



Логические операции и таблицы истинности

КОНЪЮНКЦИЯ

- $F = A \& B.$
- Логическое умножение
- **КОНЪЮНКЦИЯ** - это новое сложное выражение будет истинным только тогда, когда истинны оба исходных простых выражения.
- Конъюнкция определяет соединение двух логических выражений с помощью союза **И**.

A	B	F
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



Примеры:

- 10 делится на 2 и 5 больше 3
- 10 не делится на 2 и 5 больше 3
- 10 делится на 2 и 5 не больше 3
- 10 не делится на 2 и 5 не больше 3

□ $F = A \& B$

- **Задание:** Определить, чему будет равно значение F для каждого выражения.

ДИЗЬЮНКЦИЯ

- $F = A + B$
- **Логическое сложение – ДИЗЬЮНКЦИЯ** - это новое сложное выражение будет истинным тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из исходных (простых) выражений.
- Дизъюнкция определяет соединение двух логических выражений с помощью союза **ИЛИ**

A	B	F
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



Примеры:

- 10 делится на 2 или 5 больше 3
- 10 не делится на 2 или 5 больше 3
- 10 делится на 2 или 5 не больше 3
- 10 не делится на 2 или 5 не больше 3

$$F = A \vee B$$

- **Задание:** Определить, чему будет равно значение F для каждого выражения.

ИНВЕРСИЯ

- **Логическое отрицание :**
ИНВЕРСИЯ - если исходное выражение истинно, то результат отрицания будет ложным, и наоборот, если исходное выражение ложно, то результат отрицания будет истинным/
- Данная операция означает, что к исходному логическому выражению добавляется частица **НЕ** или слова **НЕВЕРНО, ЧТО**

A	$F = \bar{A}$
1	0
0	1



□ **Пример:**

□ Луна — спутник Земли (**A**).

□ Луна — не спутник Земли (**не A**)

$$F = \bar{A}$$

Логическое следование (импликация)

- Логическое следование (Импликация) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «если... то...».
- Импликация записывается как посылка \square следствие; (остриё всегда указывает на следствие).
- $F = A \square B$, составное высказывание, образованное с помощью операции: логическое следование (импликация)
- Суждение, выражаемое импликацией, выражается также следующими способами:
 - 1. Посылка является условием, достаточным для выполнения следствия;
 - 2. Следствие является условием, необходимым для истинности посылки.

"Житейский" смысл импликации.

- Для более лёгкого понимания смысла импликации и запоминания ее таблицы истинности может пригодиться житейская модель:
- А — начальник. Он может приказать "работай" (1) или сказать "делай что хочешь" (0).
- В — подчиненный. Он может работать (1) или бездельничать (0).
- В таком случае импликация — не что иное, как послушание подчиненного начальнику.
- По таблице истинности легко проверить, что послушания нет только тогда, когда начальник приказывает работать, а подчиненный бездельничает.

ИМПЛИКАЦИЯ


- **Логическое следствие: ИМПЛИКАЦИЯ** - связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (А), а второе (В) – следствием из этого условия.
- Результатом ИМПЛИКАЦИИ является ЛОЖЬ только тогда, когда условие А истинно, а следствие В ложно.
- Обозначается $A \rightarrow B$ символом "следовательно" и
- выражается словами **ЕСЛИ ... , ТО ...**

A	B	F
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



Примеры:

- Если данный четырёхугольник квадрат, то около него можно описать окружность
- Если данный четырёхугольник не квадрат, то около него можно описать окружность
- Если данный четырёхугольник квадрат, то около него нельзя описать окружность
- Если данный четырёхугольник не квадрат, то около него нельзя описать окружность
- $A \square B$
- **Задание:** Определить, чему будет равно значение F для каждого выражения.



Порядок выполнения логических операций

- 1. инверсия
 - 2. конъюнкция
 - 3. дизъюнкция
 - 4. импликация
-
- Для изменения указанного порядка выполнения операций используются скобки.

Пример задания 1:

- Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X , Y , Z .
- Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

► *Какое выражение соответствует F ?*

- 1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ 2) $X \wedge Y \wedge Z$ 3) $X \vee Y \vee Z$ 4) $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$



Решение :

- нужно для каждой строчки подставить заданные значения X , Y и Z во все функции, заданные в ответах, и сравнить результаты с соответствующими значениями F для ЭТИХ ДАННЫХ
- если для какой-нибудь комбинации X , Y и Z результат не совпадает с соответствующим значением F , оставшиеся строчки можно не рассматривать, поскольку для правильного ответа все три результата должны совпасть со значениями функции F

□ первое выражение, равно 1 только при $X=Y=Z=0$, поэтому это неверный ответ (первая строка таблицы не подходит)

□ второе выражение, равно 1 только при $X=Y=Z=1$, поэтому это неверный ответ (первая и вторая строки таблицы не подходят)

□ третье выражение, равно нулю при $X=Y=Z=0$, поэтому это неверный ответ (вторая строка таблицы не подходит)

□ наконец, четвертое выражение, равно нулю только тогда, когда $X=Y=Z=1$, а в остальных случаях равно 1, что совпадает с приведенной частью таблицы истинности

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

□ таким образом, правильный **ответ – 4**

1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$

2) $X \wedge Y \wedge Z$

3) $X \vee Y \vee Z$

4) $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$

Пример задания 2:

- Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X , Y , Z .
- Дан фрагмент таблицы истинности выражения F :

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	1	0

Какое выражение соответствует F ?

- 1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ 2) $X \wedge Y \wedge Z$ 3) $X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ 4) $X \vee \neg Y \vee \neg Z$



Решение :

- В столбце F есть единственная единица для комбинации $X=1, Y=Z=0$, простейшая функция, истинная (только) для этого случая, имеет вид , она есть среди приведенных ответов (ответ 3)
- таким образом, правильный **ответ – 3.**

Пример задания 3:

- Дан фрагмент таблицы истинности выражения F (см. таблицу справа).
- Какое выражение соответствует F?

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1

- 1) $(X \vee \neg Y) \rightarrow Z$ 2) $(X \vee Y) \rightarrow \neg Z$ 3) $X \vee (\neg Y \rightarrow Z)$ 4) $X \vee Y \wedge \neg Z$



Ответ к заданию 3:

- Найди правильный ответ:
- 1, 2, 3, 4