Программирование метода статистических испытаний

Описание метода

Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) – численный метод, использующий моделирование случайных величин и получение статистических оценок искомых величин.

Немного истории

Первые упоминания о случайных величинах относятся ко времени древнего Вавилона. У Демокрита, Лукреция Кара и других античных ученых и мыслителей встречаются идеи о строении материи с беспорядочным движением мелких частиц (молекул).

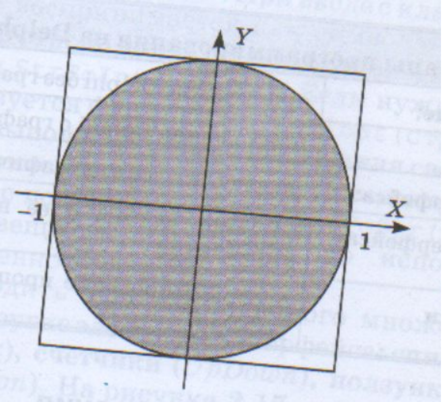
Годом рождения метода Монте-Карло считается 1949 год, когда в свет выходит статья Н. Метрополиса и С. Улама "Метод Монте-Карло". В Лос-Аламосе, работая над задачей переноса нейтронов через вещество или осознали, что связь с стохастических процессов с дифференциальными уравнениями можно использовать "в обратную сторону", то есть получать решения уравнений пользуясь данными о случайных блужданиях.

Практическое применение

Одним из применений метода Монте-Карло является вычисление площадей фигур и объемов тел. Рассмотрим пример составления программы вычисления числа Пифагора – π с помощью метода статистических испытаний.

Идея метода

Около единичной окружности описывается квадрат, длина стороны которого равно 2. С помощью датчика случайных чисел с равномерным законом распределения вероятности производится «стрельба» по квадрату, т. е. случайный выбор точек внутри квадрата.



Идея метода

Каждый такой выбор называется испытанием. Испытание будет заключаться в том, что вычисляются координаты точки (x,y) с помощью функции Random в пределах значений от -1 до 1. Затем определяется, лежит ли эта точка внутри круга. Условие выполняется, если $x^2+y^2<=1$. Если точка попадает в круг, то в счетчик попаданий добавляется единица.

Описание решения

Путь Р – общее число испытаний. Из них произошло М попаданий в круг. Площадь квадрата равна 4. При условии равномерного покрытия испытательными точками площади квадрата, для площади круга справедлива формула:

$$S_{кр} = 4 * \lim_{p \to \infty} \frac{M}{P}$$

Смысл формулы состоит в том, что с увеличением количества испытаний отношение М/Р все больше приближается к отношению площадей круга и квадрата и при Р стремящейся к бесконечности, становится равно 0.

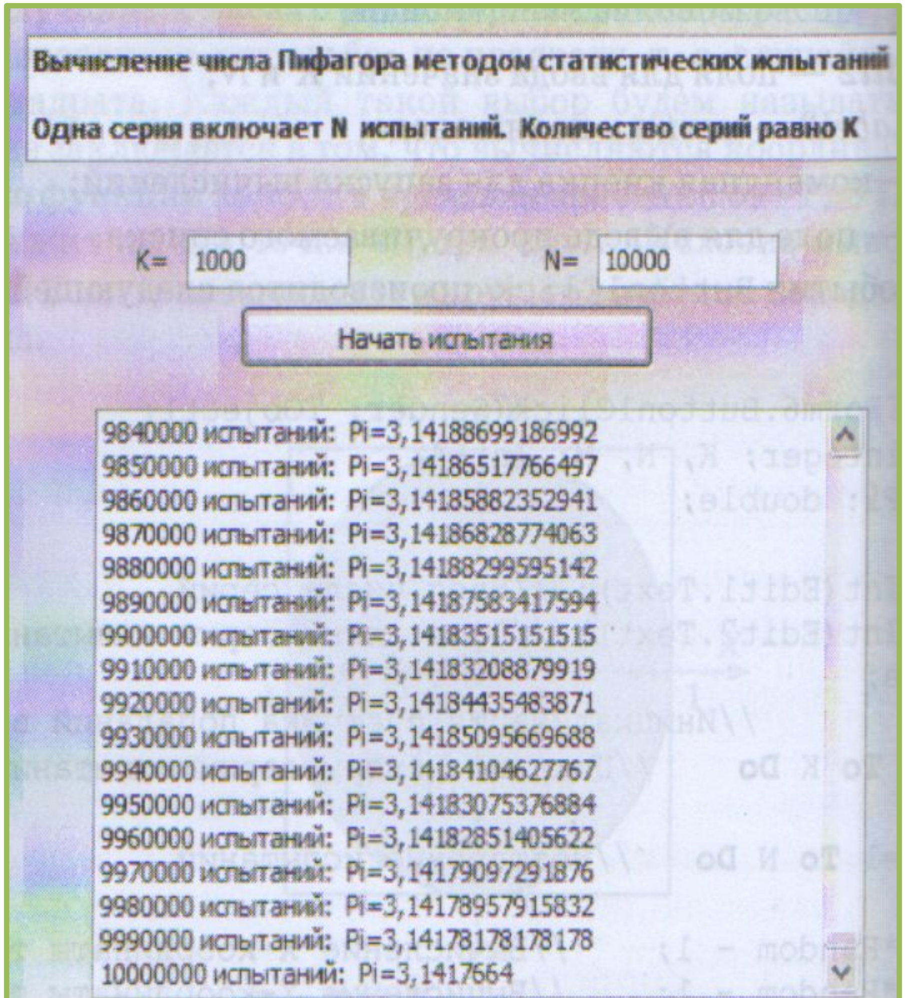
Описание решения

Поскольку площадь круга радиусом 1 равна π, то при достаточно большом значении P будет выполняться приближенное равенство

$$\pi \approx 4*M/P$$

Чем больше P, тем это равенство точнее.

Интерфейс данной программы в Delphi



Чтобы можно было проследить за установлением значения числа π, испытания разбивают на серии. В одной серии производится N испытаний, а число таких серий равно K. после завершения каждой серии на экран выводится результат.

Причины погрешности результата

Почему такой дорогой ценой (десять миллионов испытаний!) дались всего 4 цифры числа π? И, если продолжать увеличивать число испытаний, то можно ли таким же способом получить сколько угодно верных цифр числа π? Ответ: теоретически – да, практически – нет.

Причина заключается в погрешности машинных вычислений с вещественными числами.