



# **Логические операции и таблицы истинности**

# КОНЪЮНКЦИЯ

- $F = A \& B.$
- Логическое умножение
- **КОНЪЮНКЦИЯ** - это новое сложное выражение будет истинным только тогда, когда истинны оба исходных простых выражения.
- Конъюнкция определяет соединение двух логических выражений с помощью союза **И**.

A	B	F
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



# Примеры:

- 10 делится на 2 и 5 больше 3
- 10 не делится на 2 и 5 больше 3
- 10 делится на 2 и 5 не больше 3
- 10 не делится на 2 и 5 не больше 3

□  $F = A \& B$

- **Задание:** Определить, чему будет равно значение F для каждого выражения.

# ДИЗЬЮНКЦИЯ

- $F = A + B$
- **Логическое сложение – ДИЗЬЮНКЦИЯ** - это новое сложное выражение будет истинным тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из исходных (простых) выражений.
- Дизъюнкция определяет соединение двух логических выражений с помощью союза **ИЛИ**

A	B	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



# Примеры:

- 10 делится на 2 или 5 больше 3
- 10 не делится на 2 или 5 больше 3
- 10 делится на 2 или 5 не больше 3
- 10 не делится на 2 или 5 не больше 3

$$F = A \vee B$$

- **Задание:** Определить, чему будет равно значение  $F$  для каждого выражения.

# ИНВЕРСИЯ

- **Логическое отрицание :**  
**ИНВЕРСИЯ** - если исходное выражение истинно, то результат отрицания будет ложным, и наоборот, если исходное выражение ложно, то результат отрицания будет истинным/
- Данная операция означает, что к исходному логическому выражению добавляется частица **НЕ** или слова **НЕВЕРНО, ЧТО**

A	$F = \bar{A}$
1	0
0	1



□ **Пример:**

□ Луна — спутник Земли (**A**).

□ Луна — не спутник Земли (**не A**)

$$F = \bar{A}$$

# Логическое следование (импликация)

- Логическое следование (Импликация) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «если... то...».
- Импликация записывается как посылка  $\square$  следствие; (остриё всегда указывает на следствие).
- $F = A \square B$ , составное высказывание, образованное с помощью операции: логическое следование (импликация)
- Суждение, выражаемое импликацией, выражается также следующими способами:
  - 1. Посылка является условием, достаточным для выполнения следствия;
  - 2. Следствие является условием, необходимым для истинности посылки.



# "Житейский" смысл импликации.

- Для более лёгкого понимания смысла импликации и запоминания ее таблицы истинности может пригодиться житейская модель:
- А — начальник. Он может приказать "работай" (1) или сказать "делай что хочешь" (0).
- В — подчиненный. Он может работать (1) или бездельничать (0).
- В таком случае импликация — не что иное, как послушание подчиненного начальнику.
- По таблице истинности легко проверить, что послушания нет только тогда, когда начальник приказывает работать, а подчиненный бездельничает.

# ИМПЛИКАЦИЯ


- **Логическое следствие: ИМПЛИКАЦИЯ** - связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (А), а второе (В) – следствием из этого условия.
- Результатом ИМПЛИКАЦИИ является ЛОЖЬ только тогда, когда условие А истинно, а следствие В ложно.
- Обозначается  $A \rightarrow B$  символом "следовательно" и
- выражается словами **ЕСЛИ ... , ТО ...**

A	B	F
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



# Примеры:

- Если данный четырёхугольник квадрат, то около него можно описать окружность
- Если данный четырёхугольник не квадрат, то около него можно описать окружность
- Если данный четырёхугольник квадрат, то около него нельзя описать окружность
- Если данный четырёхугольник не квадрат, то около него нельзя описать окружность
- $A \square B$
- **Задание:** Определить, чему будет равно значение  $F$  для каждого выражения.



# Порядок выполнения логических операций

- 1. инверсия
- 2. конъюнкция
- 3. дизъюнкция
- 4. импликация
  
- Для изменения указанного порядка выполнения операций используются скобки.

# Пример задания 1:

- Символом  $F$  обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .
- Дан фрагмент таблицы истинности выражения  $F$ :

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

► *Какое выражение соответствует  $F$ ?*

- 1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$     2)  $X \wedge Y \wedge Z$     3)  $X \vee Y \vee Z$     4)  $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$



## Решение :

- нужно для каждой строчки подставить заданные значения  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  во все функции, заданные в ответах, и сравнить результаты с соответствующими значениями  $F$  для ЭТИХ ДАННЫХ
- если для какой-нибудь комбинации  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  результат не совпадает с соответствующим значением  $F$ , оставшиеся строчки можно не рассматривать, поскольку для правильного ответа все три результата должны совпасть со значениями функции  $F$

□ первое выражение, равно 1 только при  $X=Y=Z=0$ , поэтому это неверный ответ (первая строка таблицы не подходит)

□ второе выражение, равно 1 только при  $X=Y=Z=1$ , поэтому это неверный ответ (первая и вторая строки таблицы не подходят)

□ третье выражение, равно нулю при  $X=Y=Z=0$ , поэтому это неверный ответ (вторая строка таблицы не подходит)

□ наконец, четвертое выражение, равно нулю только тогда, когда  $X=Y=Z=1$ , а в остальных случаях равно 1, что совпадает с приведенной частью таблицы истинности

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

□ таким образом, правильный ответ – 4

1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$

2)  $X \wedge Y \wedge Z$

3)  $X \vee Y \vee Z$

4)  $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$

## Пример задания 2:

- Символом  $F$  обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .
- Дан фрагмент таблицы истинности выражения  $F$ :

$X$	$Y$	$Z$	$F$
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	1	0

*Какое выражение соответствует  $F$ ?*

- 1)  $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$     2)  $X \wedge Y \wedge Z$     3)  $X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$     4)  $X \vee \neg Y \vee \neg Z$





# Решение :

- В столбце F есть единственная единица для комбинации  $X=1, Y=Z=0$ , простейшая функция, истинная (только) для этого случая, имеет вид , она есть среди приведенных ответов (ответ 3)
- таким образом, правильный **ответ – 3.**

# Пример задания 3:

- Дан фрагмент таблицы истинности выражения F (см. таблицу справа).
- Какое выражение соответствует F?

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1

- 1)  $(X \vee \neg Y) \rightarrow Z$    2)  $(X \vee Y) \rightarrow \neg Z$    3)  $X \vee (\neg Y \rightarrow Z)$    4)  $X \vee Y \wedge \neg Z$



# Ответ к заданию 3:

- Найди правильный ответ:
- 1, 2, 3, 4