# Арифметические операции в двоичной системе счисления

"То, чем в прежние эпохи занимались лишь зрелые умы ученых мужей, в более поздние времена стало доступно пониманию мальчишек"

Гегель

Анисимова Ольга Витальевна

МАОУ «Подгорнская СОШ»

# Цели:

- познакомить учащихся с двоичной системой счисления, указать ее недостатки и преимущества использования в вычислительной технике;
- сформировать навыки выполнения арифметических действий с двоичными числами.

# Постановка целей

Сколько будет:

$100011010_2+10101101_2$ ;

$1110001110_2-11010_2$ ;

$101101_2*100011_2$ ;

$100011110111_2:101101_2$ .

# Вопросы для повторения:

1. Что такое система счисления?
2. На какие две группы делятся системы счисления?
3. Какая система счисления называется непозиционной?
4. Какая система счисления называется позиционной?
5. Что такое алфавит системы счисления?
6. Что такое базис системы счисления?

Официальное рождение двоичной арифметики связанно с именем Г.Ф. Лейбница, опубликовавшего в 1703 г. статью, в которой он рассмотрел правила выполнения арифметических действий над двоичными числами.

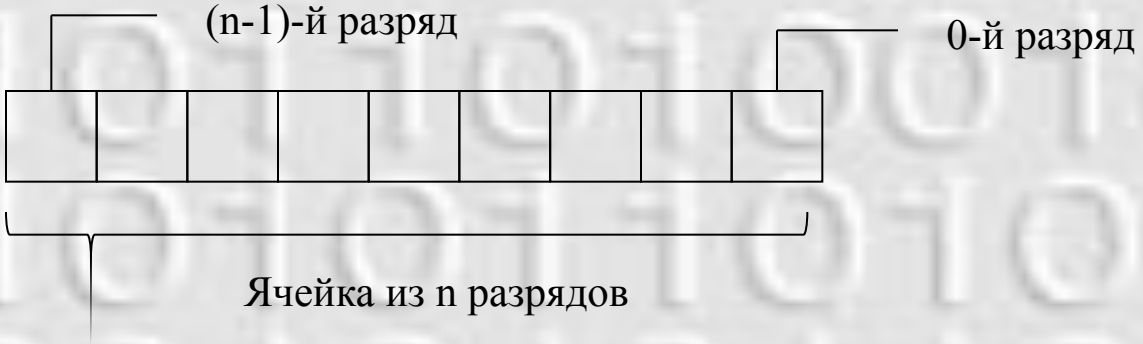
Представление информации в двоичной системе использовалось человеком с давних времен. Так, жители островов Полинезии передавали необходимую информацию при помощи барабанов: чередование звонких и глухих ударов. Звук над поверхностью воды распространялся на достаточно большое расстояние, таким образом "работал" полинезийский телеграф.

Двоичная система используется для решения головоломок и построения выигрышных стратегий в некоторых играх.

# Представление информации в компьютере

Каждый регистр арифметического устройства ЭВМ, каждая ячейка памяти представляет собой физическую систему, состоящую из некоторого числа однородных элементов.

Каждый такой элемент способен находиться в нескольких состояниях и служит для изображения одного из разрядов числа. Именно поэтому каждый элемент ячейки называют разрядом. Нумерацию разрядов в ячейке принято вести справа налево, самый левый разряд имеет порядковый номер 0.




Наиболее надежным и дешевым является устройство, каждый разряд которого может принимать два состояния: намагничено - не намагничено, высокое напряжение - низкое напряжение и т.д.

В современной электронике развитие аппаратной базы ЭВМ идет именно в этом направлении.

Следовательно, использование двоичной системы счисления в качестве внутренней системы представления информации вызвано конструктивными особенностями элементов вычислительных машин.

Во всех современных ЭВМ для представления числовой информации используется двоичная система счисления.

Это обусловлено :

· более простой реализацией алгоритмов выполнения арифметических и логических операций;

· более надежной физической реализацией основных функций, так как они имеют всего два состояния (0 и 1);

· экономичностью аппаратурной реализации всех схем ЭВМ.

# Двоичная система счисления

Из всех позиционных систем счисления особенно проста и поэтому интересна двоичная система счисления.

В этой системе всего две цифры - 0 и 1.

Основание системы - число 2.

Двоичная система счисления позволяет закодировать любое натуральное число - представить его в виде последовательности нулей и единиц.

Представление информации в двоичной системе счисления принято называть *двоичным кодированием*.

**Пример:**

$$1011_2 = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 1*8 + 1*2 + 1 = 11_{10}$$

# Двоичная арифметика

В основе правил арифметики любой позиционной системы счисления лежат *таблицы сложения и умножения одноразрядных чисел*.

**Сложение двоичных чисел**

Рассмотрим сложение одноразрядных чисел:

0+0=0,

0+1=1,

1+0=1.

Чему равно 1+1 ?

# Переполнение разрядов

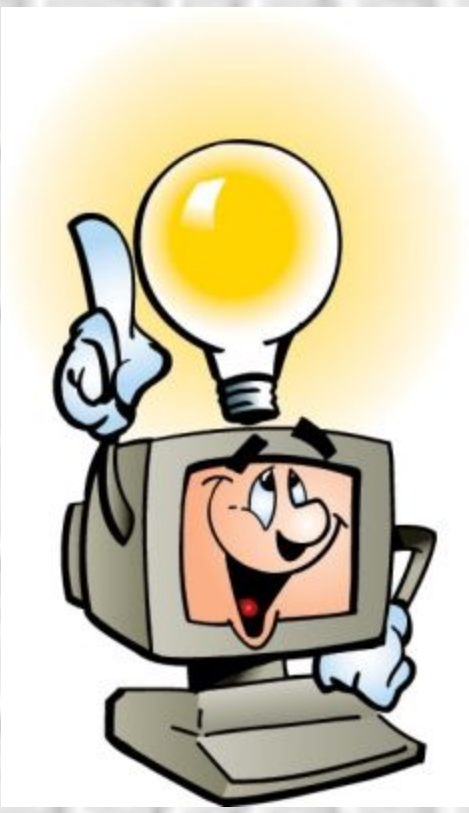
В десятичной системе счисления 1+1=2.

Но в двоичной системе нет цифры 2!

При десятичном сложении 9+1 происходит перенос 1 в старший разряд, т.к. старше 9 цифры нет. То есть 9+1=10.

В двоичной системе старшей цифрой является 1.

Следовательно, в двоичной системе $1_2 + 1_2 = 10_2$ , так как при сложении двух единиц происходит переполнение разряда и производится перенос в старший разряд.



# Правило:

*Переполнение разряда наступает тогда и только тогда, когда значение числа в нем становится равным или большим основания.*

*Для двоичной системы это число равно 2 ( $10_2=2_{10}$ )*

Продолжая добавлять единицы, заметим: $10_2+1_2=11_2$ , $11_2+1_2=100_2$ ,

т.е. произошла «цепная реакция», когда перенос единицы в один разряд вызывает перенос в следующий разряд.

Сложение *многоразрядных* чисел происходит по этому же правилу с учетом возможности переносов из младших разрядов в старшие.

## Сложение:

| + | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 10 |

# Двоичная С.С.

# Пример:

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,1_2 \\ +\ 1\,0\,1\,0_2 \\ \hline 10\,0\,1\ \ 1_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,1\,0\,1_2 \\ +\ 1\,0\,1\,0_2 \\ \hline 10\,1\,1\,1_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ 1\ \ } \\ 1\,1\,1\,1_2 \\ +\ 1\,0\,1_2 \\ \hline 10\,1\,0\,0_2 \end{array}$$

# Самостоятельная работа:

$$\begin{array}{r} 1110001011_2 \\ +\ 1001001101_2 \\ \hline 10111011000_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101101001_2 \\ +\ 1100010011001_2 \\ \hline 1110000000010_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ +\ 110001_2 \\ \hline 1011110_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100011111_2 \\ +\ 100111_2 \\ \hline 11001100110_2 \end{array}$$

# Вычитание:

| - | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | $\overline{1}1$ |
| 1 | 1 | 0 |

# Двоичная С.С.

В таблице вычитания 1 с чертой означает заем в старшем разряде.

При выполнении операции вычитания всегда из большего по абсолютной величине числа вычитается меньшее и у результата ставится соответствующий знак.

# Пример:

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,1_2 \\ -\quad 1\,1\,1_2 \\ \hline 1\,0\,0_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,1\,0\,0_2 \\ -\quad 1\,1\,1_2 \\ \hline 1\,0\,1_2 \end{array}$$

**11 – 1001 = -(1001-11)**

$$\begin{array}{r} 1\,0\,0\,1_2 \\ -\quad 1\,1_2 \\ \hline -\quad 1\,1\,0_2 \end{array}$$

# Самостоятельная работа:

$$\begin{array}{r} 10111001_2 \\ -\quad 10001101_2 \\ \hline 101100_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110110101_2 \\ -\quad 101011011_2 \\ \hline 1010010_2 \end{array}$$

# Умножение:

| * | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

Двоичная С.С.

Операция умножения выполняется с использованием таблицы умножения по обычной схеме (применяемой в десятичной системе счисления) с последовательным умножением множимого на очередную цифру множителя.

# Пример:

$$
\begin{array}{r}
1011_2 \\
\times \quad 101_2 \\
\hline
1011 \\
+ \quad 1011\phantom{0} \\
\hline
110111_2
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
10110_2 \\
\times \quad 1110_2 \\
\hline
1011 \\
+ \quad 1011\phantom{0} \\
1011\phantom{00} \\
\hline
100110100_2
\end{array}
$$

Умножение на 0 можно не производить, а все оставшиеся справа нули, не участвующие в умножении, приписываются справа к результату умножения.

Операция умножения сводится к сдвигам множимого и сложению промежуточных результатов.

# Самостоятельная работа:

$$\begin{array}{r} 111010_2 \\ \times \quad 10010_2 \\ \hline 10000010100_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11010_2 \\ \times \quad 10110_2 \\ \hline 1000111100_2 \end{array}$$

## Деление:

# Двоичная С.С.

При делении столбиком приходится в качестве промежуточных результатов выполнять действия умножения и вычитания.

Но в двоичной системе счисления промежуточные умножения сводятся к умножению делителя на 0 или 1, поэтому наиболее сложной остается операция вычитания, которую надо научиться делать безошибочно.

# Пример:

$$
\begin{array}{r|l}
11110 & 110 \\ \cline{2-2}
-\ 110 & 101 \\ \cline{1-1}
110 & \\
-\ 110 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
101000101 & 1101 \\ \cline{2-2}
-\ 1101 & 11001 \\ \cline{1-1}
1110 & \\
-\ 1101 & \\ \cline{1-1}
1101 & \\
-\ 1101 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Если в результате выполнения операции деления не получается конечная дробь, то выполнять операцию деления можно до выделения периода или до получения требуемого количества знаков после запятой.

# Самостоятельная работа:

$10101010_2 : 1010_2 = \quad 10001_2$

$11110_2 : 110_2 = \quad 101_2$

$10010000_2 : 1110_2 = \quad 1010_2$

# В какой системе счисления это возможно?

Ей было тысяча сто лет,
Она в сто первый класс ходила,
В портфеле по сто книг носила -
Все это правда, а не бред.

Когда, пыля десятком ног,
Она шагала по дороге, За
ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато стоногий.

Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И десять загорелых рук Портфель и
поводок держали.

И десять темно-синих глаз
Рассматривали мир привычно,
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ.

# Домашнее задание

- Выучить правила выполнения арифметических действий в двоичной системе счисления.
- Выучить таблицы сложения, вычитания и умножения в двоичной системе счисления.
- Выполнить действия:

  $110010_2+111_2$

  $11110000111_2-110110001_2$

  $10101_2*111_2$

  $101111001101_2:110101_2$
- Восстановите двоичные цифры, на месте которых в приведенных ниже арифметических примерах стоит знак «*»:

  **0*0*1**1+10111*10**=100*1*00010;

  ***0**00-11*11*11=1101*1.