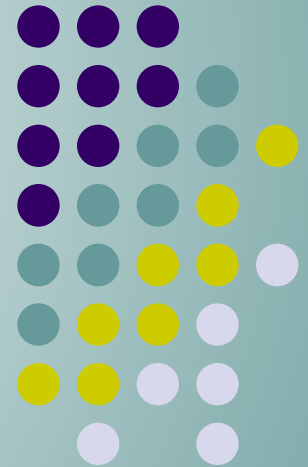


Системы счисления

Алгоритмы перевода чисел.
Двоичная, восьмеричная и
шестнадцатеричная системы
счисления.



Определение и виды СС



Система счисления — это способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков (цифр).

Существуют позиционные и непозиционные системы счисления.

В **непозиционных** системах вес цифры (т.е. тот вклад, который она вносит в значение числа) **не зависит от ее позиции** в записи числа. Так, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.

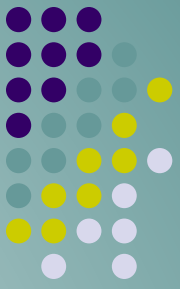
В **позиционных** системах счисления вес каждой цифры **изменяется в зависимости от ее положения** (позиции) в последовательности цифр, изображающих число. Например, в числе 757,7 первая семерка означает 7 сотен, вторая – 7 единиц, а третья – 7 десятых долей единицы.

Сама же запись числа 757,7 означает сокращенную запись выражения $700 + 50 + 7 + 0,7 = 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} = 757,7$.

Любая позиционная система счисления характеризуется своим **основанием**.

Основание позиционной системы счисления — это количество различных знаков или символов, используемых для изображения цифр в данной системе.

За основание системы можно принять любое натуральное число — два, три, четыре и т.д. Следовательно, **возможно бесчисленное множество позиционных систем**: двоичная, троичная, четверичная и т.д.



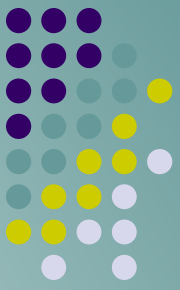
задачи

Она в 101 класс ходила.
В портфеле по 100 книг носила.
Все это правда, а не бред.
Когда пыля десятком ног,
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато стоногий,
Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И 10 загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И 10 темно-синих глаз
Оглядывали мир привычно.
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ.

**В саду 100 фруктовых деревьев —
14 яблонь и 42 груши. В какой
системе счисления посчитаны
деревья?**

«Загадочная автобиография». В бумагах одного чудака математика найдена была его автобиография. Она начиналась следующими удивительными словами: «Я окончил курс университета 44 лет от роду. Спустя год, 100-летним молодым человеком, я женился на 34-летней девушке. Незначительная разница в возрасте — всего 11 лет — способствовала тому, что мы жили общими интересами и мечтами. Спустя немного лет у меня была уже и маленькая семья из 10 детей. Жалованья я получал в месяц всего 200 рублей, из которых $\frac{1}{10}$ приходилось отдавать сестре, так что мы с детьми жили на 130 руб. в месяц» и т.д. Чем объяснить странные противоречия в числах этого отрывка?

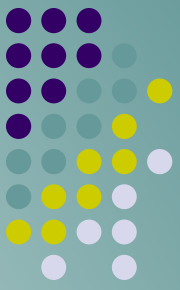
Какие системы счисления используют специалисты для общения с компьютером?



Кроме десятичной широко используются системы с основанием, являющимся *целой степенью числа 2, а именно:*

- **двоичная** (используются цифры 0, 1);
- **восьмеричная** (используются цифры 0, 1, ..., 7);
- **шестнадцатеричная** (для первых целых чисел от нуля до девяти используются цифры 0, 1, ..., 9, а для следующих чисел — от десяти до пятнадцати — в качестве цифр используются символы A, B, C, D, E, F).

Алгоритм перевода чисел из десятичной системы счисления в P -ичную



Целая и дробная части переводятся отдельно.

Для перевода целой части:

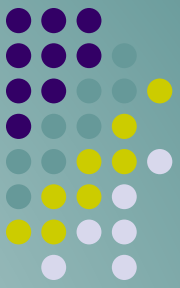
1. Целая часть делится на p .
2. Остаток от деления запоминается. Полученная часть снова делится на p .
3. Выполняем пункт 2 до тех пор, пока частное не станет равным 0.
4. Остатки от деления на p выписываются в порядке, обратном их получению.

Для перевода дробной части:

1. Дробная часть умножается на p , целая часть запоминается и отбрасывается.
2. Вновь полученная дробная часть снова умножается на p .
3. Действия 1 и 2 продолжаются до тех пор, пока дробная часть не станет равной нулю.
4. Целые части выписываются после запятой в порядке их получения.

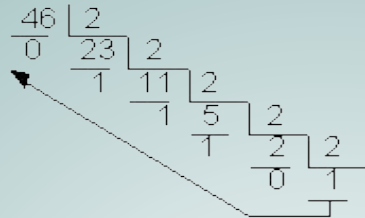

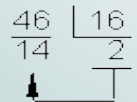
Результатом может быть конечная или бесконечная периодическая дробь.

Алгоритм перевода чисел из Р-ичной Системы Счисления в десятичную



- Пронумеровать разряды целой части справа налево, начиная с нулевого и дробной части, начиная с разряда сразу после запятой слева направо, начиная с -1.
- Вычислить сумму произведений соответствующих значений разрядов на основание СС в степени равной номеру разряда.

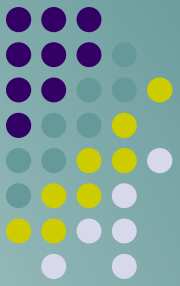
Перевод целых чисел

№ п./п	Перевод	№ п./п	Перевод
1	$10 \rightarrow 2$  Ответ: 101110_2	5	$2 \rightarrow 10$ $5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0$ $1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0_2 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 =$ $= 46_{10}$ Ответ: 46_{10}
		6	$2 \rightarrow 16$ $101110_2 = 10 \ 1110_2 = 2E_{16}$ Ответ: $2E_{16}$
		7	$8 \rightarrow 2$ $56_8 = 101 \ 110_2$ Ответ: 101110_2
2	$10 \rightarrow 8$  Ответ: 56_8	8	$8 \rightarrow 10$ $5 \ 6_8 = 5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 40 + 6 =$ $= 46_{10}$ Ответ: 46_{10}
		9	$8 \rightarrow 16$ $5 \ 6_8 = 101 \ 110_2 = 10 \ 1110_2 =$ $= 2E_{16}$ Ответ: $2E_{16}$
3	$10 \rightarrow 16$  Ответ: $2E_{16}$	10	$16 \rightarrow 2$ $2E_{16} = 0010 \ 1110_2 = 101110_2$ Ответ: 101110_2
		11	$16 \rightarrow 8$ $2E_{16} = 10 \ 1110_2 = 101 \ 110_2 =$ $= 56_8$ Ответ: 56_8
4	$2 \rightarrow 8$ $101110_2 = \underbrace{101}_5 \ \underbrace{110}_6_2 = 56_8$ Ответ: 56_8	12	$16 \rightarrow 10$ $2 \ E_{16} = 2 \cdot 16^1 + E \cdot 16^0 =$ $= 32 + 14 = 46_{10}$ Ответ: 46_{10}

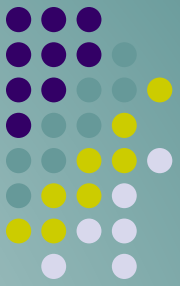


Соответствие СС2, СС8, СС16

СС10	СС2 (16)	СС2 (8)	СС16
0	0000	000	0
1	0001	001	1
2	0010	010	2
3	0011	011	3
4	0100	100	4
5	0101	101	5
6	0110	110	6
7	0111	111	7
8	1000		8
9	1001		9
10	1010		A
11	1011		B
12	1100		C
13	1101		D
14	1110		E
15	1111		F



Перевод дробной части действительных чисел из десятичной СС



в двоичную

0,	35
	2
0	70
	2
1	40
	2
0	80
	2
1	60
	2
1	20

в восьмеричную

0,	35
	8
2	80
	8
6	40
	8
3	20

в шестнадцатеричную

0,	35
	16
5	60
	16
9	60

Перевод действительных чисел в десятичную СС



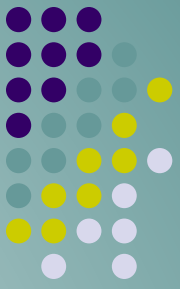
Разряды 3 2 1 0 -1
Число 1 0 1 1, 1₂ = 1*2³ + 0*2² + 1*2¹ + 1*2⁰ + 1*2⁻¹;

Разряды 2 1 0 -1 -2
Число 2 7 6, 5 2₈ = 2*8² + 7*8¹ + 6*8⁰ + 5*8⁻¹ + 2*8⁻²;

Разряды 3 2 1 0 -1
Число 1 0 1 1, 1₂ = 1*2³ + 1*2¹ + 1*2⁰ + 1*2⁻¹ = 11,5₁₀.

Разряды 2 1 0 -1
Число 2 7 6, 5₈ = 2*8² + 7*8¹ + 6*8⁰ + 5*8⁻¹ = 190,625₁₀.

Разряды 2 1 0
Число 1 F 3₁₆ = 1*16² + 15*16¹ + 3*16⁰ = 499₁₀.



Осуществить перевод

- $380,1875_{10} \longrightarrow \text{CC2}$
- $115,94_{10} \longrightarrow \text{CC2}$
- $1000011111,0101_2 \longrightarrow \text{CC10}$
- $15\text{FC}_{16} \longrightarrow \text{CC10}$
- $1216,04_8 \longrightarrow \text{CC10}$
- $29\text{A},5_{16} \longrightarrow \text{CC10}$
- $1235,04_8 \longrightarrow \text{CC5}$
- $13\text{B},1_{16} \longrightarrow \text{CC4 (1 вариант)}$
- $2\text{C4},\text{A}_{16} \longrightarrow \text{CC6 (2 вариант)}$



Арифметические операции

Правила выполнения этих операций в десятичной системе хорошо известны — это *сложение, вычитание, умножение столбиком и деление углом*. Эти правила применимы и ко всем другим позиционным системам счисления. Только *таблицами сложения и умножения надо пользоваться особыми для каждой системы*.

+	0	1
0	0	1
1	1	10

∗	0	1
0	0	0
1	0	1

Двоичная арифметика

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 1111 \\
 \hline
 0110 \\
 10101
 \end{array}$$

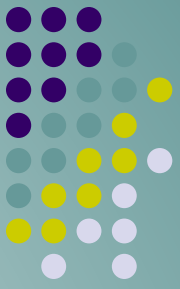
$1+0=1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$
 $1+1=2=2+0$

$$\begin{array}{r}
 11001001,01 \\
 - 00111011,11 \\
 \hline
 10001101,10
 \end{array}$$

1 1 1 Заем
 $1-0=1$ $0-0=0$ $1-1=0$ $1-1=0$
 $0-0=0$ $1-1=0$ $2-1=1$ $1-1=0$
 $1-1=0$ $2-1=1$ $1-1=0$ $1-0=1$
 $2-1=1$ $1-0=1$

$$\begin{array}{r}
 1110011 \\
 \times 110011 \\
 \hline
 1110011 \\
 1110011 \\
 1110011 \\
 \hline
 1011011101001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 100011 \mid 1110 \\
 - 1110 \mid 10,1 \\
 \hline
 1110 \\
 - 1110 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$



Домашнее задание

Осуществить перевод

- $75,31_{10} \longrightarrow$ СС2 (5 знаков после «,»)
- $75,31_{10} \longrightarrow$ СС8 (4 знака после «,»)
- $75,31_{10} \longrightarrow$ СС16 (2 знака после «,»)
- $101,11_2 \longrightarrow$ СС5

Выполнить в двоичной СС

$10101011+1011101$	$1100001-11101$
$110001*1101$	$10100100:100$
$1010111:11$	$100011:1110$

Восьмеричная арифметика



Выполнить в восьмеричной СС

Сложение

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Умножение

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

1 вариант

1. $572013+156365$
2. $121376+163415$
3. $13562-7674$
4. $63512-42617$
5. $5120*141$
6. $7125*436$
7. Составить таблицы сложения и умножения для

СС3

2 вариант

1. $362023+452365$
2. $212707+534177$
3. $13542-6544$
4. $53512-42737$
5. $4125*106$
6. $3125*526$

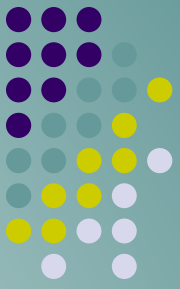
СС4

Домашнее задание

1. Вычислить в $СС_8$. Сделать проверку.

1) $223,2+427,54$; 2) $1510,2-1230,54$; 3) $1170,64*46,3$

2. Осуществить перевод. $1235,04_8 \longrightarrow СС5$



Шестнадцатеричная арифметика

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Выполнить в CC_{16} . Сделайте
проверку

1. $456BD + 3956EF$
2. $693BEC25 - 2CEF21$
3. $5CA21 * A2$
4. $BC36E2 + 59CB2E$
5. $5BD783 - ACD2$
6. $48DE51 * 25$

Домашнее задание

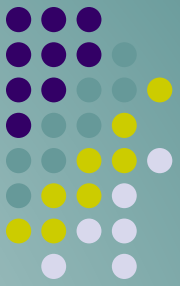
1. Вычислить в CC_{16} . Сделайте проверку.
1) $3B3,6 + 38B,4$; 2) $27D, D8 - 191,2$;
3) $61, A * 40, D$
2. Осуществить перевод.
 $15FC_{16} \longrightarrow CC13$

Умножение в SS_{16}



*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Самостоятельная работа



1 вариант	2 вариант
Вычислить с проверкой	
• $1510,2_8 - 1230,54_8$	• $27D, D8_{16} - 191,2_{16}$
• $512_8 * 14_8$	• $412_8 * 16_8$
• $712,5_8 * 46,3_8$	• $312,5_8 * 52,6_8$
• $B CD21_{16} * 3A_{16}$	• $32145_8 + 1234_8$
Осуществить перевод	
$13B, 1_{16} \longrightarrow CC_4$	$2C4, A_{16} \longrightarrow CC_6$