

# Базовые логические элементы ЭВМ



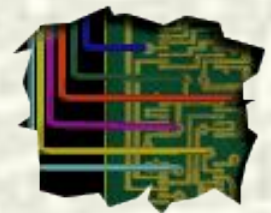
Учитель информатики – Кузнецова И.П.  
ГБОУ Гимназия №1619 им.М.И.Цветаевой

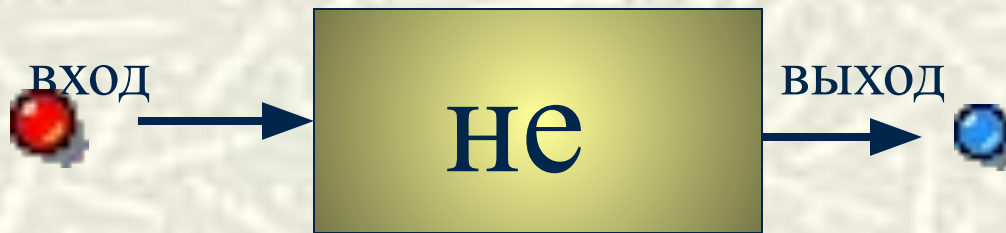
# Логические элементы



Работа современных вычислительных машин сводится к обработке последовательностей нулей и единиц, которыми закодирована различная информация (числовая, текстовая, графическая, звуковая), и пересылки этой информации. Такую обработку производит арифметико-логическое устройство, являющееся частью процессора. Состоит оно из логических элементов.

*Логические элементы- это электронные схемы, реализующие логические операции. Эти элементы могут иметь один или несколько входов и один выход, через которые проходят электрические сигналы. Эти сигналы принято обозначать цифрами 1 и 0.*





*Простейшим логическим элементом является элемент «НЕ»*

Он имеет один вход и один выход. Работа этого элемента заключается в инвертировании ( т.е. замене на противоположный) значения поступившего в него сигнала.

Зависимость  
входных и  
выходных сигналов  
можно представить  
в виде таблицы  
истинности

ВХОД	ВЫХОД
1	0
0	1



# Таблица ИСТИННОСТИ

Таблица истинности – это таблица, содержащая все возможные комбинации значений переменных, входящих в это выражение, и значения выражения, соответствующие каждой из этих комбинаций.

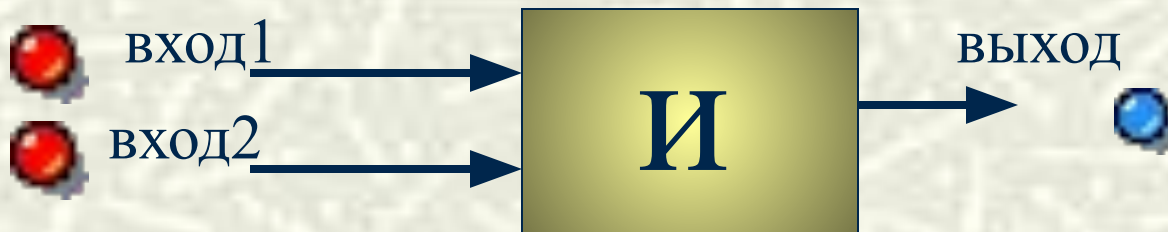
<b>ВХОД 1</b>	<b>ВХОД 2</b>	<b>ВХОД...</b>	<b>ВЫХОД</b>
1	0	1	0
1	1	0	0



Работа элемента «*ИЛИ*» заключается в том, что на выходе получается сигнал равный «1», когда хотя бы на один из входов был подан единичный сигнал. Элемент имеет два входа и один выход.

Таблица истинности этого элемента выглядит следующим образом:

ВХОД1	ВХОД2	ВЫХОД
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Его работа заключается в том, что на выходе получается сигнал равный «1», когда на оба входа был подан единичный сигнал. Элемент имеет два входа и один выход.

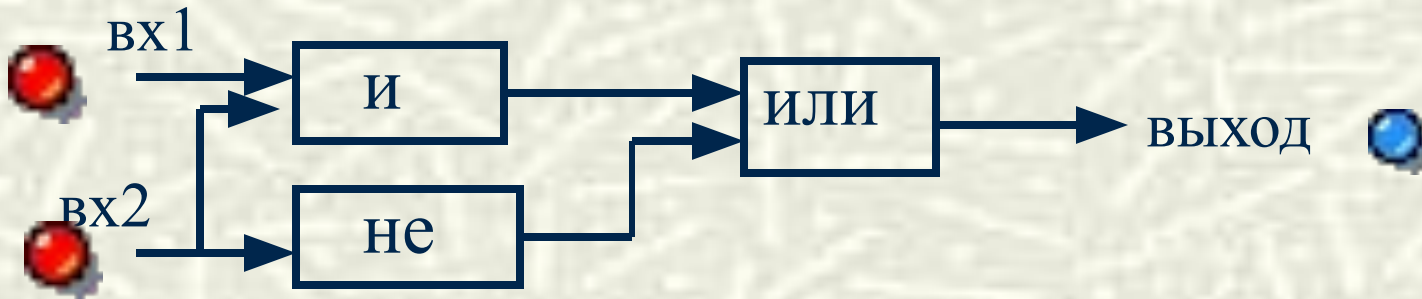
Таблица истинности  
для этого элемента.

ВХОД1	ВХОД2	ВЫХОД
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



*С помощью этих трех элементов построены все схемы ЭВМ, которые реализуют процессы передачи и обработки информации.*

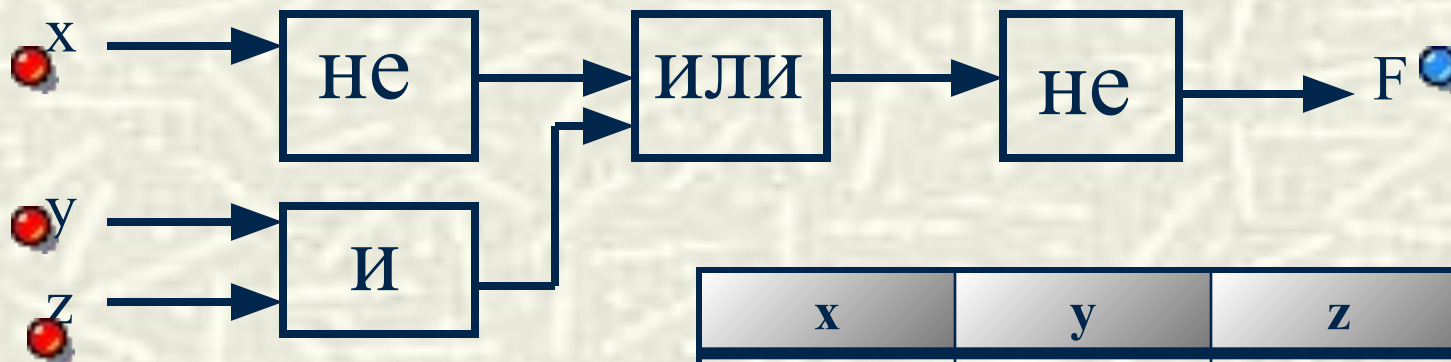
Как рассчитать таблицу истинности для нескольких объединенных в схему базовых элементов?



ВХОД1	ВХОД2	ВЫХОД
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Количество сочетаний сигналов зависит от количества входов и рассчитывается по формуле  $K = 2^{\text{кол. входов}}$

# Составить таблицу истинности для данной схемы



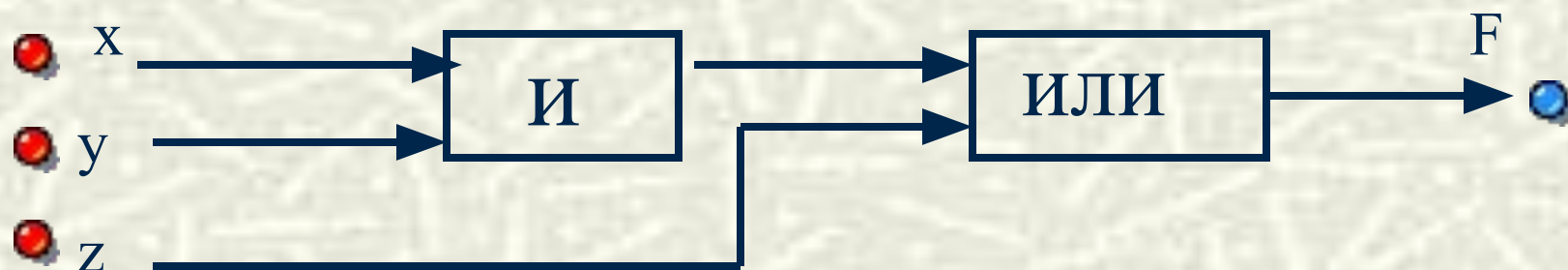
Количество  
сочетаний сигналов

$$K = 2^3 = 8$$

x	y	z	F
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
0	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1
0	1	1	0
1	1	1	0



# *Составление логических формул, описывающих данную схему*



*Составим формулу:*

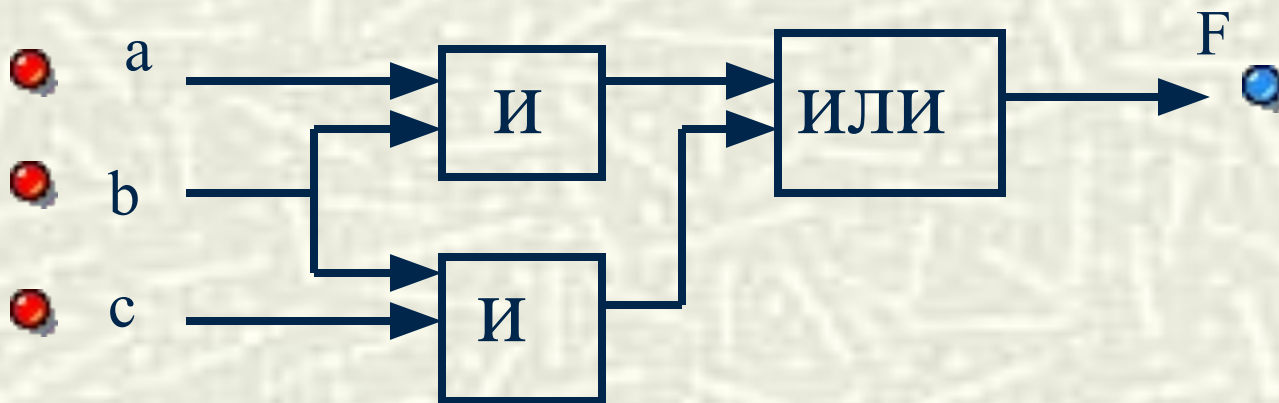
$$F(x, y, z) = (X \text{ и } Y) \text{ или } Z$$

# *Составление схем по логическим формулам*

Дана логическая формула

$$\underline{F(a,b,c) = (a \text{ и } b) \text{ или } (b \text{ и } c)}$$

*Составим таблицу:*



## Составление таблиц по логическим формулам.

$$F(a,b,c) = a \text{ или } b \text{ и } (c \text{ или } a)$$

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>c или a</b>	<b>b и (c или a)</b>	<b>a или b и (c или a)</b>
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1

# одноразрядный сумматор

Каждый элемент сумматора имеет три входа и два выхода. На вход поступают значения двух суммируемых разрядов (а и в) и значение переноса из младшего разряда (р). На выходе мы получаем младшую цифру суммирования r и значение переноса в младший разряд p1.





Для описания процессов, происходящих в логических элементах, и их расчетов применяются законы математической логики.

**Логика** — является наукой о способах доказательств и опровержений.

Начало исследований в области логики



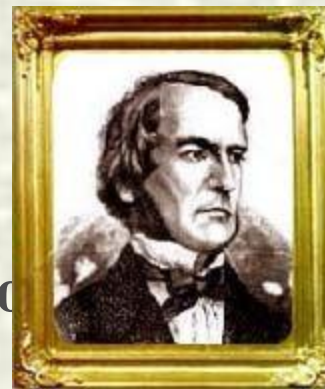
положено **Аристотелем** в 4 в. до н.э.

Однако математические подходы к этим

вопросам впервые были указаны

**Джорджем Булем**. В честь него алгебру

высказываний называют “булевой алгеброй”.



**Высказывание** – это истинное или ложное **повествовательное** предложение

***Простое высказывание*** - высказывание, в котором говорится об одном единственном событии.

**Например:**

1. Луна – планета солнечной системы.
2. 4 делится на 2 без остатка.
3. Москва – столица России.

Предложение “Уходя гасите свет” не является высказыванием

# Высказывания могут быть ИСТИННЫМИ И ЛОЖНЫМИ

*Примеры:*

1. Два больше трех - ложь (0)
2. Земля – планета солнечной системы - истина (1)
3. Москва стоит на берегу Невы - ложь (0)
4.  $5 \times 5 = 25$  - истина (1)
5. Вода – газ - ложь (0)
6. Сливы растут на яблоне - ложь (0)
7. Информатика – школьный предмет- истина (1)



# Сложные высказывания объединяются союзами **И ИЛИ.**

---

## *Примеры:*

1. На улице пасмурно **и** идет дождь.
  2. Спортсмены находятся в спортзале **или** играют в баскетбол.
  3. На поле растет пшеница, **или** рожь, **или** ячмень **и** горох.
  4. На улице слышан крик **или** визг **и** шум.
  5. Я люблю мороженое, **и** торты, **и** конфеты, **и** пастилу.
-



Высказывания обозначаются большими буквами латинского алфавита (A, B, C, D, F ...).

**Если высказывание истинно,  
оно равно 1, если ложно 0**

Любое высказывание описывается формулой.

*Пример:*

*В корзине лежат груши, или в корзине лежат яблоки и груши, и персики, и абрикосы.*

Выделяем в данном высказывании переменные и даем им имена.

**A** – груши    **B** – яблоки    **C** – персики    **D** – абрикосы

Тогда формула описывающая данное высказывание будет записана так:

**A или ( A и B и C и D )**

# Логическое умножение КОНЪЮНКЦИЯ

Объединение двух или нескольких высказываний с помощью союза **И** называется операцией логического умножения или конъюнкцией.

Существуют разные способы записи конъюнкций:

$$F=A \wedge B \quad F=A * B \quad F=A \& B$$

В некоторых случаях этот знак опускают.

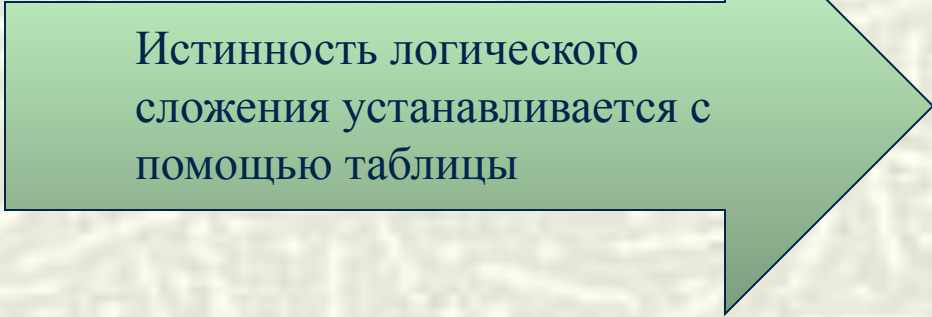
Истинность логического произведения устанавливаются с помощью таблицы.

A	B	A*B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

# Логическое сложение ДИЗЪЮНКЦИЯ

Объединение двух или нескольких высказываний с помощью союза **ИЛИ** называется операцией логического сложения и дизъюнкцией.

Варианты записи дизъюнкций:  $F = A \vee B$      $F = A + B$



Истинность логического сложения устанавливается с помощью таблицы

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A*B</b>
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

# отрицание

Присоединение союза **НЕ** к высказыванию называется отрицанием.

Обозначение  $\bar{A}$

Таблица истинности  
отображающая функцию  
отрицания.

A	B
1	0
0	1



# Законы алгебры высказываний

Основные законы логики применяются для упрощения  
( минимизации ) логических выражений.

## 1. Закон исключения констант.

$$\overline{0} = 1 \quad 1 = \overline{0}$$

$$X + 0 = 0 \quad X * 0 = X$$

$$X + 1 = 1 \quad X * 0 = 0$$

# Законы алгебры высказываний

## 2. Закон отсутствия показателей степеней.

$$X + X = X \quad X * X = X$$

Устанавливает, что повторяющиеся переменные в выражениях излишни и их можно опускать.

Понятие возведение в степень и умножение на коэффициенты отличные от 0 и логической 1 не имеют смысла в булевой алгебре.

# Законы алгебры высказываний

## 3. Закон двойного отрицания.

$X + \overline{X} = 1$  - из двух противоречивых высказываний одно непременно истинно.

$X * \overline{X} = X$  - противоположные высказывания не могут быть одновременно истинны.

$\overline{\overline{X}} = X$  - двойное отрицание исключает отрицание.

# Законы алгебры высказываний

## 4. Закон коммутативности.

$$X + Y = Y + X \quad X * Y = Y * X$$

Результат высказываний не зависит от того, в каком порядке берутся высказывания.



# Законы алгебры высказываний

## 5. Закон поглощения.

$$X + XY = X \qquad X(X + Y) = X$$

—

—

$$X + XY = X + Y \qquad X(X + Y) = XY$$

В каждом случае дополнительные высказывания поглощаются.

# Законы алгебры высказываний

## 6. Закон Де Моргана.

$$\overline{(X + Y)} = \overline{X} \overline{Y} \quad \overline{(X Y)} = \overline{X} + \overline{Y}$$

Отрицание от сложного высказывания переносится на составляющие его простые.

# Законы алгебры высказываний

## 7. Закон ассоциативности.

$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z) = (X + Z) + Y = X + Y + Z$$

$$(XY)Z = X(YZ) = XYZ$$

При одинаковых знаках скобки можно ставить произвольно, или вообще опускать.

# Законы алгебры высказываний

## 8. Закон дистрибутивности.

$$X + YZ = (X + Y)(X + Z)$$

$$X(Y + Z) = XY + XZ$$

В булевой алгебре допускается вынесение общего множителя за скобки.



# Дизъюнктивная нормальная форма

СДНФ или стандартная сумма произведений – это сумма произведений, в каждом из которых каждая переменная входит ровно один раз, либо с отрицанием, либо без него.

Пример.  $F(A,B,C) = (A*B*\bar{C}) + (\bar{A}*\bar{B}*C)$

Для построения СДНФ надо:

1. Определить все строки, где на выходе получается единичное значение;
2. Записать для каждой такой строки произведение входящих значений, учитывая, что если значение переменной равно 0, то его надо записывать с отрицанием;
3. Объединить эти произведения операцией логического сложения (дизъюнкцией).

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$F = \bar{A}*\bar{B}*C + \bar{A}*B*\bar{C} + A*\bar{B}*C$$

# Конъюнктивная нормальная форма

СКНФ – это произведение сумм, в каждом из которых каждая переменная входит ровно один раз, либо с отрицанием, либо без него.

Пример:  $F(A, B, C) = (A + B + C) * (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$

Для получения такой формы надо:

1. В таблицу истинности добавить столбец, соответствующий инверсной функции (для выходного значения);
2. Записать СДНФ для этой инверсной функции;
3. Взять отрицание полученного выражения, используя закон де Моргана.

A	B	C	F	$\bar{F}$
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

$$\bar{F} = \bar{A} * \bar{B} * \bar{C} + \bar{A} * B * C + A * \bar{B} * \bar{C} + A * B * \bar{C} + A * B * C =$$
$$(A + B + C) (A + \bar{B} + \bar{C}) (\bar{A} + B + C) (\bar{A} + \bar{B} + C) (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$$