Системы счисления

ЦЕЛИ: Ознакомить учащихся с одним из разделов школьного курса информатики историей развития и классификацией различных систем счисления, с алгоритмом перевода из десятичной системы счисления в другие(двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная).

Необыкновенная девочка

Ей было 1100 лет
Она в 101 класс ходила
В портфеле по 100 книг носила
Всё это правда,
А не бред
Когда пыля 10 ног,
Она бежала по дороге
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом
Зато 100 – ногий.
И 10 удивлённых глаз
Смотрели в этот мир привычно
Но станет всё совсем обычно
Когда поймете наш рассказ!

<u>Система счисления</u> – это совокупность символов, используемых для изображения чисел.

Система счисления включает в себя: алфавит, т. е. набор символов для записи чисел, способ записи чисел, способ чтения чисел.

Системы счисления делятся на два класса: **позиционные** и **непозиционные** системы счисления.

Непозиционные системы счисления – это системы, в которых величина цифры не определяется ее положением (позицией) в числе. Например: римская система счисления (II, V, XII)

- Число 32 в римской системе счисления имеет вид:
  XXXII = (X+X+X)+(I+I)= 30+2

- Число 444, имеющее в десятичной записи 3 одинаковые цифры, в римской системе счисления будет записано в виде:
  CDXLIV=(D-C)+(L-X)+(V-I)= 400+40+4.

- Число 1974 в римской системе счисления имеет вид
  MCMLXXIV= M+(M-C)+L+(X+X)+(V-I)=1000+900+50+20+4.

Римские числа

I	1	XI	11	XXI	21
II	2	XII	12	XXV	25
III	3	XIII	13	XXX	30
IV	4	XIV	14	XL	40
V	5	XV	15	L	50
VI	6	XVI	16	LX	60
VII	7	XVII	17	XC	90
VIII	8	XVIII	18	C	100
IX	9	XIX	19	D	500
X	10	XX	20	M	1000

Правила записи и чтения римских чисел

Буква, повторяющаяся дважды или трижды, удваивает или утраивает свое значение (CC - 200).

Одна или более букв, помещенных после другой большего значения, увеличивает это значение на величину более мелкой (XI – 11, DCC - 700).

Буква, помещенная перед другой буквой большего значения, уменьшает это значение на величину этой буквы (XC – 90, XL – 40).

Горизонтальная черта, помещенная над буквой, повышает ее значение в 1000 раз.

Позиционные системы счисления – это системы, в которых величина цифры определяется ее положением (позицией) в числе.

Позиция цифр называется разрядом числа.

Позиционные системы счисления различают по их основаниям, где основание – это число цифр, используемых в системах счисления.

Например: двоичная система счисления (A_2), восьмеричная система счисления (A_8) т.д.

Первая позиционная система счисления была придумана еще в Древнем Вавилоне, причем вавилонская нумерация была **шестидесятеричная**, т.е. в ней использовалось шестьдесят цифр!

В XIX веке довольно широкое распространение получила **двенадцатеричная** система счисления.

В настоящее время наиболее распространены **десятичная**, **двоичная**, **восьмеричная** и **шестнадцатеричная** системы счисления.

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Основание системы счисления

Запись чисел в каждой из систем счисления с основанием q означает сокращенную запись выражения

$$a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_1q^1 + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + \dots + a_{-m}q^{-m} \ ,$$

где a_i – цифры системы счисления, n и m –число целых и дробных разрядов соответственно

$$32478_{10} = 3 \times 10000 + 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 8 =$$

$$= 3 \times 10^4 + 2 \times 10_3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0.$$

Алгоритм перевода чисел из десятичной системы счисления в любую позиционную систему счисления с основанием q (2, 8, 16).

1. Делим число на основание системы счисления нацело (остаток должен быть меньше основания).
2. Если частное больше основания системы счисления, то повторить шаг 1.
3. Если частное меньше основания, то записываем число из остатков, начиная с последнего частного, справа налево.

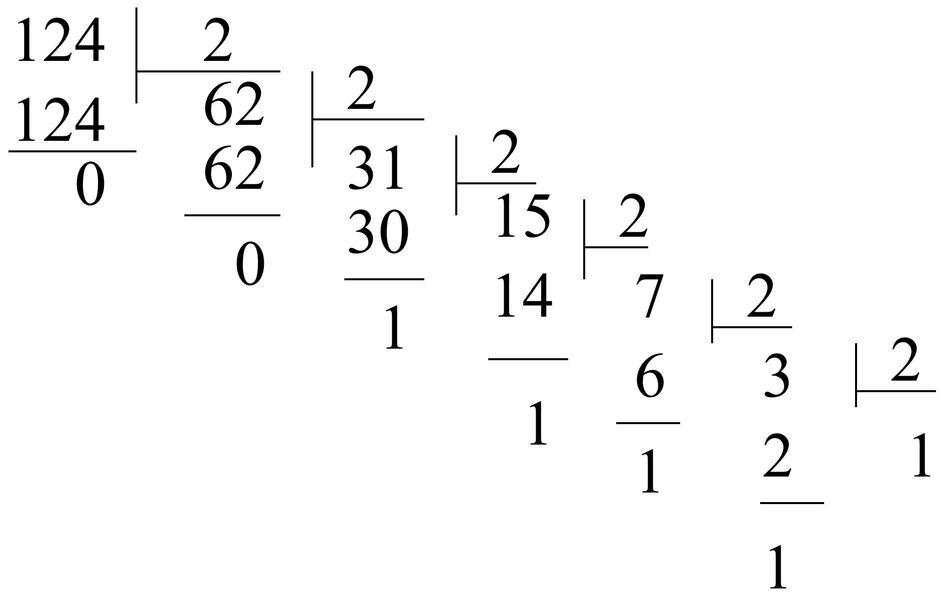
Алгоритм перевода целого числа из системы счисления с основанием q (2, 8, 16) в десятичную систему счисления.

1. Определяем разряд каждой цифры в числе (разряды выставляются строго над цифрами справа налево, начиная с нуля)

2. Умножаем цифру числа на основание в степени, равной номеру разряда.

3. Суммируем все произведения.

1. Чтобы число 124 перевести из 10 с\с в 2 с\с надо это число делить на 2 (основание с\с) до тех пор, пока остатком деления не окажется число меньше 2 (1 или 0) .



2. Выписываем все остатки (справа налево) начиная с частного, следовательно

$$124_{10} = 1\,1\,1\,1\,1\,0\,0_2$$

1. Для того, чтобы перевести число из 2 с\с в 10 с\с, надо представить его в виде суммы произведений цифры на основание в степени, равной номеру разряда. (при разложении **целых** чисел нумерация разрядов идет справа налево, начиная с «0»)

$$\overset{4}{1}\ \overset{3}{1}\ \overset{2}{0}\ \overset{1}{0}\ \overset{0}{1} = 1x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0 =$$

$$= 16 + 8 + 1 = 25_{10}$$

Получаем, что $11001_2 = 25_{10}$

1. Чтобы число 124 перевести из 10 с\с в 8 с\с надо это число делить на 8 (основание с\с) до тех пор, пока остатком деления не окажется число меньше 8 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) .

$$
\begin{array}{r|l}
124 & 8 \\ \hline
120 & 15 \\ \hline
4 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
15 & 8 \\ \hline
8 & 1 \\ \hline
7 &
\end{array}
$$

2. Выписываем все остатки (справа налево) начиная с частного, следовательно

$$124_{10} = 1\ 7\ 4_8$$

1.Чтобы число 395 перевести из 10 с\с в 16 с\с надо это число делить на 16 (основание с\с) до тех пор, пока остатком деления не окажется число меньше 16 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).

$$
\begin{array}{r|l}
395 & 16 \\ \hline
\underline{384} & \begin{array}{r|l} 24 & 16 \\ \hline \underline{16} & 1 \\ 8 & \end{array} \\
11 &
\end{array}
$$

2. Выписываем все остатки (справа налево) начиная с частного, следовательно

$$395_{10} = 1\,8\,B_{16}$$

1. Для того, чтобы перевести число из 8 с\с в 10 с\с, надо представить его в виде суммы произведений цифры на основание в степени, равной номеру разряда. (при разложении **целых** чисел нумерация разрядов идет справа налево, начиная с «0»)

$$\overset{2}{6}\;\overset{1}{1}\;\overset{0}{3} = 6x8^2 + 1x8^1 + 3x8^0 =$$

$$= 384 + 8 + 3 = 395_{10}$$

2. Получаем, что $613_8 = 395_{10}$

1. Для того, чтобы перевести число из 16 с\с в 10 с\с, надо представить его в виде суммы произведений цифры на основание в степени, равной номеру разряда. (при разложении **целых** чисел нумерация разрядов идет справа налево, начиная с «0»)

$$\overset{3}{A}\ \overset{2}{7}\ \overset{1}{F}\ \overset{0}{5}{}_{16} = Ax16^3 + 7x16^2 + Fx16^1 + 5x16^0 = 10x4096 + 7x256 + 15x16 + 5x1 = 42997_{10}$$

2. Получаем, что $A7F5_{16} = 42997_{10}$

Как представлено число 433 в восьмеричной системе счисления?

555

455

375

774

661

662

ОШИБКА!

Попробуй ещё раз

МОЛОДЕЦ!

Следующее задание

Как представлено число 433 в двоичной системе счисления?

10001011

110011010

110110001

11011000
1

10001001
0

11100010
1

ОШИБКА!

Попробуй ещё раз

МОЛОДЕЦ!

Следующее задание

Как представлено число 433 в шестнадцатеричной системе счисления?

1B1

1A1

AB1

9A1

D23

ABC

ОШИБКА!

Попробуй ещё раз

МОЛОДЕЦ!

Следующее задание

Даны два числа a=171_8 и b=$7B_{16}$.
Какое из чисел c,
записанных в двоичной системе счисления,
удовлетворяет неравенству a<c<b?

1110010

1111010

1001010

1111110

1111100

100001
0

ОШИБКА!

Попробуй ещё раз

МОЛОДЕЦ!

Следующее задание

Даны два числа a= $13D_{16}$ и b= 477_8 .
Какое из чисел c,
записанных в восьмеричной системе счисления, удовлетворяет неравенству a<c<b?

574

375

237

476

567

475

ОШИБКА!

Попробуй ещё раз

МОЛОДЕЦ!

Задания на дом

Даны два числа a= 11100001_2 **и b=** $E3_{16}$. **Какое из чисел c, записанных в восьмеричной системе счисления, удовлетворяет неравенству a<c<b?**

1) 341, 2)342, 3) 421, 4)512, 5) 432, 6) 714

Даны два числа a= 11100001_2 **и b=** $E3_{16}$. **Какое из чисел c, записанных в восьмеричной системе счисления, удовлетворяет неравенству a<c<b?**

1) 341, 2)342, 3) 421, 4)512, 5) 432, 6) 714