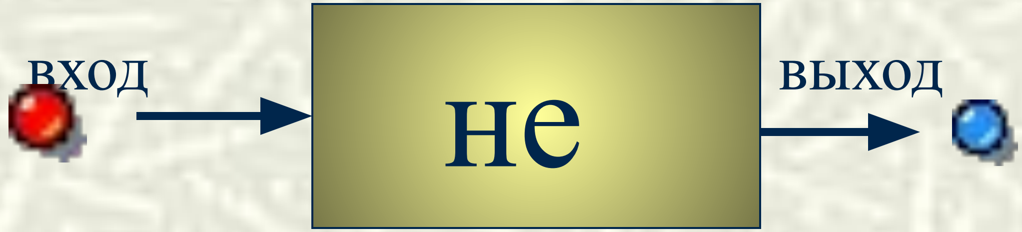
Базовые логические элементы ЭВМ

Учитель информатики – Кузнецова И.П.
ГБОУ Гимназия №1619 им.М.И.Цветаевой

Логические элементы

Работа современных вычислительных машин сводится к обработке последовательностей нулей и единиц, которыми закодирована различная информация (числовая, текстовая, графическая, звуковая), и пересылки этой информации. Такую обработку производит **арифметико- логическое устройство**, являющееся частью процессора. Состоит оно из **логических элементов**.

***Логические элементы*- это электронные схемы, реализующие логические операции. Эти элементы могут иметь один или несколько входов и один выход, через которые проходят электрические сигналы. Эти сигналы принято обозначать цифрами 1 и 0.**



Простейшим логическим элементом является элемент «НЕ»

Он имеет один вход и один выход. Работа этого элемента заключается в инвертировании (т.е. замене на противоположный) значения поступившего в него сигнала.

Зависимость входных и выходных сигналов можно представить в виде **таблицы истинности**

!

вход	выход
1	0
0	1

Таблица истинности

<u>Таблица истинности</u> *– это таблица, содержащая все возможные комбинации значений переменных, входящих в это выражение, и значения выражения, соответствующие каждой из этих комбинаций.*

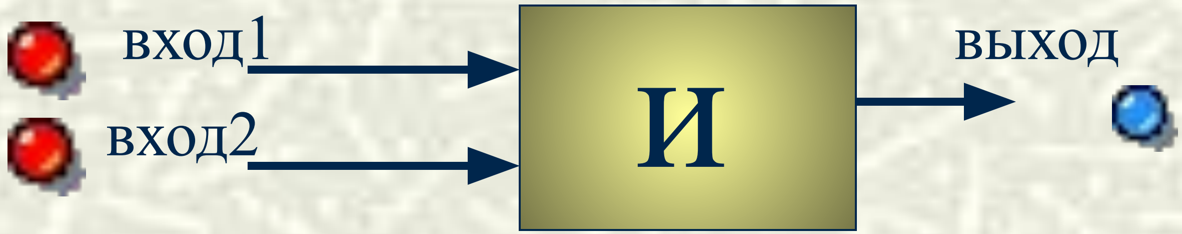
!

вход1	**вход 2**	**вход…**	**выход**
1	0	1	0
1	1	0	0

Работа элемента ***«ИЛИ»*** заключается в том, что на выходе получается сигнал равный «1», когда хотя бы на один из входов был подан единичный сигнал. Элемент имеет два входа и один выход.

Таблица истинности этого элемента выглядит следующим образом:

вход1	вход2	выход
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Его работа заключается в том, что на выходе получается сигнал равный «1», когда на оба входа был подан единичный сигнал. Элемент имеет два входа и один выход.

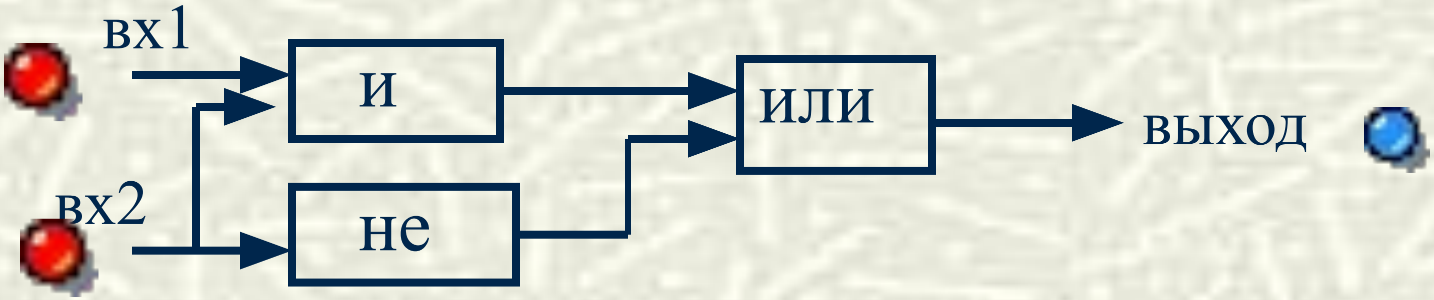
Таблица истинности

для этого элемента.

вход1	вход2	выход
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

С помощью этих трех элементов построены все схемы ЭВМ, которые реализуют процессы передачи и обработки информации.

Как рассчитать таблицу истинности для нескольких объединенных в схему базовых элементов?

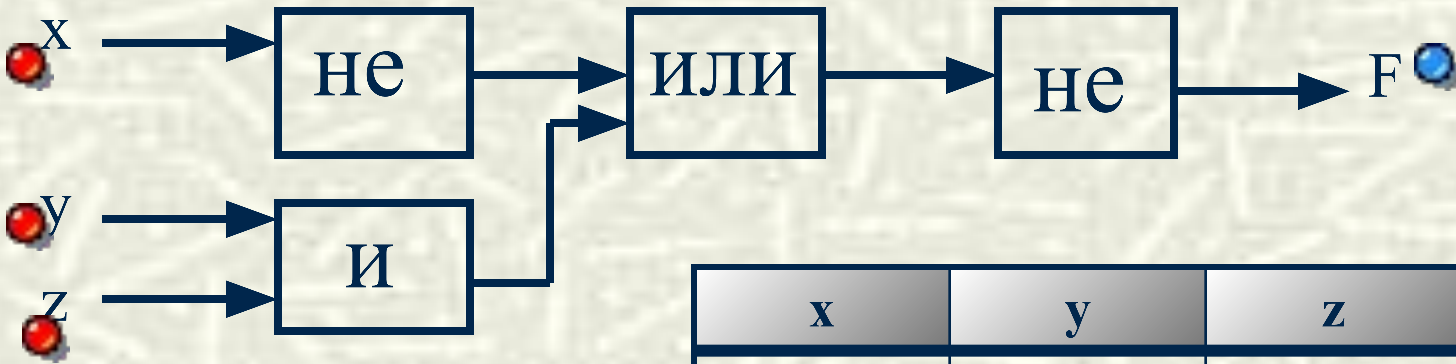


вход1	**вход2**	**выход**
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Количество сочетаний сигналов зависит от количества входов и рассчитывается по формуле $К = \mathbf{2}^{\textbf{кол. входов}}$

Составить таблицу истинности

для данной схемы

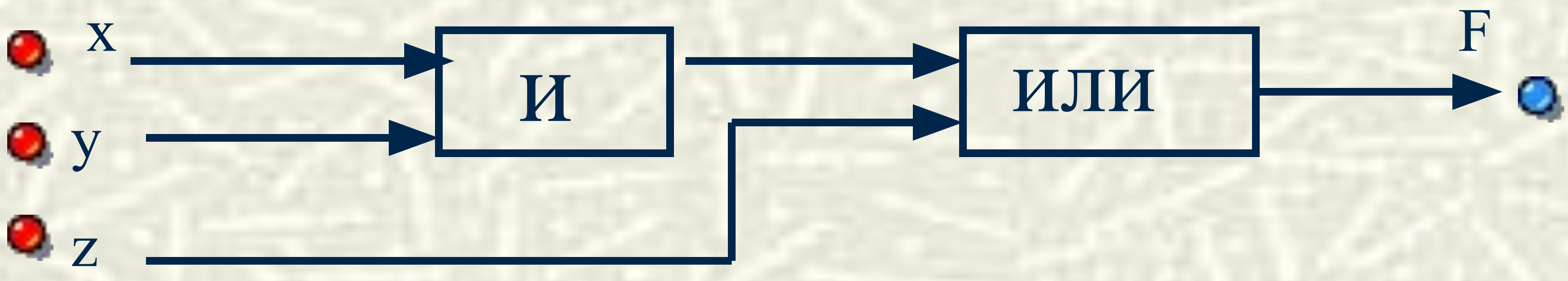


Количество сочетаний сигналов

К= 2^3= 8

x	y	z	F
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
0	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1
0	1	1	0
1	1	1	0

Составление логических формул, описывающих данную схему



Составим формулу:

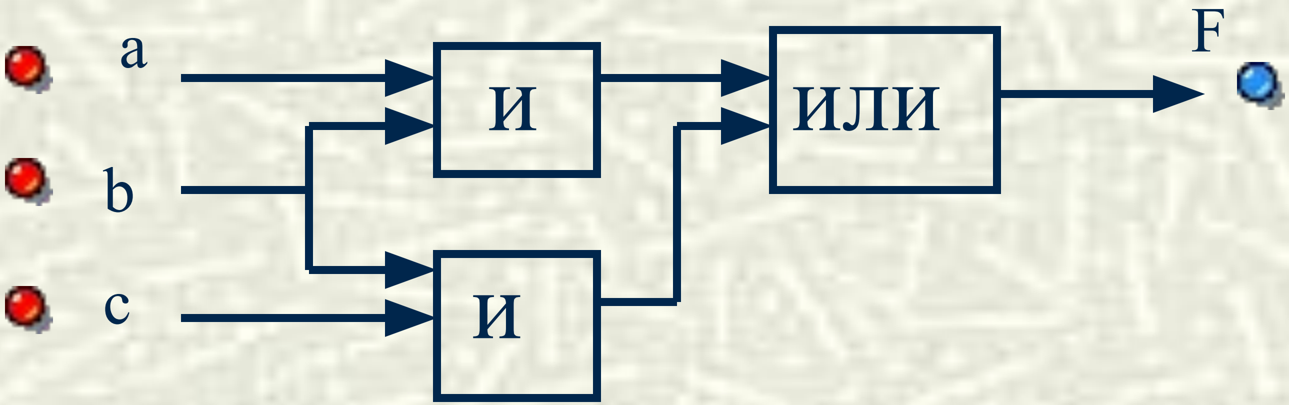
$$F(x, y, z) = (X \text{ и } Y) \text{ или } Z$$

Составление схем по логическим формулам

Дана логическая формула

F(a,b,c) = (a и b) или (b и c)

Составим таблицу:



Составление таблиц по логическим формулам.

F(a,b,c) = a или b и (c или a)

a	b	c	c или a	b и (c или a)	a или b и (c или a)
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1

одноразрядный сумматор

Каждый элемент сумматора имеет три входа и два выхода. На вход поступают значения двух суммируемых разрядов (а и в) и значение переноса из младшего разряда (р). На выходе мы получаем младшую цифру суммирования r и значение переноса в младший разряд р1.

Элементы математической логики

Для описания процессов, происходящих в логических элементах, и их расчетов применяются законы математической логики.

Логика – является наукой о способах доказательств и опровержени !

Начало исследований в области логики

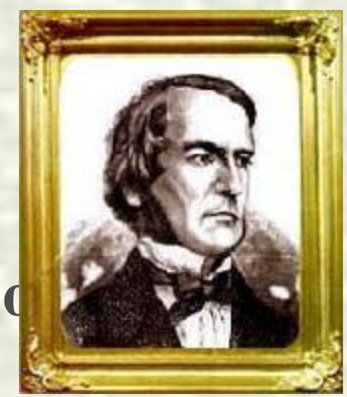
ложено **Аристотелем** в 4 в. до н.э.

Однако ма ские подходы к этим

вопросам впервые были указаны

Джорджем Булем.В честь него алгебру

высказываний называют “**булевой алгебро**



<u>*Высказывание*</u> – это истинное или ложное <u>*повествовательное*</u> предложение

Простое высказывание - высказывание, в котором говорится об одном единственном событии.

<u>*Например:*</u>

1. Луна – планета солнечной системы.
2. 4 делится на 2 без остатка.
3. Москва – столица России.

Предложение “Уходя гасите свет” не является высказыванием

Высказывания могут быть **<u>истинными и ложными</u>**

Примеры:

1. Два больше трех - ложь (0)
2. Земля – планета солнечной системы - истина (1)
3. Москва стоит на берегу Невы - ложь (0)
4. 5 x 5 = 25 - истина (1)
5. Вода – газ - ложь (0)
6. Сливы растут на яблоне - ложь (0)
7. Информатика – школьный предмет- истина (1)

<u>**Сложные**</u> высказывания объединяются союзами

И ИЛИ.

Примеры:

1. На улице пасмурно и идет дождь.
2. Спортсмены находятся в спортзале или играют в баскетбол.
3. На поле растет пшеница, или рожь, или ячмень и горох.
4. На улице слышан крик или визг и шум.
5. Я люблю мороженое, и торты, и конфеты, и пастилу.

Высказыания обозначаются большими буквами латинского алфавита (A, B,C,D,F ….).

Если высказывание истинно,

оно равно1, если ложно 0

!

Любое высказывание описывается формулой.

Пример:

В корзине лежат груши, или в корзине лежат яблоки и груши, и персики, и абрикосы.

Выделяем в данном высказывании переменные и даем им имена.

A – груши **B** – яблоки **C** – персики D – абрикосы

Тогда формула описывающая данное высказывание будет записана так:

A или (A и B и C и D)

Логическое умножение КОНЪЮНКЦИЯ

Объединение двух или нескольких высказываний с помощью союза **И** называется операцией логического умножения или конъюнкцией.

Существуют разные способы записи конъюнкций:

F=A^B   F=A*B   F=A & B

В некоторых случаях этот знак опускают.

Истинность логического произведения устанавливаются с помощью таблицы.

A	B	A*B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Логическое сложение ДИЗЪЮНКЦИЯ

Объединение двух или нескольких высказываний с помощью союза **ИЛИ** называется операцией логического сложения и *дизъюнкцией.*

Варианты записи дизъюнкций: **F= A˅ B F= A+B**

Истинность логического сложения устанавливается с помощью таблицы

A	**B**	**A*B**
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

отрицание

Присоединение союза **НЕ** к высказыванию называется отрицанием.

Обозначение $\overline{A}$

Таблица истинности отображающая функцию отрицания.

A	**B**
1	0
0	1

Законы алгебры высказываний

Основные законы логики применяются для упрощения (минимизации) логических выражений.

1. **Закон исключения констант.**

$$\overline{0} = 1 \qquad \overline{1} = 0$$

$$X + 0 = 0 \qquad X * 0 = X$$

$$X + 1 = 1 \qquad X * 0 = 0$$

Законы алгебры высказываний

2. Закон отсутствия показателей степеней.

X + X = X **X * X = X**

Устанавливает, что повторяющиеся переменные в выражениях излишне и их можно опускать.

Понятие возведение в степень и умножение на коэффициенты отличные от 0 и логической 1 не имеют смысла в булевой алгебре.

Законы алгебры высказываний

3. Закон двойного отрицания.

$X + \overline{X} = 1$ - из двух противоречивых высказываний одно непременно истинно.

$X * \overline{X} = X$ - противоположные высказывания не могут быть одновременно истинны.

$\overline{\overline{X}} = X$ - двойное отрицание исключает отрицание.

Законы алгебры высказываний

4. Закон коммутативности.

X + Y = Y + X   **X * Y = Y * X**

Результат высказываний не зависит от того, в каком порядке берутся высказывания.

Законы алгебры высказываний

5. Закон поглощения.

$$X + XY = X \qquad X(X + Y) = X$$

$$X + \bar{X}Y = X + Y \qquad X(\bar{X} + Y) = XY$$

В каждом случае дополнительные высказывания поглощаются.

Законы алгебры высказываний

6. Закон Де Моргана.

$$\overline{(X + Y)} = \overline{XY} \qquad \overline{(XY)} = \overline{X} + \overline{Y}$$

Отрицание от сложного высказывания переносится на составляющие его простые.

Законы алгебры высказываний

7. Закон ассоциативности.

$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z) = (X + Z) + Y = X + Y + Z$$

$$(XY)Z = X(YZ) = XYZ$$

При одинаковых знаках скобки можно ставить произвольно, или вообще опускать.

Законы алгебры высказываний

8. Закон дистрибутивности.

$$X + YZ = (X + Y)(X + Z)$$

$$X(Y + Z) = XY + XZ$$

В булевой алгебре допускается вынесение общего множителя за скобки.

Дизъюнктивная нормальная форма

СДНФ или стандартная сума произведений – это сумма произведений, в каждом из которых каждая переменная входит ровно один раз, либо с отрицанием, либо без него.

Пример. $F(A,B,C) = (A*B*\overline{C}) +(\overline{A}*\overline{B}*C)$

<u>Для построения СДНФ надо:</u>

1. Определить все строки, где на выходе получается единичное значение;
2. Записать для каждой такой строки произведение входящих значений, учитывая, что если значение переменной равно 0, то его надо записывать с отрицанием;
3. Объединить эти произведения операцией логического сложения (дизъюнкцией).

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$\mathbf{F = \overline{A}*\overline{B}*C+\overline{A}*B*\overline{C}+A*\overline{B}*C}$$

Конъюнктивная нормальная форма

СКНФ – это произведение сумм, в каждом из которых каждая переменная входит ровно один раз, либо с отрицанием, либо без него.

Пример: **$F=(A,B,C)=(A+B+C)*(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$**

Для получения такой формы надо:

1. В таблицу истинности добавить столбец, соответствующий инверсной функции (для выходного значения);
2. Записать СДНФ для этой инверсной функции;
3. Взять отрицание полученного выражения, используя закон де Моргана.

A	B	C	F	F
0	0	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1

$$\overline{F}=\overline{A}*\overline{B}*\overline{C}+\overline{A}*B*C+A*\overline{B}*\overline{C}+A*B*\overline{C}+A*B*C=$$

$$(A+B+C)\ (A+\overline{B}+\overline{C})\ (\overline{A}+B+C)\ (\overline{A}+\overline{B}+C)\ (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$