



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С-2

МЕТОДОМ ОБЪЕМОВ

Составила : учитель математики Воробьева Г.В.

МБОУСОШ № 150 г. Красноярск.

Данный метод применим для задач :

- нахождение расстояния между двумя скрещивающимися прямыми.
- нахождение расстояния от точки до плоскости.

Алгоритм метода объемов.

- построить пирамиду, в которой высота, опущенная из вершины этой пирамиды на плоскость основания, является искомым расстоянием между двумя скрещивающимися прямыми;
- доказать, что эта высота и есть искомое расстояние;
- найти объём этой пирамиды двумя способами;
- и выразить эту высоту;



При решении задач данного типа используется следующие утверждение:

1. Если объем пирамиды ABCD равен V, то расстояние от точки D до плоскости α , содержащей треугольник ABC, вычисляется по формуле

$$d = \frac{3V_{ABCD}}{S_{ABC}} = \frac{6V_{ABCD}}{AB \cdot BC \cdot \sin ABC}$$



2. Расстояние м/у скрещивающимися прямыми ,
содержащими отрезки

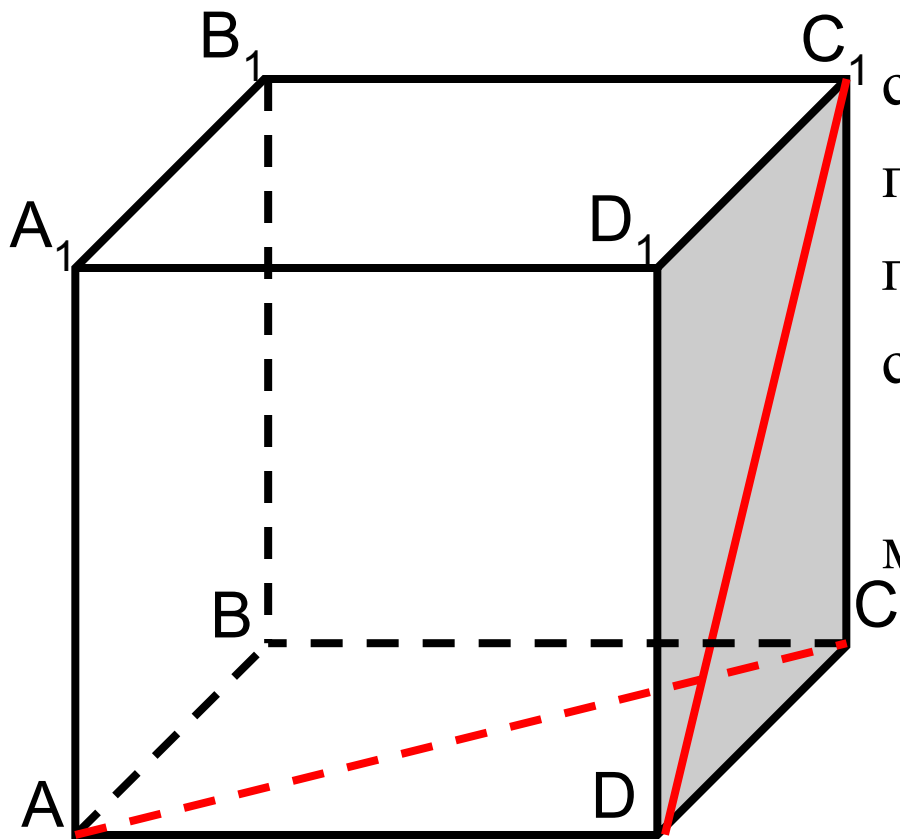
AB и CD соответственно , можно вычислить по
формуле

Где α угол м/у прямыми AB и CD,

$$\frac{6V}{AB \cdot CD \cdot \sin \alpha}$$

V- объем тетраэдра ABCD





Пусть AC и DC_1 –
скрещивающиеся прямые,
принадлежащие смежным
граням $ABCD$ и DD_1C_1C
соответственно.

Найдём расстояние
между ними.



Дополнительное построение:

AB_1 , CB_1 и DB_1 .

Но $(DD_1C_1) \parallel (AA_1B_1)$, т.к. дан куб

$DC_1 \in (DD_1C_1)$

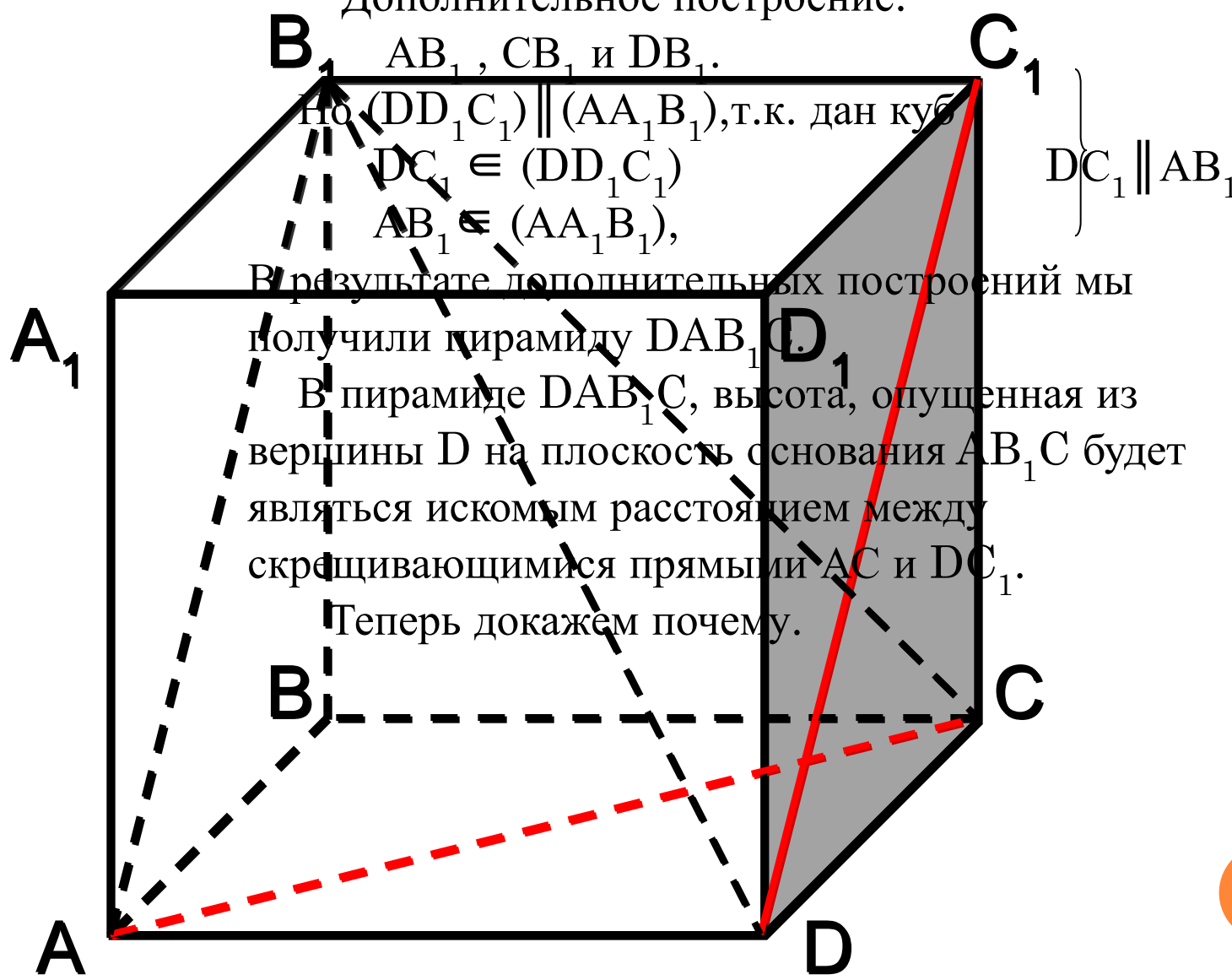
$AB_1 \in (AA_1B_1)$,

$DC_1 \parallel AB_1$

В результате дополнительных построений мы получили пирамиду DAB_1C .

В пирамиде DAB_1C , высота, опущенная из вершины D на плоскость основания AB_1C будет являться искомым расстоянием между скрещивающимися прямыми AC и DC_1 .

Теперь докажем почему.



Высота, опущенная из вершины D на плоскость основания AB_1C , перпендикулярна плоскости этого основания. Значит, она перпендикулярна любой прямой принадлежащей этой плоскости (по определению).

Но $AC \in (AB_1C)$
 $AB_1 \in (AB_1C)$ } $h \perp AB_1$
 $h \perp (AB_1C)$ } $h \perp AC$
 Но, с другой стороны $AB_1 \parallel DC_1$ }
 $AB_1 \perp h$ }

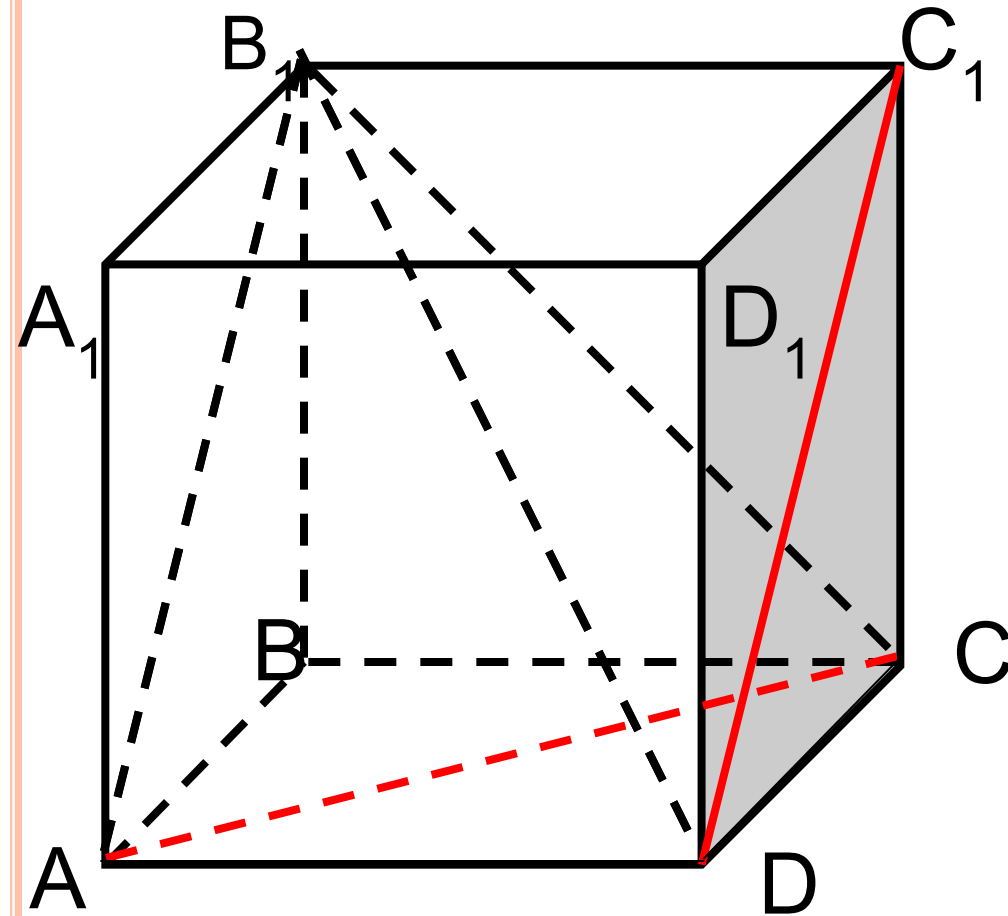
Значит, $h \perp DC_1$.

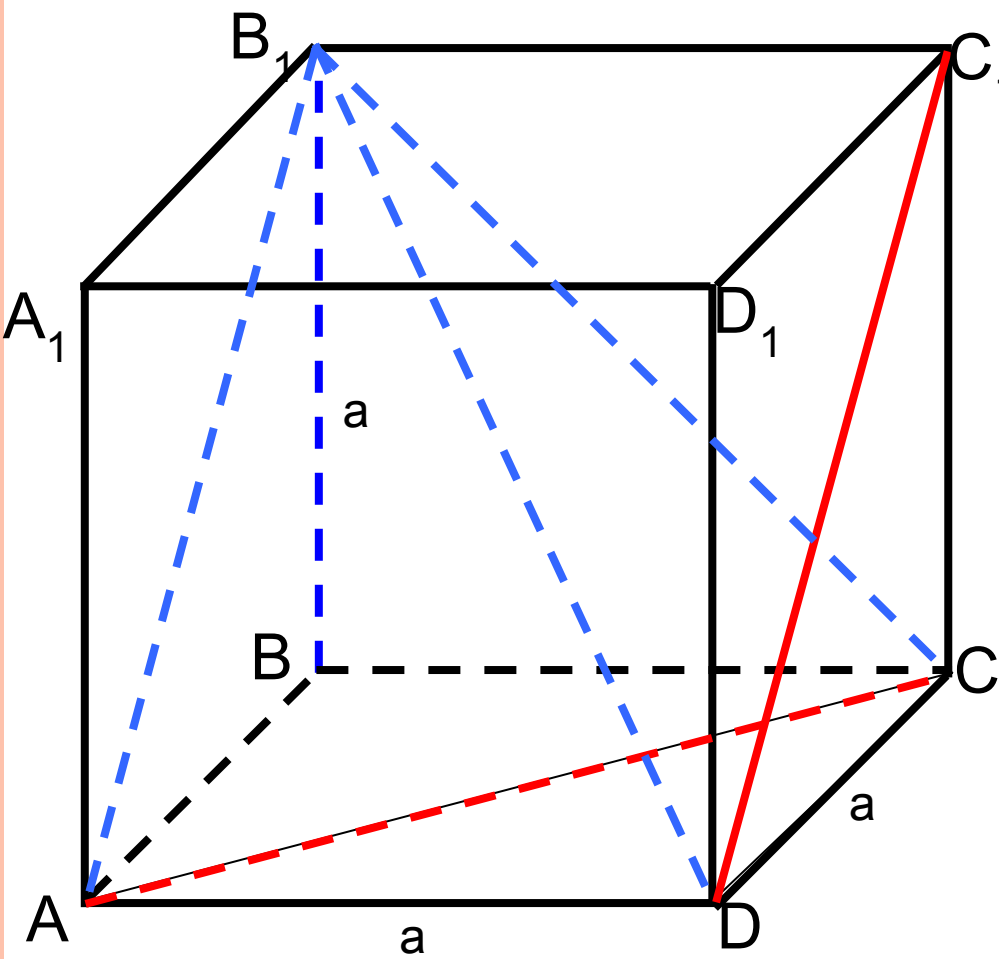
Имеем: $h \perp DC_1$
 $h \perp AC$

Следовательно, h – общий перпендикуляр для скрещивающихся прямых AC и DC_1 .

Что и требовалось доказать.

Найдём эту высоту.





Рассмотрим пирамиду B_1ACD :

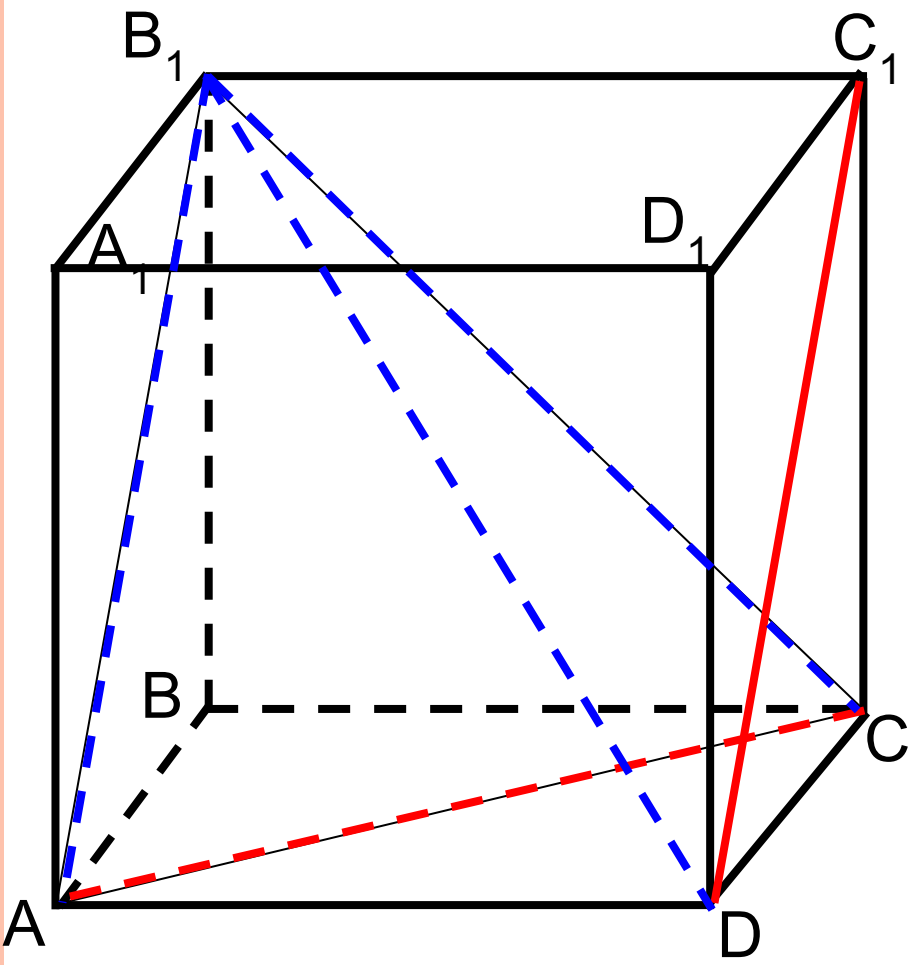
$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{ACD}.$$

$$h = B_1B = a$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot a^2$$

$$\text{Вывод: } V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^3$$





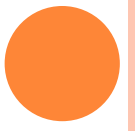
Рассмотрим эту же пирамиду, но уже с вершиной в точке D:

$$V_2 = \frac{1}{3}d \cdot S_{AB_1C}$$

$$S_{AB_1C} = \frac{1}{2} AB_1 \cdot B_1C \sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$V_2 = \frac{1}{3}d \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

Учитывая, что $V_1 = V_2$,
 получим $d = \frac{a}{\sqrt{3}}$ искомое расстояние.



2. Расстояние м/у скрещивающимися прямыми ,
содержащими отрезки

АВ и С D соответственно , можно вычислить по
формуле

$$\frac{6V}{AB \cdot CD \cdot \sin \alpha}$$

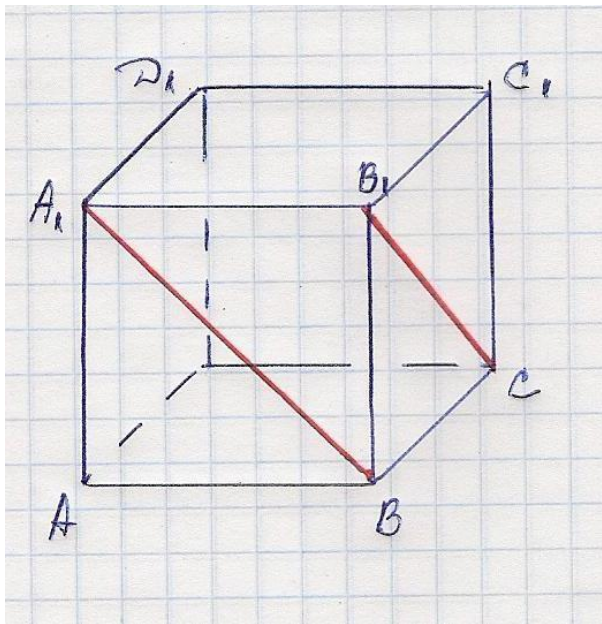
Где α угол м/у прямыми АВ и С D,

V- объем тетраэдра ABCD



Задача № 1

Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 1. Найти расстояние между скрещивающимися диагоналями двух соседних граней куба



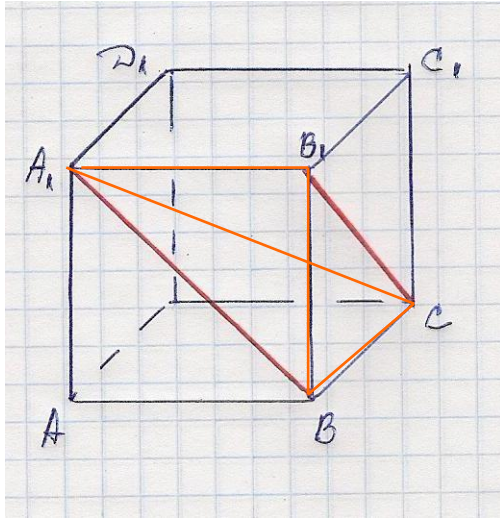
РЕШЕНИЕ: Рассмотрим как соседние диагонали куба
Скрещивающиеся прямые $A_1 B$ и $B_1 C$.
Найдем расстояние между ними по формуле

$$\frac{6V_{CBB_1A_1}}{BA_1 \cdot CB_1 \cdot \sin \alpha}, \text{ где } V_{CBB_1A_1} \text{ объем тетраэдра}$$

α – угол м/у прямыми $A_1 B$ и $B_1 C$. Для вычисления угла заменим прямую $B_1 C$ прямой $A_1 D$ и найдем его из треугольника $A_1 DB$, т.к. треугольник равносторонний угол 60° . Тогда

$$d = \frac{6V}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 60}$$



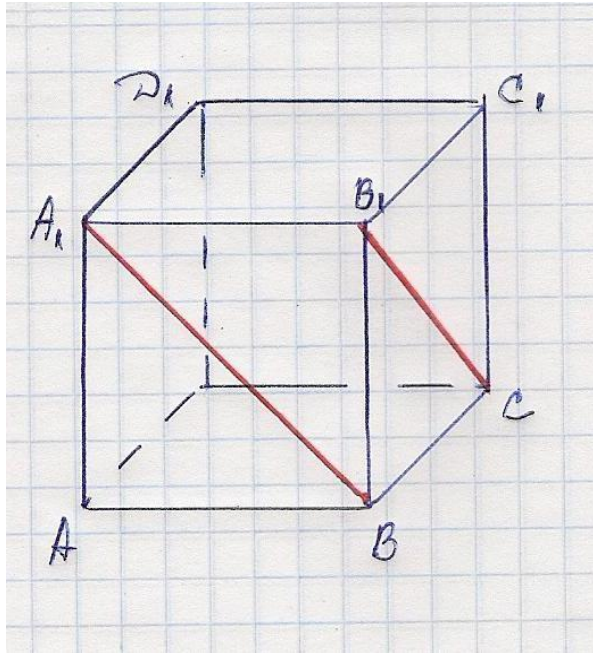


$$d = \frac{6V}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 60}$$

$$\frac{1}{3} S_{\Delta BB_1C} \cdot A_1B_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$

$$d = \frac{6 \cdot \frac{1}{6}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{3} S_{\Delta BB_1C} \cdot A_1B_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$$



□ способ 2(метод координат)

□ искомое расстояние –это расстояние от точки C до плоскости (A₁DB)

□ вычисляется $d =$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

□ пусть уравнение плоскости (A₁DB),

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

□ введем систему координат с центром в точке D(0,0,0) тогда

□ A₁(1,0,1), B(1,1,0) D(0,0,0)

□ т.к. точка D принадлежит плоскости

□ (A₁DB), то D = 0

□ A₁ принадлежит плоскости (A₁DB), то A+C = 0, C = -A

□ B принадлежит плоскости (A₁DB),

то A+B = 0, B = -A

□ Значит Ax -Ay -Az = 0 , x-y -z = 0

□ C(0,1,0) тогда

□ Ответ :

$$d = \frac{|0 - 1 - 0|}{\sqrt{1 + 1 + 1}}$$



Для решения задач методом объемов используют опорные задачи:

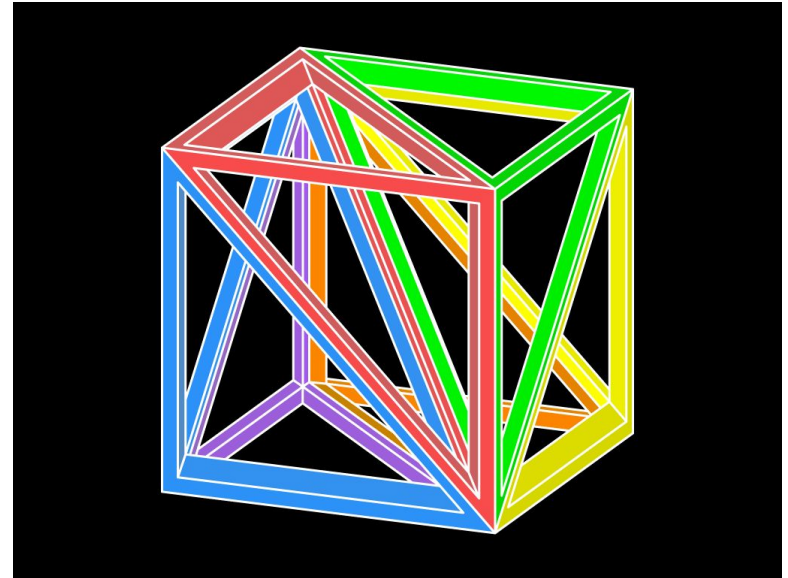
1. Если вершины $ABDA_1$ параллелепипеда $ABCSA_1B_1C_1D_1$ являются вершинами тетраэдра, то имеет место равенство

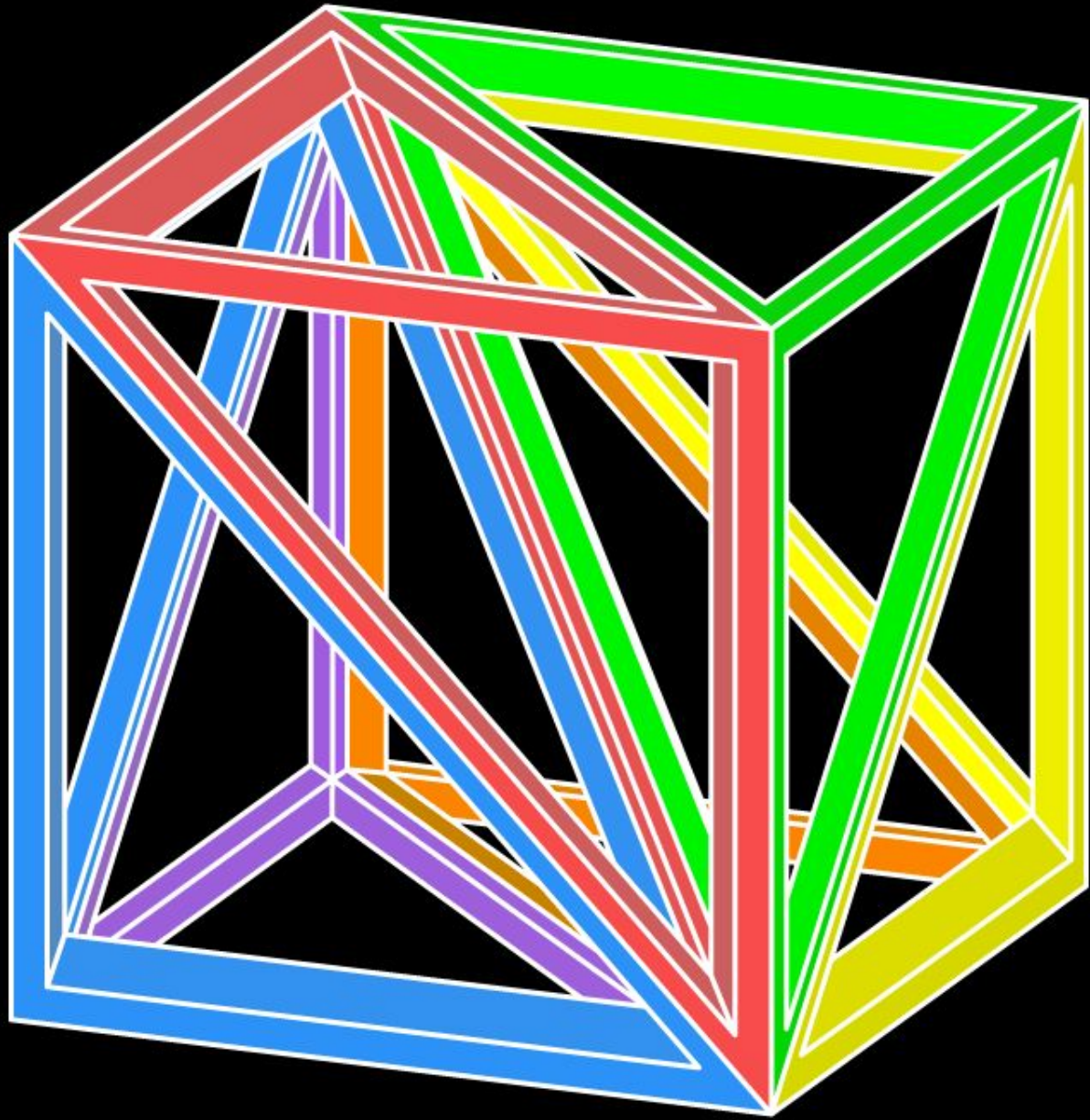
$V_{ABCA_1} = 1/6 V_{ABCSA_1B_1C_1D_1}$

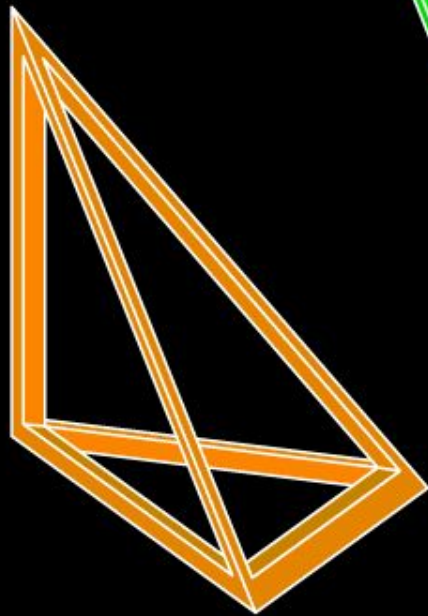
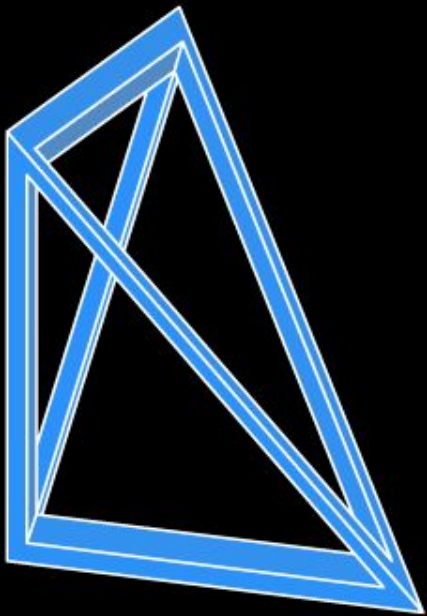
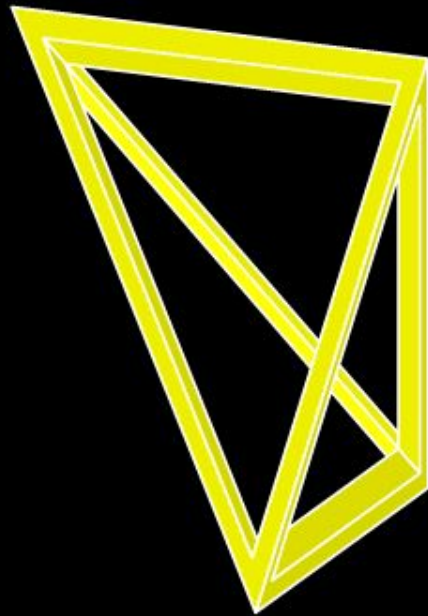
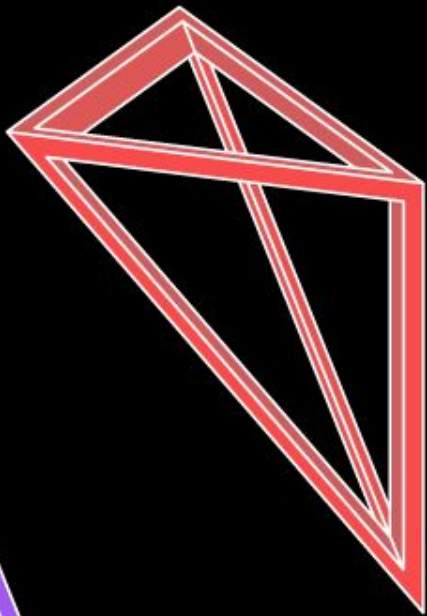
2. Пусть p и g – площади двух граней тетраэдра, a – длина общего ребра,

α – величина двугранного угла между этими гранями. Тогда объем тетраэдра может быть вычислен по формуле

$$V = \frac{2pgs \sin \alpha}{3a}$$



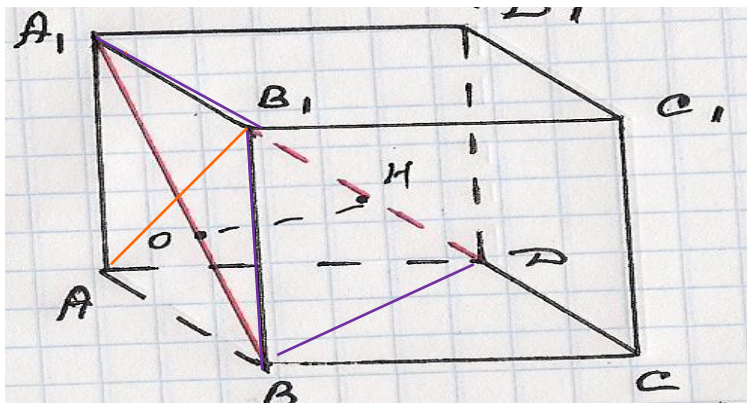




Задача № 2

РЕБРО КУБА $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ РАВНО 1. НАЙТИ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИ ПРЯМЫМИ BA_1 И $B_1 D$.

(2 СПОСОБА)



Способ №1: метод объемов

Найдем расстояние м/у прямыми BA_1 и $B_1 D$.

По формуле

$$\frac{6 \cdot V_{BA_1 B_1 D}}{BA_1 \cdot B_1 D \cdot \sin \alpha}$$

Объем пирамиды $1/6$, угол м/у прямыми 90° .

$$\text{Тогда } BA_1 = \sqrt{2}, \quad B_1 D = \sqrt{3}$$

$$d = \frac{6 \cdot \frac{1}{6}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 1} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$



Синусов 2

$B_1D \in (AB_1D)$ $A_1B \perp AB$ т.к. грав. кв. \Rightarrow
 $AD \perp (A_1AB)$

$AD \perp A_1B \Rightarrow A_1B \perp (AB_1D)$

Пусть OH - рас-е ш/у плоскостями
 $\angle OH \perp B_1D$ $OH \in (AB_1D)$
значит $OH \perp A_1B$ т.е. OH - искомым перпендикуляром.

Вынесем $\triangle AB_1D$



$AB_1 = \sqrt{2}$ $OB_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
Найдем $\angle B_1$ по т. кос
 $\cos B_1 = \frac{2+3-1}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

А рас-ем $\triangle OB_1H$ $\cos B_1 = \frac{B_1H}{OB_1}$

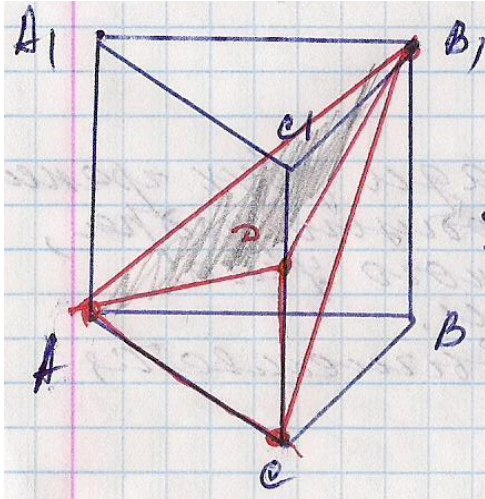
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{B_1H}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow B_1H = OB_1 \cdot \cos B_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$OH = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

Задача №3 (ЕГЭ-2012 г.)

В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 2, боковые ребра 3, точка D - середина ребра CC_1 . Найти расстояние от вершины C до плоскости (ADB_1) . (два способа решения)

$$V = \frac{2pg \sin \alpha}{3a}$$



Расстоянием от точки C до плоскости будет высота пирамиды т.е. перпендикуляр на плоскость (ADB_1) . Найдем V пирамиды.

Пусть $S_{\triangle ADC} = \rho, S_{\triangle B_1 DC} = g$

Вычислим площади треугольников по 1,5.

Угол 60 градусов т.к. в основании правильный треугольник. Тогда объем равен

$$V = \frac{2 \cdot 1.5 \cdot 1.5 \cdot \sin 60}{3 \cdot 1.5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

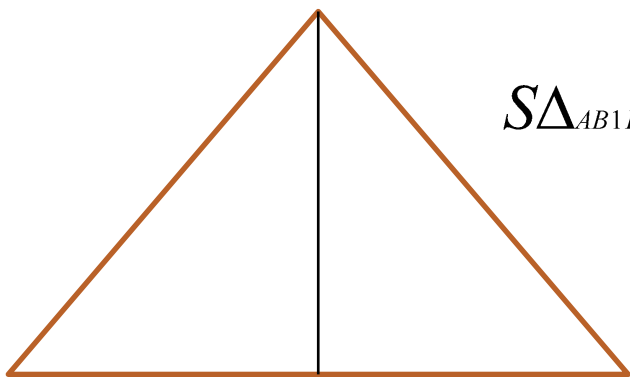
С другой стороны $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot H$



Найдем площадь основания – площадь треугольника ADB_1

□ Треугольник ADB_1 равнобедренный. Сторона $AD=DB_1$

□



$$S_{\Delta_{AB_1D}} = \frac{1}{2} AB_1 \cdot h = \frac{1}{2} \sqrt{13} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{39}}{2}$$

$$h = \frac{3 \cdot V}{S_{\text{осн.}}} = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{39}}{2}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{39}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{39}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

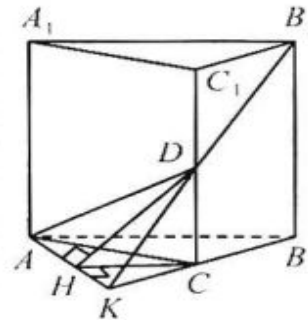


В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 2, боковые рёбра равны 3, точка D — середина ребра CC_1 . Найдите расстояние от вершины C до плоскости ADB_1 .

Решение.

Прямая B_1D пересекает прямую BC в точке K . Плоскости ABC и ADB_1 пересекаются по прямой AK .

Из точки D опустим перпендикуляр DH на прямую AK , тогда отрезок CH (проекция DH) перпендикулярен прямой AK . Прямая AK перпендикулярна плоскости CDH , следовательно, плоскости ADB_1 и CDH перпендикулярны. Высота CM треугольника CDH перпендикулярна плоскости



ADB_1 , следовательно, CM — расстояние от точки C до плоскости ADB_1 .

Точка D — середина ребра CC_1 , поэтому $CD = DC_1 = \frac{3}{2}$.

Из равенства треугольников B_1C_1D и KCD получаем:

$$CK = B_1C_1 = 2.$$

В равнобедренном треугольнике ACK угол C равен 120° , $AC = CK = 2$ высота CH является биссектрисой, откуда

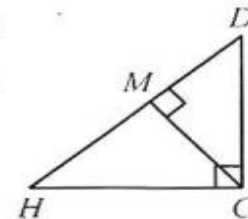
$$CH = AC \cdot \cos 60^\circ = 1.$$

В прямоугольном треугольнике CDH с прямым углом C : $CD = \frac{3}{2}$; $CH = 1$; $DH = \sqrt{CD^2 + CH^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$,

откуда высота

$$CM = \frac{CD \cdot CH}{DH} = \frac{3\sqrt{13}}{13}.$$

Ответ: $\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

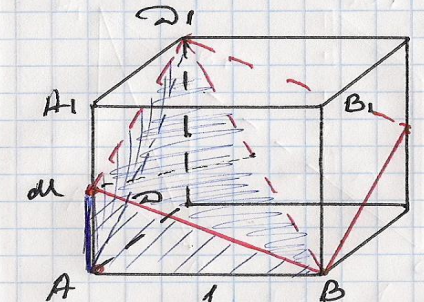


Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2



Задача №4 (ЕГЭ-2012 г.)

В правильной четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 1, а боковое ребро равно 2. Точка M - середина ребра AA_1 . Найти расстояние от точка A до плоскости $(B M D_1)$.



Пусть $p = S_{\Delta A M D_1}$
 $q = S_{\Delta A M B}$
 $\angle A M B = 90^\circ$ так как M - середина ребра AA_1
 тогда $\angle A M D_1 = 90^\circ$
 $V = \frac{2 p \cdot q \cdot \sin \alpha}{3 a}$, $\alpha = 90^\circ$
 $S_{\Delta A M D_1} = 0,5$; $S_{\Delta A M B} = 0,5$
 $V = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
 $V_{A M B D_1} = \frac{1}{3} S_{\Delta M D_1 B} \cdot H$
 $S_{\Delta M D_1 B} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $M D_1 = \sqrt{2}$, $M B = \sqrt{2}$, $\Delta M B_1 D_1$ - равнобедренный
 $D_1 B = \sqrt{1+1+4} = \sqrt{6}$ - гипотенуза
 $H_{\Delta M B_1 D_1} = \sqrt{M D_1^2 - \left(\frac{D_1 B}{2}\right)^2} =$
 $= \sqrt{2 - 1,5} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $H = V : \left(\frac{1}{3} S_{\Delta M D_1 B}\right)$
 $H = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
 Ответ: искоме. расе - е

$$V = \frac{2 p q \sin \alpha}{3 a}$$



Задача №5

В правильной шестиугольной призме $A - F_1$ все ребра которой равны 1.
Найти расстояние между прямыми AB_1 и BC_1

Решение.

Искомое рас-е $d = \frac{6V}{AB_1 \cdot BC_1 \cdot \sin \alpha}$

Найдем $\sin \alpha$ и/у прямыми. Выполним экз. построение плоскости α (AA₁B₁B) и построим $BM \parallel AC_1$

Найдем $\cos \alpha$ из $\triangle C_1BM$. $\triangle C_1BM$ - равноб. $C_1B = BM = \sqrt{2}$, $C_1M = 1$

$$\cos \alpha = \frac{BM^2 + BC_1^2 - C_1M^2}{2 \cdot BM \cdot BC_1} = \frac{2 + 2 - 1}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{4}$$

тогда $\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

Рас-е от C_1 до AB_1 $= \frac{\sqrt{3}}{2} = C_1H$
значит это высота пирамиды с основанием AB_1B и вер. C_1

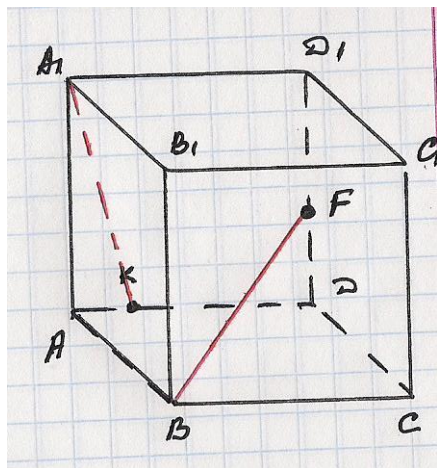
$$V_{\text{пир } AB_1B, C_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

Найдем рас-е d и/у прямыми

$$d = \frac{6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{12}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

С-2 в ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ точка **F**- СЕРЕДИНА **DD₁** , точка **K**- ЛЕЖИТ НА РЕБРЕ **AD** ТАК, ЧТО **AK:KD=1:3**.

НАЙТИ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ BF и A₁K, ЕСЛИ AB= 3,AD = 4, AA₁ =2



РЕШЕНИЕ:

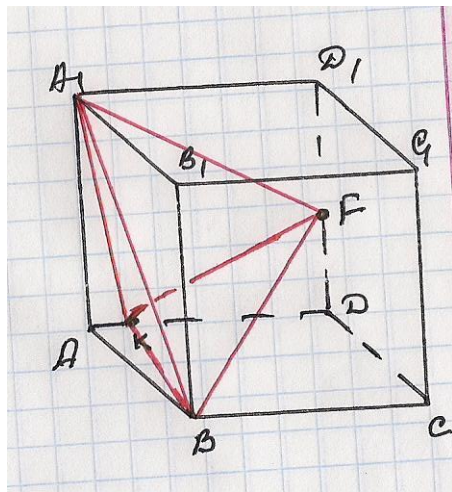
найдем расстояние м/у прямыми BF и A₁ K по формуле

$$d = \frac{6V}{A_1K \cdot BF \cdot \sin \alpha}$$

Найдем объем пирамиды построенной на прямых BF и A₁K .

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{KA_1F} \cdot AB$$

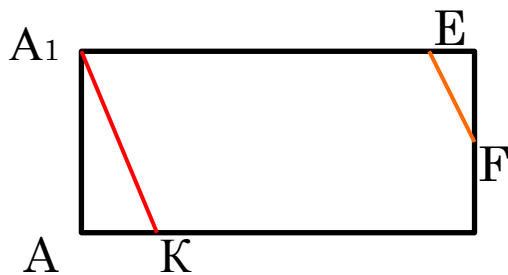




- Найдем площадь треугольника KA_1F .
- $8 - 1 - 1,5 - 2 = 3,5$ тогда объем $V = 1/3 \cdot 3,5 \cdot 3 = 3,5$
- Найдем угол м/у прямыми: для этого прямую KA_1 заменим параллельной прямой FE . рассмотрим треугольник BEF

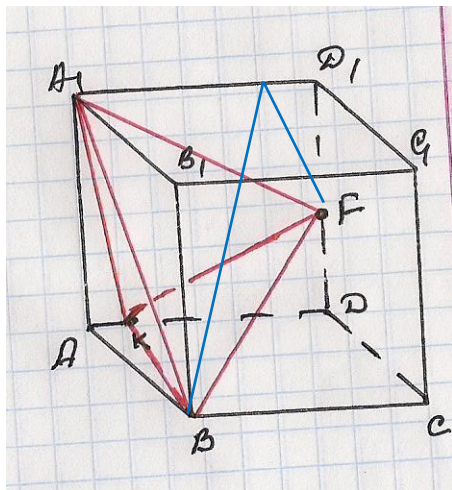
$$KA_1 = \sqrt{5} \quad BF = \sqrt{26} \quad BE = \sqrt{2^2 + 3^2 + 3,5^2} = \sqrt{25,25}$$

$$FE = \frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ найдем косинус угла } BFE$$



$$\cos \alpha = \frac{1,25 + 26 - 25,25}{2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{26}} = \frac{2}{\sqrt{130}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{130}} = \sqrt{\frac{126}{130}} = \frac{3\sqrt{14}}{\sqrt{130}}$$



Тогда расстояние

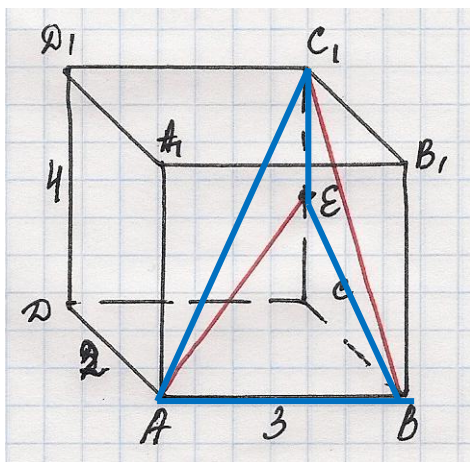
$$d = \frac{6 \cdot 3,5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{26} \cdot \frac{3\sqrt{14}}{\sqrt{130}}} = \frac{21}{3 \cdot \sqrt{14}} = \frac{7}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$



2014 В-10 Лысенко

С-2 В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ ТОЧКА Е – СЕРЕДИНА РЕБРА СС₁.

НАЙТИ РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ АЕ И ВС₁, ЕСЛИ АВ=3, АД=2, СС₁= 4.



□ РЕШЕНИЕ:

Найдем расстояние м/у данными прямыми по формуле

$$d = \frac{6V}{AE \cdot BC_1 \cdot \sin \alpha}$$

Найдем объем пирамиды построенной на данных прямых

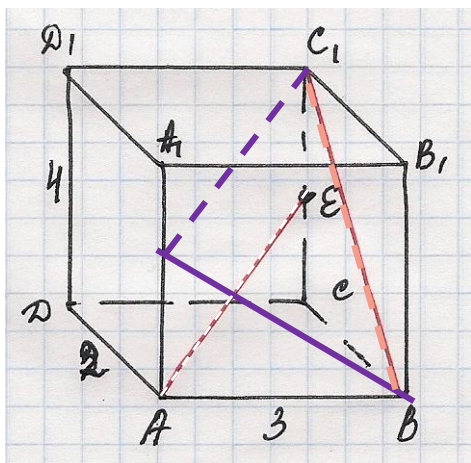
$$V = \frac{1}{3} S_{\Delta C_1BE} \cdot H, \text{ где } H = AB = 3, \text{ тогда } V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 = 2$$

$$S_{\Delta C_1BE} = \left(\frac{1}{2} CC_1 \cdot BC\right) : 2 = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot 2 = 2$$

Найдем длины прямых АЕ и ВС₁,

$$AE = \sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{17} \text{ и } BC_1 = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$





- Для нахождения синуса угла перенесем АЕ на параллельную ей прямую А₂С₁.
- Рассмотрим треугольник А₂С₁В:

$$A_2C_1 = AE = \sqrt{17}, \quad A_2B = \sqrt{13}, \quad BC_1 = \sqrt{20}$$

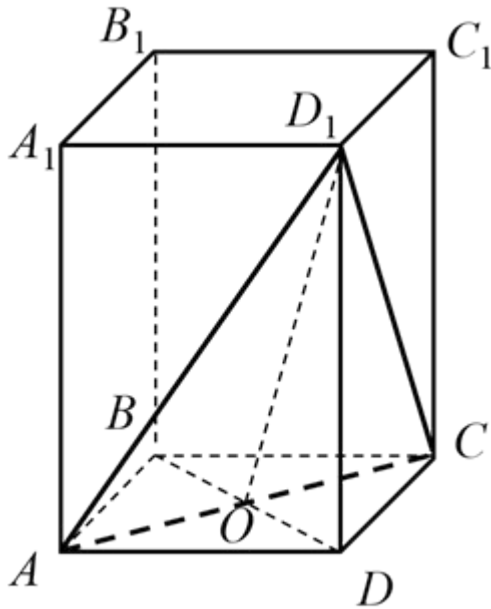
$$\cos \alpha = \frac{17 + 20 - 13}{2 \cdot \sqrt{17} \cdot \sqrt{20}} = \frac{24}{2 \cdot 2\sqrt{85}} = \frac{6}{\sqrt{85}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{36}{85}} = \sqrt{\frac{49}{85}} = \frac{7}{\sqrt{85}}$$

$$d = \frac{6 \cdot 2}{\sqrt{17} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{7}{\sqrt{85}}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$



Задача. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со сторонами $AB=2$, $BC=4$, $AA_1=6$. Найдите расстояние от точки D до плоскости ACD_1 .



Прямоугольный параллелепипед — параллелепипед, все грани которого являются прямоугольниками.

$AB=CD=2$, $BC=AD=4$, $AA_1=6$.

Искомым расстоянием будет высота h пирамиды $ACD_1 D$, опущенной из вершины D на основание ACD_1 (см. Рис.3).

Вычислим объем пирамиды $ACD_1 D$ двумя способами.

Вычисляя, первым способом за основание примем ΔACD_1 , тогда

$$V_{ACD_1 D} = \frac{1}{3} S_{ACD_1} \cdot h$$

Вычисляя, вторым способом за основание примем

ΔACD , тогда $V_{ACD_1 D} = \frac{1}{3} S_{ACD} \cdot DD_1$

Приравняем правые части последних двух равенств, получим

$$h = \frac{S_{ACD} \cdot DD_1}{S_{ACD_1}}$$



Из прямоугольных треугольников ACD , ADD_1 , CDD_1 найдем гипотенузы, используя теорему Пифагора

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AD_1 = \sqrt{AD^2 + DD_1^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$CD_1 = \sqrt{CD^2 + DD_1^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

Вычислим площадь треугольника ACD :

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$$

Вычислим площадь треугольника ACD_1 , используя формулу Герона

$$p = p_{ACD_1} = \frac{1}{2}(AC + AD_1 + CD_1) = \sqrt{5} + \sqrt{13} + \sqrt{10}$$

$$\begin{aligned} S_{ACD_1} &= p(p - AC)(p - AD_1)(p - CD_1) = \\ &= (\sqrt{5} + \sqrt{13} + \sqrt{10})(\sqrt{13} + \sqrt{10} - \sqrt{5})(\sqrt{5} + \sqrt{10} - \sqrt{13})(\sqrt{5} + \sqrt{13} - \sqrt{10}) = \\ &= (2\sqrt{130} - 18)(2\sqrt{130} + 18) = 14 \end{aligned}$$

$$h = \frac{S_{ACD} \cdot DD_1}{S_{ACD_1}} = \frac{4 \cdot 6}{14} = \frac{12}{7}$$

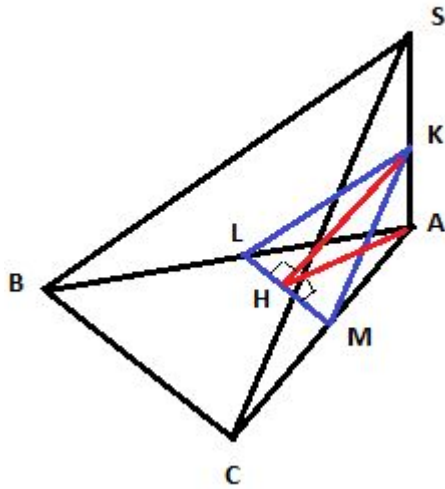


Задача.

Ребро SA пирамиды SABC перпендикулярно плоскости основания ABC.

А) Постройте прямую пересечения плоскости, проходящей через середины ребер АВ, АС и SA, и плоскости, проходящей через середину ребра ВС и перпендикулярной ему.

Б) Найдите расстояние от вершины А до этой плоскости, если $SA = \xi\sqrt{5}$, $AB = AC = 5$, $BC = 2\xi\sqrt{5}$



Решение: метод объемов.

Решение: Пусть $AA_1 = d$ - расстояние от т. А до плоскости KLM;

В пирамиде KALM, $AK = \frac{\xi\sqrt{5}}{2}$, $AM = AL = \frac{5}{2}$, $LM = \xi\sqrt{5}$.

$KM = \frac{\xi\sqrt{30}}{2}$, $KH = \frac{5}{2}$, $AH = \xi\sqrt{5}$;

$$VKALM = \frac{1}{3}S_{ALM} * AK = \frac{1}{3}S_{KLM} * AA_1; \quad AA_1 = \frac{AH * AK}{KH} = 1$$

Ответ: 1

Другое решение: 2) координатный метод.

Найдем координаты точек А, L, М, К (см. Рис.13).



