

Как научить ребенка решать задачи по информатике из раздела «Логика»

Пискарева Елена Викторовна
Учитель информатики МБОУСОШ№1 г.
Собинки

Логика (др.-греч. λογική — «наука о правильном мышлении», «способность к рассуждению» от др.-греч. λόγος — «рассуждение», «мысль», «разум») — раздел философии, нормативная[1] наука о формах, методах и законах интеллектуальной познавательной деятельности, формализуемых с помощью логического языка.

Логика - это фундаментальная основа информатики как науки. Элементы и основы математической логики заложены в логические элементы и логические устройства ЭВМ, в основы алгоритмизации и языки программирования, в процедуры поиска информации в базах данных и в сети Интернет, а также в системах логического программирования, базах знаний и экспертных системах на ЭВМ.

Логика в информатике используется в поиске информации в Интернет, в базах данных, в базах знаний, в алгоритмах, алгоритмизации и во всех языках программирования.



Решение логических задач на уроках информатики в начальной школе представляет собой один из приемов развития мышления.

Изучение основ логики в 5-7 классах предполагает отработку навыков по решению логических задач, которые были заложены в курсе начальной школы.

Далее изучение основ логики разбито на 2 части: «Элементы формальной логики» и «Элементы математической логики» изучаются в 8 классе, что позволяет выделить и закрепить знания о понятиях и суждениях, доказательных рассуждениях, о логических законах, сформировать умения оперировать символикой математической логики, применять эти умения к решению логических содержательных задач, а «Логические основы устройства ЭВМ» – в 9 классе, что позволяет сформировать знания об архитектуре и принципах функционирования ЭВМ.

Задачи:

1. Научить учащихся формализовывать высказывания.
2. Выделять существенные высказывания в тексте задачи.
3. Научить учащихся предоставлять условия и решения задачи в формализованном виде.
4. Преобразовывать логические выражения в соответствии с законами и свойствами.
5. Строить логическую схему устройства с заданными характеристиками.
6. Находить ошибки в рассуждениях.

При изучении данной темы вводятся основные понятия математической логики, необходимых при изучении базового курса информатики, а также их использования при работе с прикладным программным обеспечением и в языках программирования.

Решение логических задач с помощью рассуждений.

Перед началом Турнира «Четырех» болельщики высказали следующие предположения по поводу своих кумиров:

- А) Макс победит, Билл – второй;
- В) Билл – третий, Ник – первый;
- С) Макс – последний, а первый – Джон.

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на турнире заняли Джон, Ник, Билл, Макс?

Решение (метод рассуждений):

1) Есть «точная» информация, которая не подвергается сомнению: каждый из болельщиков оказался прав в одном прогнозе.

2) Запишем высказывания болельщиков:

1. Макс победит, Билл – второй;

2. Билл – третий, Ник – первый;

3. Макс – последний, а первый – Джон.

3) Известно, что каждый из болельщиков только в одном из прогнозов был прав (то есть, из двух высказываний одно истинно, а другое – ложно).

4) Пусть первый болельщик угадал, что Макс победит, тогда третий болельщик ошибся в двух предположениях, а это не соответствует «точной» информации.

5) Пусть первый болельщик угадал, что Билл занял второе место, тогда второй болельщик предсказал первое место Нику, следовательно, по предположению третьего, Макс занял последнее место, а Джон – оставшееся третье место.

Отсюда имеем: **Ник – первое**, **Билл – второе**, **Джон – третье** и **Макс – четвертое место**.

Решение задач с помощью таблиц

Основной прием, который используется при решении текстовых логических задач, заключается в построении таблиц. Таблицы не только позволяют наглядно представить условие задачи или ее ответ, но в значительной степени помогают делать правильные логические выводы в ходе решения задачи

В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.

Известно, что:

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?



Решение. Составим таблицу и отразим в ней условия задачи, заполнив соответствующие клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание.

Так как музыкантов трое, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, получается, что каждый музыкант играет на инструментах, которыми остальные не владеют.

Из условия 4 следует, что Смит не играет ни на альте, ни на трубе, а из условий 3 и 5, что Браун не умеет играть на скрипке, флейте, трубе и гобое.

Следовательно, инструменты Брауна — альт и кларнет. Занесем это в таблицу, а оставшиеся клетки столбцов "альт" и "кларнет" заполним нулями:

	с	к	р	и	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
П									
к									
а									
Браун	0	0				1	1	0	0
Смит						0	0		0
Вессон						0	0		

Из таблицы видно, что на трубе может играть только Вессон.

Из условий 1 и 2 следует, что Смит не скрипач. Так как на скрипке не играет ни Браун, ни Смит, то скрипачом является Вессон. Оба инструмента, на которых играет Вессон, теперь определены, поэтому остальные клетки строки "Вессон" можно заполнить нулями:

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0		0	0		0
Вессон	1	0	0	0	0	1

Из таблицы видно, что играть на флейте и на гобое может только Смит.

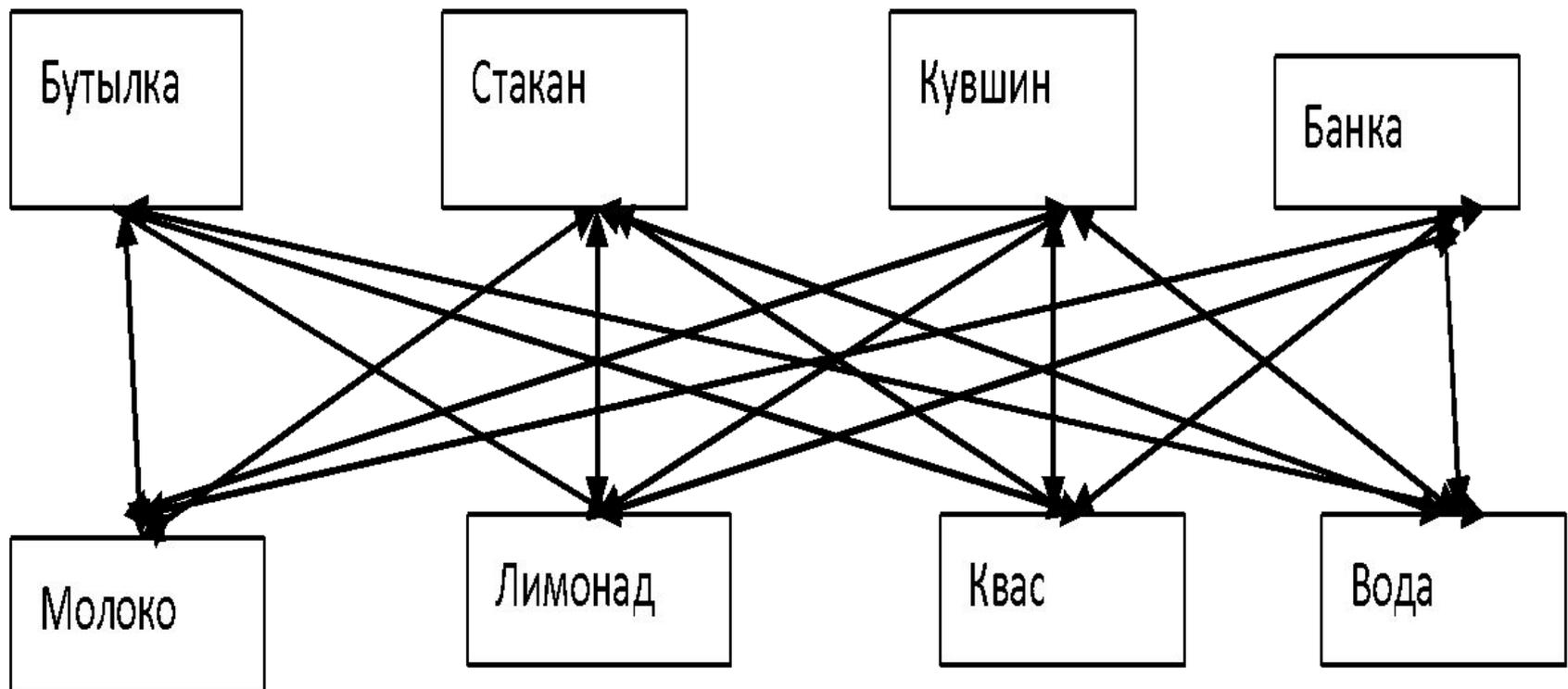
	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Б Р а у н	0	0	1	1	0	0
С м и т	0	1	0	0	1	0
В е с с о н	1	0	0	0	0	1

Ответ: Браун играет на альте и кларнете, Смит — на флейте и гобое, Вессон — на скрипке и трубе.

Решение логических задач графическим способом

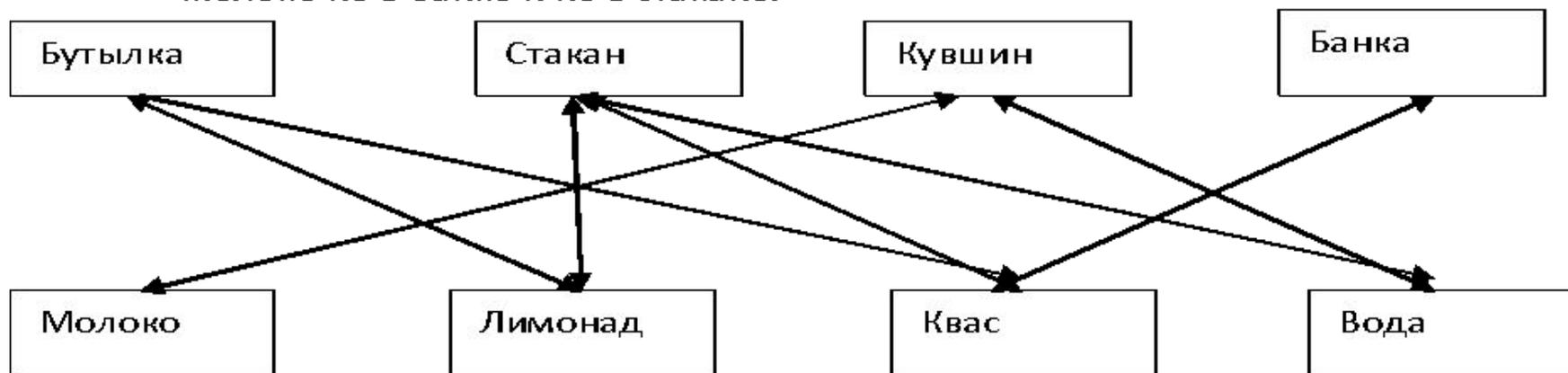
В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В каком сосуде находится квас?

Составим схему соответствия сосудов и напитков: сверху разместим все сосуды, снизу – все напитки. Если бы ограничений не было, верхние и нижние объекты имели связи «все со всеми».

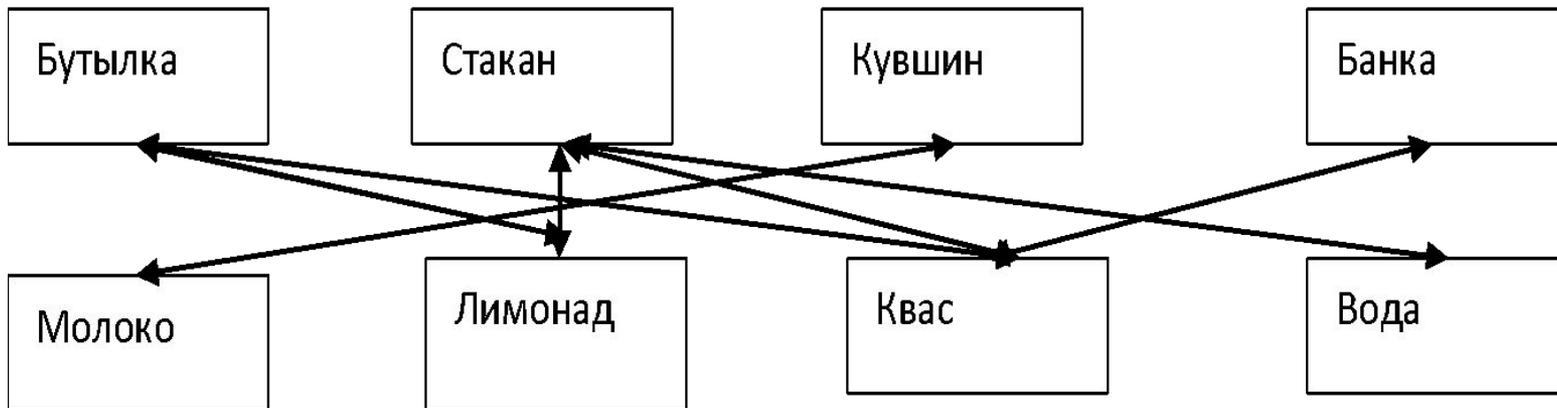


1. Удалим связи, которых не может быть по условию задачи:

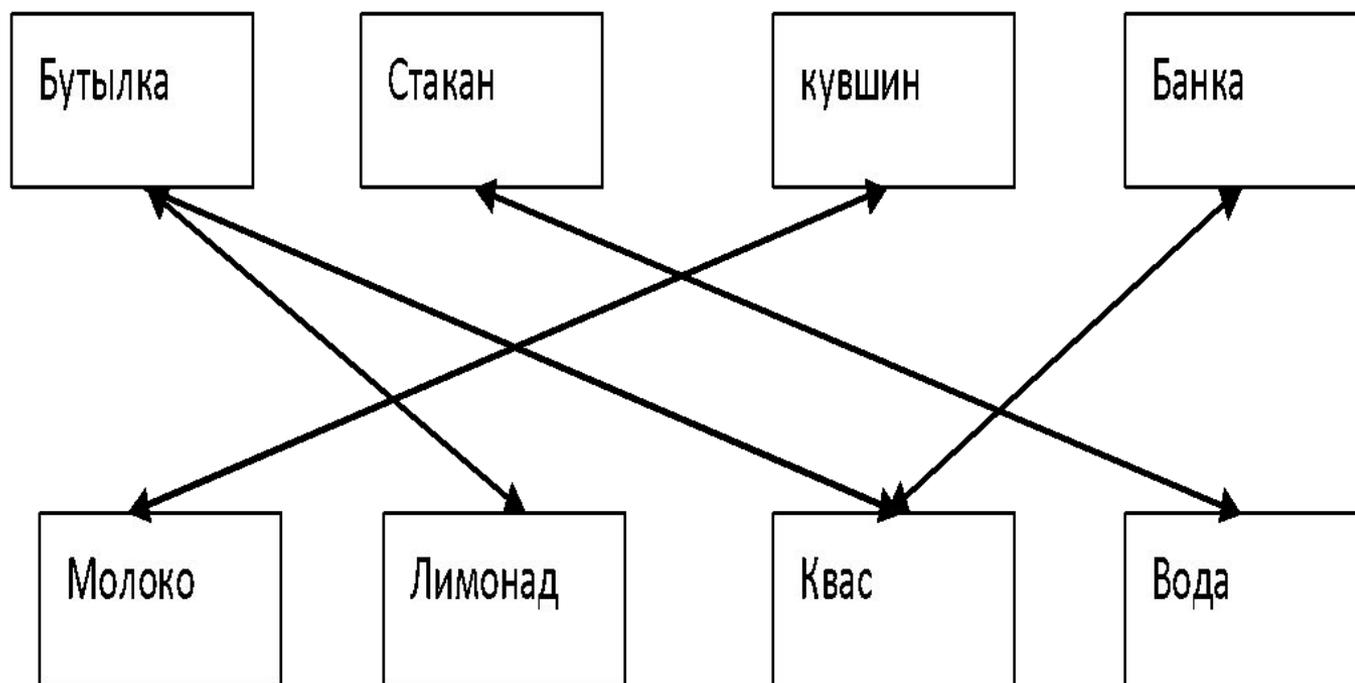
- в бутылке не молоко и не вода;
- в кувшине не лимонад и не квас;
- в банке не лимонад и не вода;
- молоко не в банке и не в стакане.



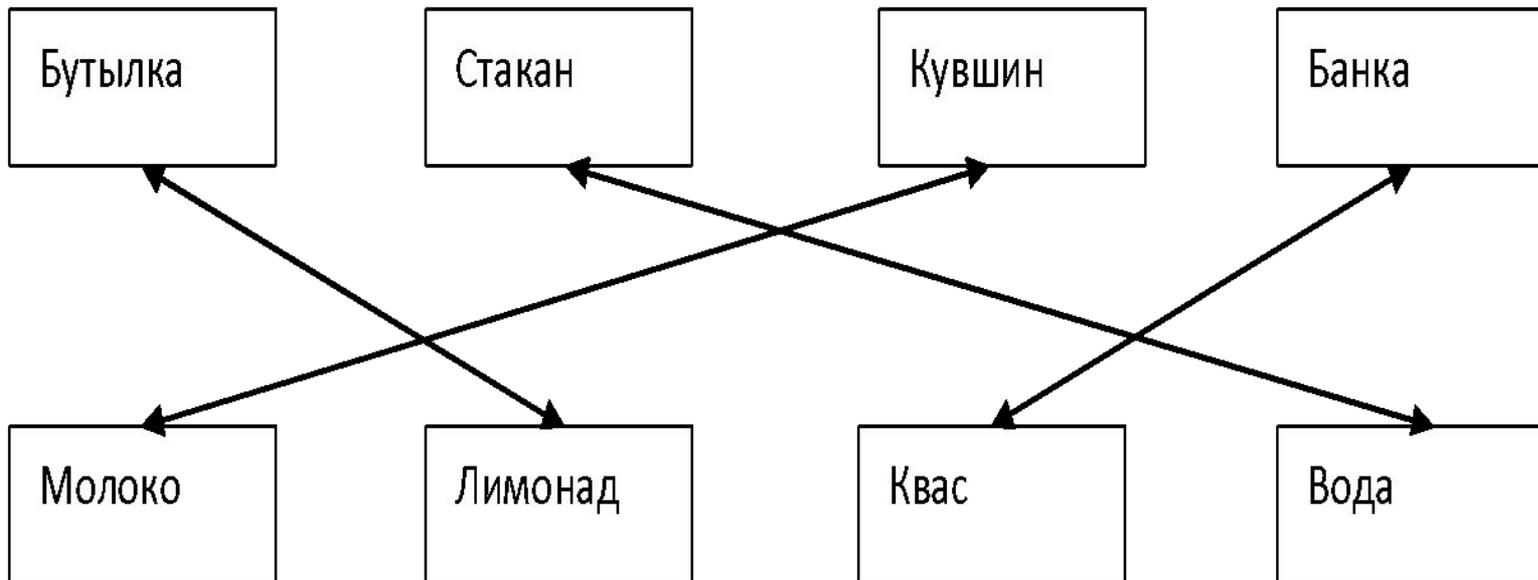
1. После удаления лишних связей (см. схему), стало понятно, что для молока остался один вариант - в кувшине. Так как в одном сосуде может быть только один напиток, то удаляем все связи кувшина, кроме молока.



1. Теперь из схемы видно, что для воды место только в стакане, потому удаляем связи стакана с другими напитками.



1. Теперь на схеме видно, что лимонад может быть только в бутылке, удаляем связь «Бутылка - Квас».

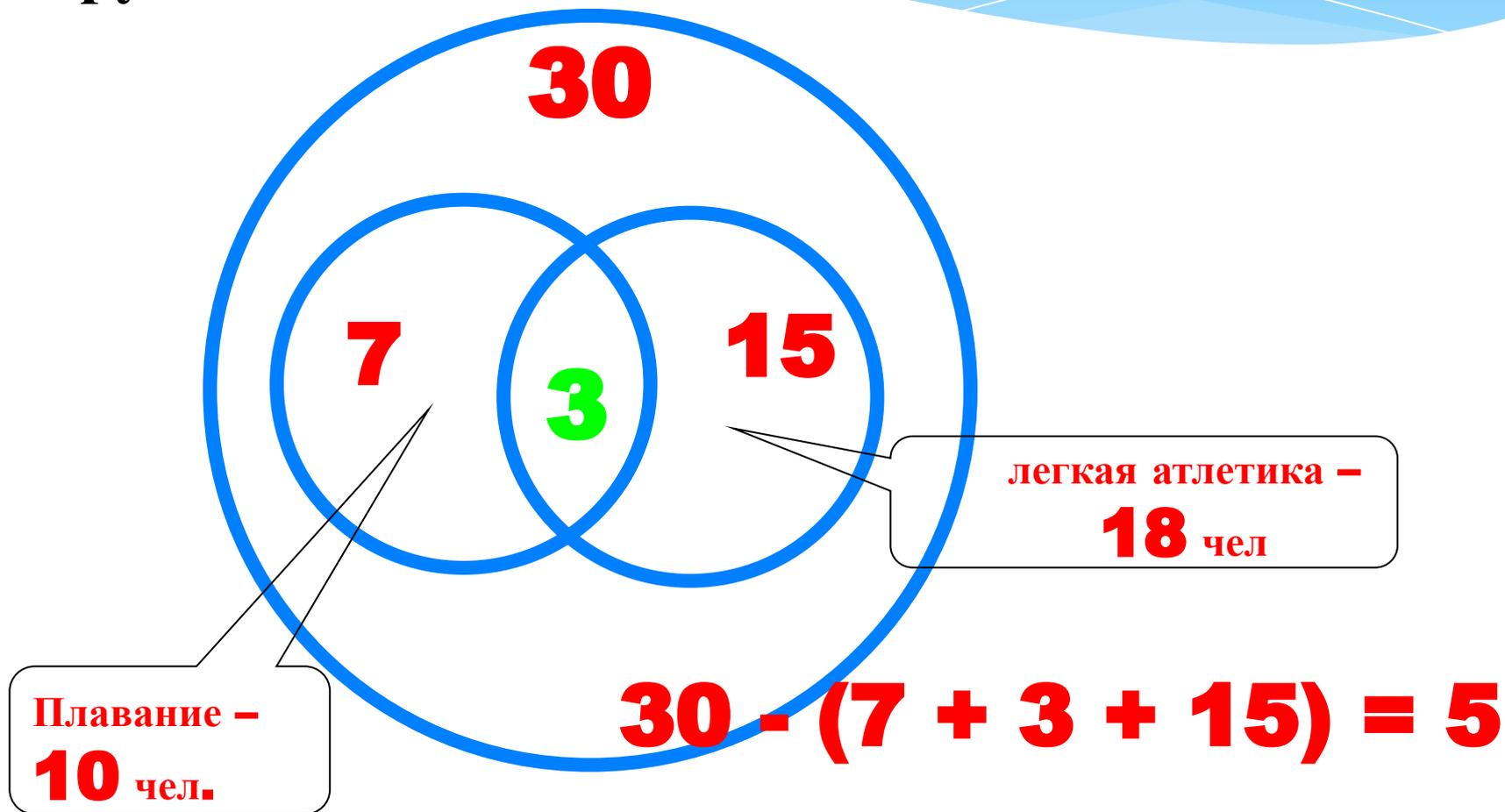


1. На схеме осталось только 4 связи, и можно ответить на поставленный вопрос: квас находится в банке.

Ответ: Банка

Решение логических задач с помощью кругов Эйлера

В классе 30 учащихся. Из них 18 человек занимаются в секции легкой атлетики, 10 – плаванием, 3 – и тем, и другим. Сколько человек не занимается ничем?



В таблице приведены запросы к поисковому серверу:

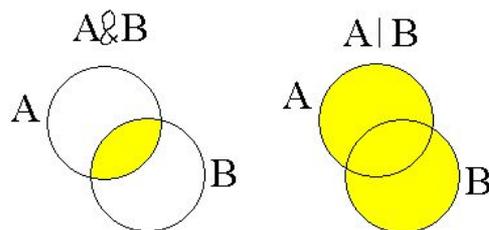
1	живопись & литература
2	живопись литература
3	живопись литература графика
4	живопись & литература & графика

Расположите номера запросов в порядке возрастания количества страниц, которые найдёт поисковый сервер по каждому запросу.

Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ |, а для логической операции «И» – &.

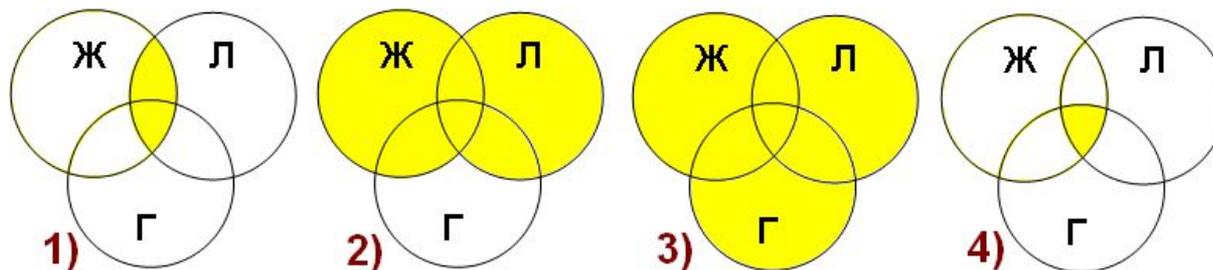
Решение:

Воспользуемся кругами Эйлера (диаграммами Вена):



Ответ: 4123.

1	живопись & литература
2	живопись литература
3	живопись литература графика
4	живопись & литература & графика



Логические операции

1) Операция отрицания

НЕ A, \overline{A} , $\neg A$

A	не A
0	1
1	0

2) Логическое умножение (конъюнкция)

A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A И B, $A \wedge B$, $A \& B$

3) Логическое сложение (дизъюнкция)

A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A ИЛИ B, $A \vee B$, $A | B$

Логические операции

4) Импликация (следование)

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

5) Эквивалентность

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

6) Исключающее ИЛИ

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Законы алгебры логики

Конъюнкция	Дизъюнкция	Инверсия
$A \wedge \bar{A} = 0$ $A \wedge A = A$ $A \wedge 1 = A$ $A \wedge 0 = 0$	$A \vee \bar{A} = 1$ $A \vee A = A$ $A \vee 1 = 1$ $A \vee 0 = A$	$\overline{\overline{A}} = A$
Переместительный закон	Сочетательный закон	Распределительный закон
$A \vee B = B \vee A$ $A \wedge B = B \wedge A$	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$ $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$	$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$
Закон инверсии	Формулы склеивания	Формулы поглощения
$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$ $\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A$ $(A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) = A$	$A \vee (A \wedge B) = A$ $A \wedge (A \vee B) = A$ $A \vee (A \wedge B) = A \vee B$ $A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$
$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$	$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$	

Для какого числа X истинно высказывание:

$$((x < 4) \rightarrow (x < 3)) \wedge ((x < 3) \rightarrow (x < 1))$$

1)1 2)2 3)3 4)4

Решение:

Подставляем в выражение предложенные варианты ответа и определяем, истинно выражение или ложно:

$$1) x=1: ((1 < 4) \rightarrow (1 < 3)) \wedge ((1 < 3) \rightarrow (1 < 1)) = (1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 0)$$

Сначала вычислим выражение в скобках:

$$(1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 0) = 1 \wedge 0 = 0 \quad (\text{не подходит})$$

Аналогично подставляем другие варианты ответа, вычисляем:

$$2) x=2: ((2 < 4) \rightarrow (2 < 3)) \wedge ((2 < 3) \rightarrow (2 < 1)) = (1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 0) = 1 \wedge 0 = 0 \quad (\text{не подходит})$$

$$3) x=3: ((3 < 4) \rightarrow (3 < 3)) \wedge ((3 < 3) \rightarrow (3 < 1)) = (1 \rightarrow 0) \wedge (0 \rightarrow 0) = 0 \wedge 1 = 0 \quad (\text{не подходит})$$

$$4) x=4: ((4 < 4) \rightarrow (4 < 3)) \wedge ((4 < 3) \rightarrow (4 < 1)) = (0 \rightarrow 0) \wedge (0 \rightarrow 0) = 1 \wedge 1 = 1 \quad (\text{подходит})$$

Ответ: 4.

Для какого имени ложно высказывание:

**(первая буква гласная \wedge последняя буква согласная) \rightarrow
 \neg (третья буква согласная)?**

1) Дмитрий 2) Антон 3) Екатерина 4) Анатолий

Решение:

Подставляем в выражение предложенные варианты ответа
и определяем, истинно выражение или ложно:

1) Дмитрий: $(0 \wedge 1) \rightarrow \neg(0)=0 \rightarrow 1 = 1$ (не подходит)

2) Антон: $(1 \wedge 1) \rightarrow \neg(1)=1 \rightarrow 0 = 0$ (подходит)

3) Екатерина: $(1 \wedge 0) \rightarrow \neg(0)=0 \rightarrow 1 = 1$ (не подходит)

4) Анатолий: $(1 \wedge 1) \rightarrow \neg(0)=1 \rightarrow 1 = 1$ (не подходит)

Ответ: 2.

Построить таблицу истинности для следующей функции:

$$F(X,Y,Z)=(x \rightarrow y)^z + \neg y$$

Решение:

1) Нарисуем таблицу на K строк, где $K=2^n$, n - количество высказываний в функции

$N=3$, $k=8$ строк

2) Запишем в таблице все варианты X, Y, Z и вычисляем выражение по действиям.

X	Y	Z	$\neg Y$	$X \rightarrow Y$	$(X \rightarrow Y) \cdot Z$	$F(X, Y, Z)$
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1

В таблице приведены запросы к поисковому серверу. Для каждого запроса указан его код — соответствующая буква от А до Г. Расположите коды запросов слева направо в порядке возрастания количества страниц, которые нашёл поисковый сервер по каждому запросу. По всем запросам было найдено разное количество страниц. Для обозначения логической операции «ИЛИ» в запросе используется символ «|», а для логической операции «И» — «&»:

Код	Запрос
А	Лебедь Рак Щука
Б	Лебедь & Рак
В	Лебедь & Рак & Щука
Г	Лебедь Рак

Пояснение.

Чем больше в запросе операций «ИЛИ», тем больше результатов выдаёт поисковой сервер. Чем больше в запросе операций «И», тем меньше результатов выдаст поисковой сервер. Таким образом, ответ ВБГА.

Для какого из приведённых значений числа X ложно высказывание: **НЕ** $(X < 6)$ **ИЛИ** $(X < 5)$?

- 1) 7
- 2) 6
- 3) 5
- 4) 4

Пояснение.

Логическое «ИЛИ» ложно только тогда, когда ложны оба высказывания. Запишем выражение в виде

$$(X \geq 6) \text{ ИЛИ } (X < 5)$$

и проверим все варианты ответа.

- 1) Истинно, поскольку истинно первое высказывание: 7 больше 6.
- 2) Истинно, поскольку истинно первое высказывание: 6 не меньше 6.
- 3) Ложно, поскольку ложны оба высказывания: 5 не больше 6 и 5 не меньше 5.
- 4) Истинно, поскольку истинно второе высказывание: 4 меньше 5.

Правильный ответ указан под номером 3.

Для какого из приведённых имён истинно высказывание:

НЕ (Первая буква гласная) **И** **НЕ** (Последняя буква согласная)?

- 1) Анна
- 2) Роман
- 3) Олег
- 4) Татьяна

Пояснение.

Логическое «И» истинно только тогда, когда истинны оба высказывания. Запишем выражение в виде

(Первая буква согласная) **И** (Последняя буква гласная)

и проверим все варианты ответа.

- 1) Ложно, поскольку ложно первое высказывание: а — согласная.
- 2) Ложно, поскольку ложно второе высказывание: н — гласная.
- 3) Ложно, поскольку ложны оба высказывания: о — согласная и г — гласная.
- 4) Истинно, поскольку истинны оба высказывания.

Правильный ответ указан под номером 4.

Ниже в табличной форме представлен фрагмент базы данных «Отправление поездов дальнего следования»:

Пункт назначения	Категория поезда	Время в пути	Вокзал
Рига	скорый	15:45	Рижский
Ростов	фирменный	17:36	Казанский
Самара	фирменный	14:20	Казанский
Самара	скорый	17:40	Казанский
Самара	скорый	15:56	Казанский
Самара	скорый	15:56	Павелецкий
Самара	фирменный	23:14	Курский
Санкт-Петербург	скорый	8:00	Ленинградский
Санкт-Петербург	скорый	4:00	Ленинградский
Саратов	скорый	14:57	Павелецкий
Саратов	пассажирский	15:58	Павелецкий
Саратов	скорый	15:30	Павелецкий

Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию

(Категория поезда = «скорый») ИЛИ (Вокзал = «Павелецкий»)?

В ответе укажите одно число — искомое количество записей.

Пояснение.

Логическое «ИЛИ» истинно тогда, когда истинно хотя бы одно высказывание. Следовательно, подходят и варианты, в которых поезд «скорый», и те, в которых вокзал «Павелецкий». Таких вариантов 9.

Ниже в табличной форме представлен фрагмент базы данных «Отправление поездов дальнего следования»:

Пункт назначения	Категория поезда	Время в пути	Вокзал
Балаково	скорый	20:22	Павелецкий
Бийск	скорый	61:11	Казанский
Бишкек	скорый	121:20	Казанский
Благовещенск	пассажирский	142:06	Ярославский
Брест	скорый	14:19	Белорусский
Валуйки	фирменный	14:57	Курский
Варна	скорый	47:54	Киевский
Волгоград	скорый	18:50	Павелецкий
Волгоград	скорый	24:50	Курский
Воркута	скорый	40:31	Ярославский
Воркута	пассажирский	48:19	Ярославский
Гродно	скорый	16:34	Белорусский

Сколько записей в данном фрагменте удовлетворяют условию

(Категория поезда = «скорый») И (Время в пути < 40:00)?

В ответе укажите одно число — искомое количество записей.

Пояснение.

Логическое «И» истинно тогда, когда истинны оба высказывания. Следовательно, условию удовлетворяют те строки таблицы, в которых скорый поезд находится в пути менее 40 часов. Таких вариантов пять: поезда в Балаково, Брест, Гродно и 2 поезда в Волгоград.