозиционной называется такая система счисления, у которой количественный эквивалент (“вес”) цифры не зависит от ее местоположения в записи числа.**

Непозиционные системы счисления

- 1) Единичная система счисления
- 2) Древнеегипетская десятичная непозиционная система счисления
- 3) Римская система счисления
- 4) Алфавитные системы



2. Позиционной называется такая система счисления, у которой количественный эквивалент (“вес”) цифры зависит от ее местоположения в записи числа.

Основные достоинства позиционных систем счисления:

1. Простота выполнения арифметических операций.
2. Ограниченное количество символов, необходимых для записи числа

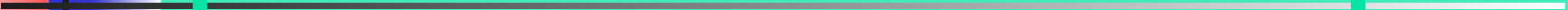
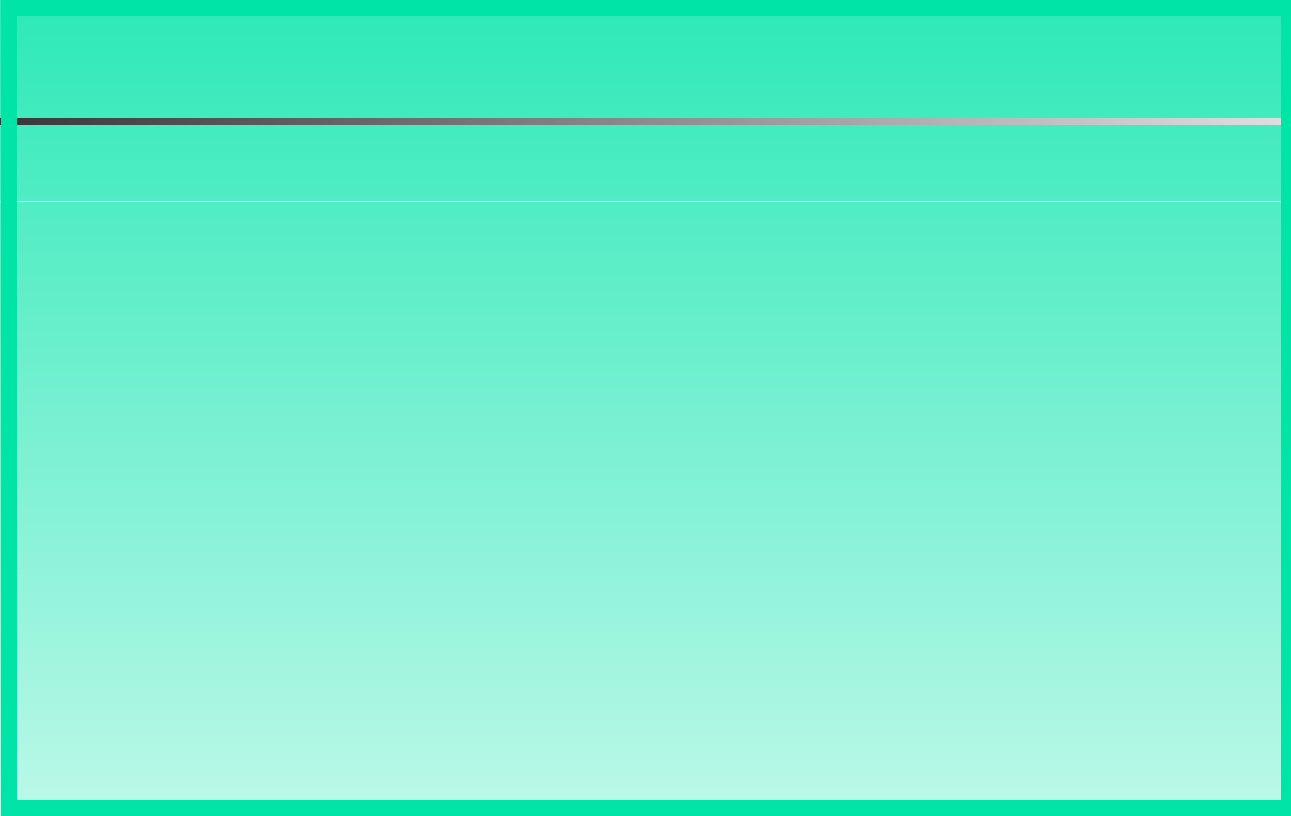
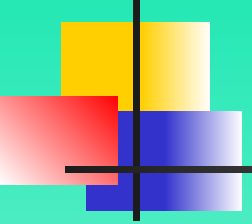
Разряд – это позиция цифры в числе.

Основание (базис) позиционной системы счисления – это количество цифр или других знаков, используемых для записи чисел в данной системе счисления.

Позиционных систем много, так как за основание системы можно взять любое число ≥ 2 .

<u>Название</u>	<u>Основание</u>	<u>цифры</u>	<u>Где используются</u>
Двоичная	2	0,1	В ЭВМ
Восьмеричная	8	0,1,2,3,4,5,6,7	В ЭВМ
Шестнадцатеричная	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F (10,11,12,13,14,15- в десятиной с.с. соответственно)	В ЭВМ
Десятичная	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	В современной повседневной жизни
Двенадцатеричная	12 (дюжина)	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, знак, знак	В мире до первой трети XX века
Пятеричная	5	0,1,2,3,4	В Китае





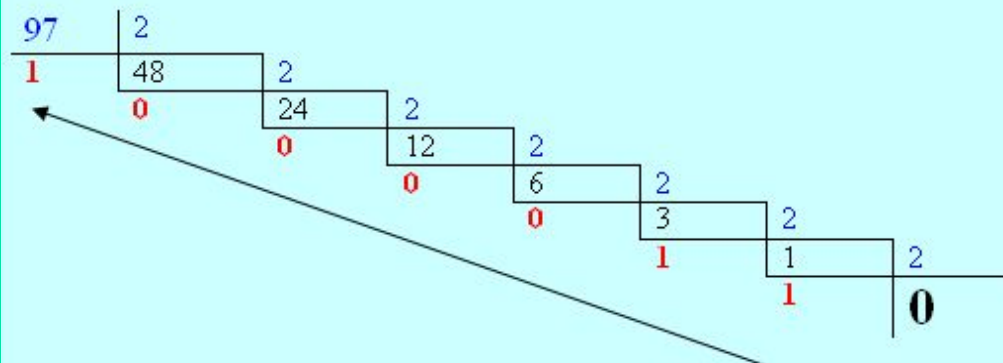
Перевод чисел из 10-ой системы счисления

Перевод	Целые числа	Дробные числа
$A_{10} \rightarrow A_{\text{любую}}$	<ol style="list-style-type: none">1. Последовательно выполнить деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное меньше делителя.2. Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.3. Составить число в новой системе счисления, записать его, начиная с последнего остатка.	<ol style="list-style-type: none">1. Последовательно умножаем данное число и получаемые дробные произведения на основание новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равна нулю или будет достигнута требуемая точность представления числа.2. Полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.3. Составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

1 Пример. Перевести число $97,625_{10}$ в двоичную систему счисления

$$97,625_{10} = 97_{10} + 0,625_{10}$$

Перевод целой части



$$97_{10} = 1100001_2$$

Перевод дробной части

0,	625
	<u>x 2</u>
1	250
	<u>x 2</u>
0	500
	<u>x 2</u>
1	000

↓

$$0,625_{10} = 0,101_2$$

$$97,625_{10} = 1100001_2 + 0,101_2 = 1100001,101_2$$

2 Пример. Перевести число $126,65625_{10}$ в восьмеричную систему счисления.

$$126,65625_{10} = 126_{10} + 0,65625_{10}$$

Перевод целой части

126		8					
6		15		8			
		7		1		8	
				1			0

←

$$126_{10} = 176_8$$

Перевод дробной части

0,	65625
	<u>× 8</u>
5	25000
	<u>× 8</u>
2	00000

↓

$$0,65625_{10} = 0,52_8$$

$$126,65625_{10} = 176_8 + 0,52_8 = 176,52_8$$

3 Пример. Перевести число $180,65625_{10}$ в шестнадцатеричную систему счисления.

$$180,65625_{10} = 180_{10} + 0,65625_{10}$$

Перевод целой части

180		16	
4		11	16
		11 (B)	0

←

$$180_{10} = B4_{16}$$

Перевод дробной части

0,		65625
		<u>x 16</u>
10		50000
(A)		<u>x 16</u>
8		00000

↓

$$0,65625_{10} = 0, A8_{16}$$

$$180,65625_{10} = B4_{16} + 0, A8_{16} = B4, A8_{16}$$

4 Пример. Перевести число $0,9_{10}$ в двоичную систему счисления

Перевод дробной части

0,	9
	$\times 2$
1	8
	$\times 2$
1	6
	$\times 2$
1	2
	$\times 2$
0	4
	$\times 2$
0	8
	$\times 2$
1	6
	$\times 2$
1	2
↓	И т.д.

Этот процесс можно продолжить бесконечно.

$$0,9_{10} \approx 0,1110011_2$$

Перевод чисел в десятичную систему счисления

Перевод

$A_{\text{любая}} \rightarrow A_{\text{десятичная}}$

1. Представьте число в развернутой форме. При этом основание системы счисления должно быть представлено в десятичной системе счисления.
2. Найдите сумму ряда. Полученное число является значением числа в десятичной системе счисления.

Примеры

1 Пример

$$AB8,23_{16} = (10 \times 16^2 + 11 \times 16^1 + 8 \times 16^0) + (2 \times 16^{-1} + 3 \times 16^{-2}) = (2560 + 176 + 8) + (2 \times 1/16 + 3/(16 \times 16)) = \\ = 2744 + (0,125 + 0,01171875) = 2744 + 0,13671875 = 2744,13671875_{10}$$

Примечание

- $A_{16} = 10_{10}$; $B_{16} = 11_{10}$; $F_{16} = 15_{10}$
- Любое число в нулевой степени $= 1$; $16^0 = 1$.
- $16^{-2} = 1/16^2$
- Дробная часть числа дает дробную часть в другой системе счисления, всегда < 1 (0, ...)

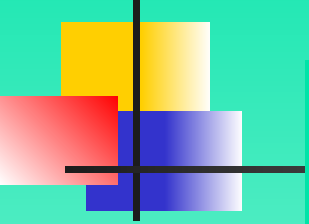
2 Пример

$$1001,001_2 = (1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0) + (0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}) = \\ = (8 + 0 + 0 + 1) + (0 + 0 + 1/8) = 9 + 0,125 = 9,125_{10}$$

3 Пример

$$304302,413_5 = (3 \times 5^5 + 0 \times 5^4 + 4 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 0 \\ \times 5^1 + 2 \times 5^0) + (4 \times 5^{-1} + 1 \times 5^{-2} + 3 \times 5^{-3}) = (3 \times 3125 + 0 + 4 \times 125 + 0 + 2) + \\ + (4/5 + 1/25 + 3/125) = (9375 + 500 + 2) + (0,8 + 0,04 + 0,024) = 9877 + 0,864 = 9877,864_{10}$$

Домашнее задание



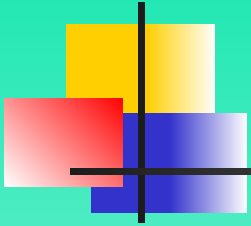
1 вариант	2 вариант
1) $607,57_9 = A_7$	1) $124,003_6 = A_5$
2) $131,181_8 = A_3$	2) $A100,0B_{16} = A_4$

3 вариант	4 вариант
1) $45,12_6 = A_{15}$	1) $CBO, B3_{16} = A_3$
2) $110,101_2 = A_7$	2) $1230,023_4 = A_5$

Самостоятельная работа

1 вариант	2 вариант
1) $6370,17_8 = A_3$	1) $230,111_4 = A_8$
2) $A01,10C_{16} = A_7$	2) $A00,0C_{16} = A_5$
3) $1011,011_2 = A_9$	2) $100,111_2 = A_7$





Двоичная и восьмеричная арифметика

Двоичная арифметика

Таблица сложения

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица умножения

x	0	1
0	0	0
1	0	1

$0+0=0$

$0 + 1 = 1$

$1 + 0 = 1$

$1 + 1 = 10$

$(1+1)+1=11$

$(1+1)+(1+1)=10+10=100$

$(1+1+1+1)+1=100+1=101$ и т.д.

Пример 1

		1	0	1	1,	0	1 ₂	
	+1	0	1	1	0,	1	1	1 ₂
1 ←	0	0	0	1	0,	0	0	1 ₂
		1	1	1	1	1	1	память

Пример 2

	1	1	1	1,	1	1 ₂
+	1	0	1	0,	1	1 ₂
1 ←	1	0	1	0,	1	0 ₂
		1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	память

Двоичная арифметика (продолжение)

Таблица сложения

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица умножения

x	0	1
0	0	0
1	0	1

0-0=0

1-0=1

0-1 = надо занять 1 в соседнем разряде

1-1=0

Пример 3

	.0	1	.10	1	10		
	1	0	1	0,	0	1₂	
-		1	1	1,	1	1₂	
	0	1	1	0,	1	0₂	

пример4

0	10	10	1	1	10		
.	.	.					
1	1	1	0	0,	0	1₂	
-							
	1	1	1	1,	1₂		
0	1	1	0	0,	1	1₂	

Двоичная арифметика (продолжение)

Таблица сложения

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица умножения

x	0	1
0	0	0
1	0	1

Пример 5

				1	0	1	1,	1 ₂		
			x		1	0	1,	0	1 ₂	
					1	0	1	1	1	
				0	0	0	0	0		
	+		1	0	1	1	1			
		0	0	0	0	0				
		← 1	0	1	1	1				
1	0	0	0	1	0	0,	0	1	1 ₂	
	1	1			1	1				память
		1	0	0	0					

Двоичная арифметика (продолжение)

Таблица сложения

+	0	1
0	0	1
1	1	10

Таблица умножения

x	0	1
0	0	0
1	0	1

Пример 7

		1	0	1,	0	1 ₂	:	1	0,	1 ₂	=
	=	1	0	1	0	1 ₂	:	1	0	1	0 ₂
-	1	0	1	0	1		1	0	1	0	
	1	0	1	0			1	0,	0	0	0 1
	0	0	0	0	1	0	0	0	1		
					-	1	0	1	0		
						1	1	1	1		
1	0	1,	0	1 ₂	:	1	0,	1 ₂	≈10,0001 ₂		



Двоичная арифметика (продолжение)

Домашнее задание

А) $1010,1010_2 + 1010,101011_2 =$

Б) $1010,1010_2 - 11,011_2 =$

В) $1010,101_2 \times 11,01_2 =$

Г) $101,11_2 : 11,01_2 =$

д) $110,11_2 + 101,111_2 =$

е) $11110,001_2 - 10,011_2 =$

ж) $101,11_2 \times 10,1_2 =$

з) $11,01_2 : 10,1_2 =$



Двоичная арифметика (продолжение)

Самостоятельная работа

1 вариант

1) $1011,11_2 \times 110,11_2$

2) $101_2 : 1011_2$

(До 5 знаков после запятой)

3) $1001,001_2 - 111,11_2$

2 вариант

1) $110,11_2 \times 111,11_2$

2) $11,01_2 : 111,1_2$

(До 5 знаков после запятой)

3) $1100,01_2 - 101,1011_2$

Двоичная арифметика (продолжение)

Самостоятельная работа (ответы)

1 вариант	2 вариант
1) $1011,11_2 \times 110,11_2 =$ $1001111,0001_2$	1) $110,11_2 \times 111,11_2 =$ $110100,0101_2$
2) $101_2 : 1011_2$ (До 5 знаков после запятой) = $0,01111_2$	2) $11,01_2 : 111,1_2$ (До 5 знаков после запятой) = $0,01101_2$
3) $1001,001_2 - 111,11_2 =$ $1,011_2$	3) $1100,01_2 - 101,1011_2 =$ $110,1001_2$



Восьмеричная арифметика

Таблица сложения

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Таблица умножения


X	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

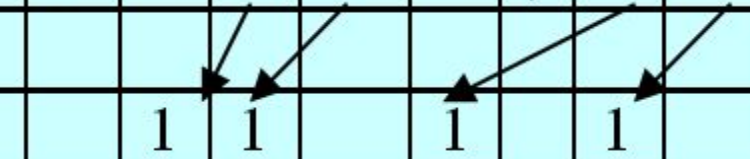
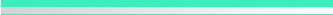
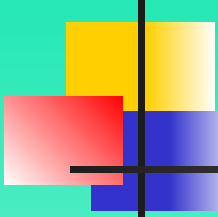


Шестнадцатеричная арифметика

Таблица сложения

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

		Вычитание									
		Пример 1									
		0	7	7	12	6		7	10		
		.				.					
		1	0	0	2	7	,	0	0	5₈	
				5	6	3	,	1	2	3₈	
		0	7	2	4	3	,	6	6	2 ₈	
		Проверка									
			7	2	4	3	,	6	6	2 ₈	
		+		5	6	3	,	1	2	3 ₈	
		1	0	0	2	7	,	0	0	5₈	
											
			1	1		1		1			



Пример 2

9 10 E 1B 1D 10

.

.

.

.

A 0 F C E , 0 4 5₁₆

- 5 F D E F , 5 3₁₆

4 1 1 D E , B 1 5₁₆

Проверка

4 1 1 D E , B 1 5₁₆

+ 5 F D E F , 5 3₁₆

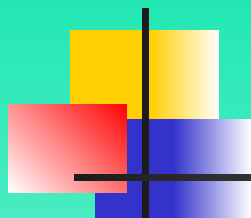
A 0 F C E , 0 4 5₁₆

1

1

1

1



Самостоятельная работа

$$1) \quad \begin{array}{r} 2 \ 3 \ 0 \ 0 \\ - \quad 5 \ 4 \ 7 \\ \hline \end{array} , \quad \begin{array}{r} 3 \ 4 \\ 7 \ 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} 2_8 \\ 5_8 \end{array}$$

$$2) \quad \begin{array}{r} F \ 5 \ 3 \ 0 \\ - \quad 4 \ C \ F \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} 5, \\ 3, \end{array} \begin{array}{r} 4 \ 5 \\ D \ 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} 3_{16} \\ A_{16} \end{array}$$

Решить примеры и сделать проверку

