

# Работа в Excel 2007

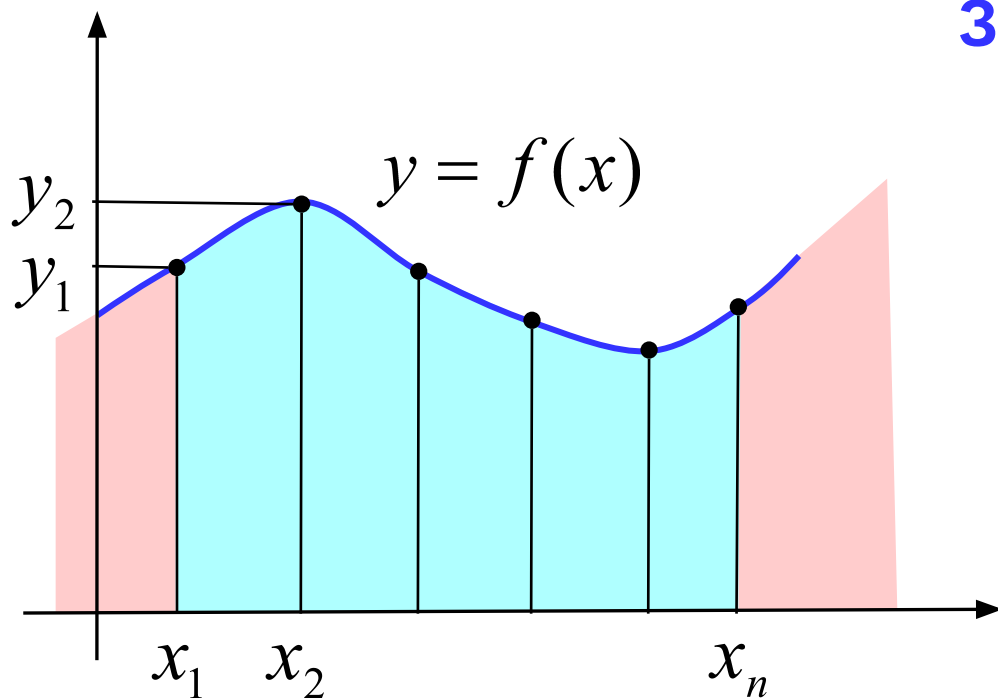
## Восстановление зависимостей

# Восстановление зависимостей

Два ряда одинаковой длины:

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad y_1, y_2, \dots, y_n$$

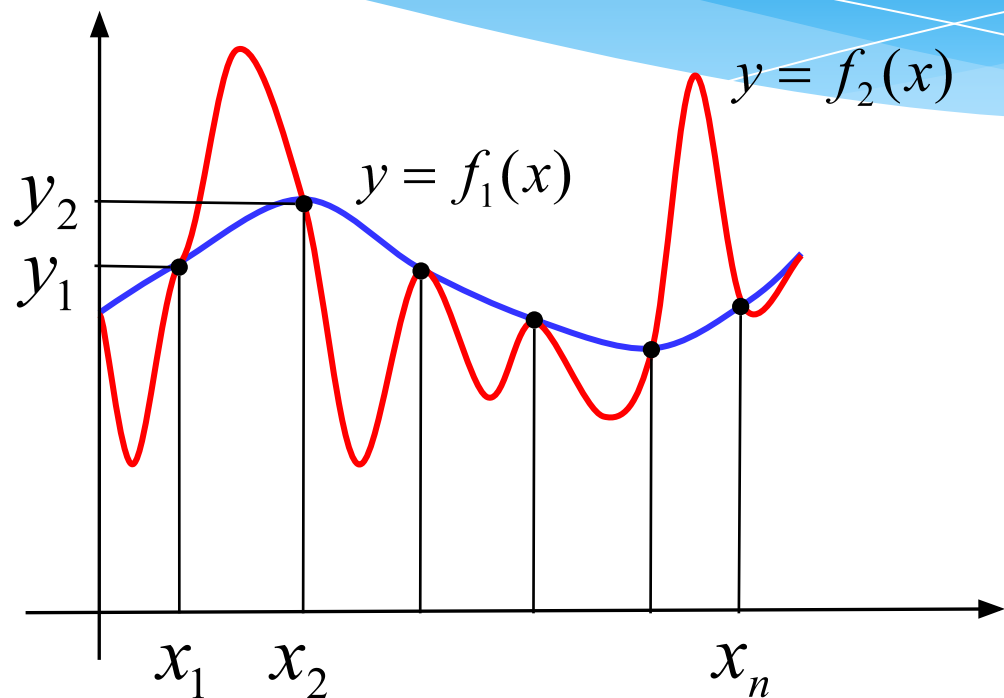
задают некоторую неизвестную функцию  $y = f(x)$



**Зачем:**

- найти  $y$  в промежуточных точках (интерполяция)
- найти  $y$  вне диапазона измерений (экстраполяция, прогнозирование)

# Какое решение нам нужно?

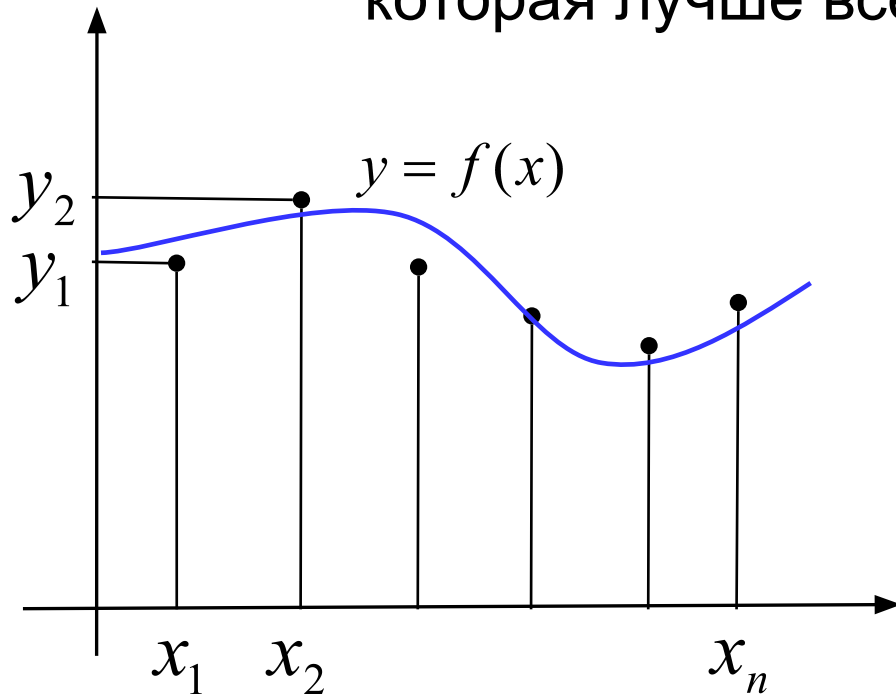


Через заданный набор точек проходит бесконечно много разных кривых!

**Вывод:** задача некорректна, поскольку решение неединственно.

# Восстановление зависимостей

**Корректная задача:** найти функцию заданного вида, которая лучше всего соответствует данным.



**Примеры:**

•линейная  $y = a \cdot x + b$

•полиномиальная  
 $y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

•степенная  $y = a \cdot x^b$

•экспоненциальная

$$y = a \cdot e^{bx}$$

•логарифмическая

$$y = a \cdot \ln x + b$$



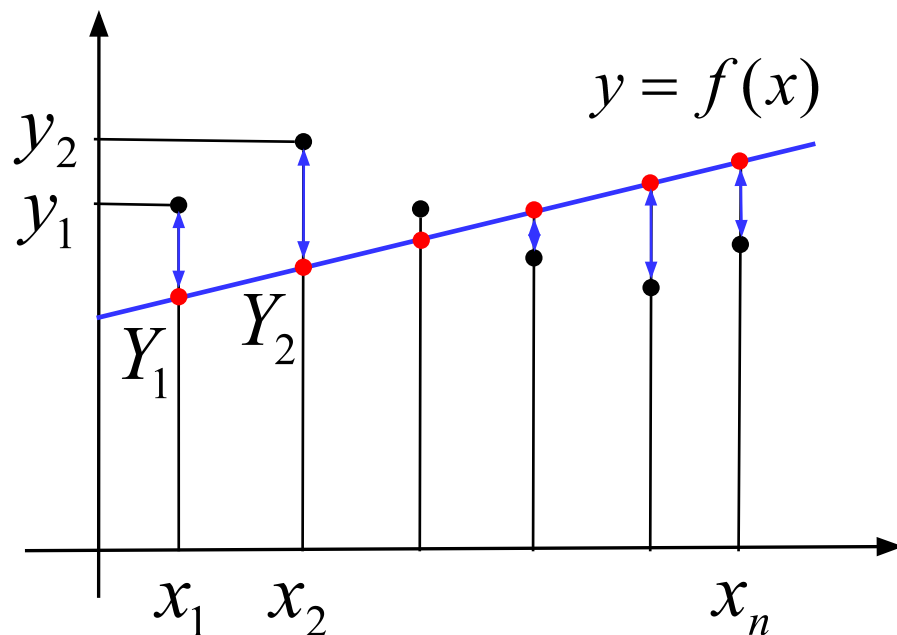
**График функции не обязательно проходит через заданные точки!**



**Как выбрать функцию?**

# Что значит «лучше всего соответствует»?

## Метод наименьших квадратов (МНК):



$(x_i, y_i)$  заданные пары значений

$$Y_i = f(x_i)$$

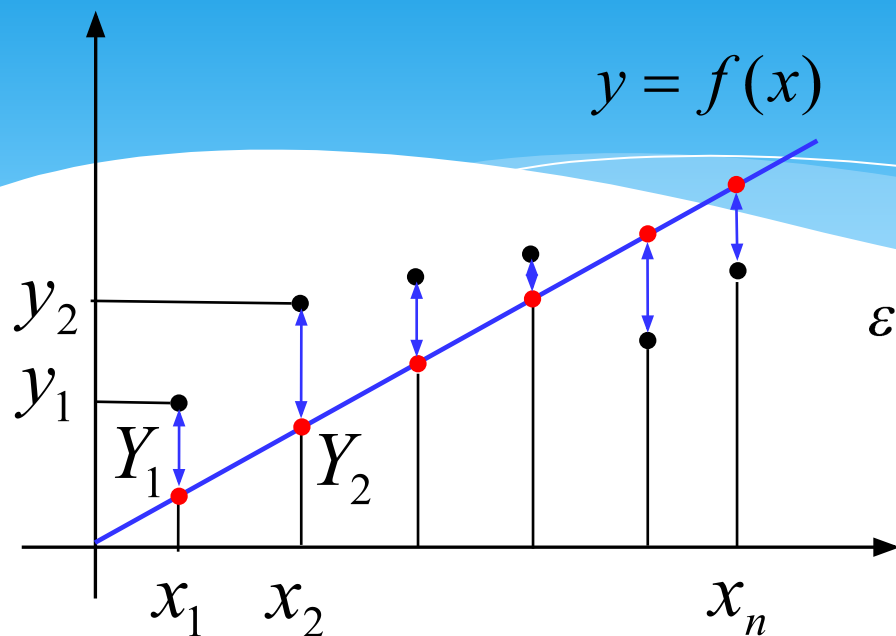
$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 \rightarrow \min$$



## Зачем возведение в квадрат?

- 1) чтобы складывать положительные значения
- 2) решение сводится к системе линейных уравнений (просто решать!)

# МНК для линейной функции



НЕИЗВЕСТНО!

$$Y_i = k \cdot x_i$$

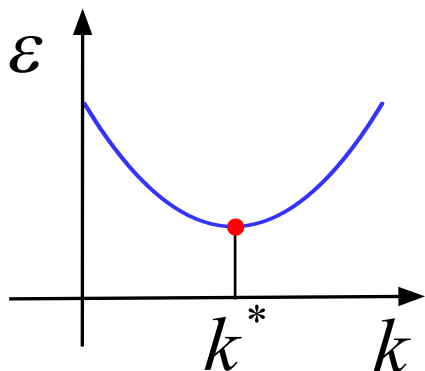
$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &= \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - kx_i)^2 \\ &= k^2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - k \cdot 2 \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2 \end{aligned}$$

$a$

$-b$

$c$

$$\varepsilon(k) = ak^2 + bk + c \rightarrow \min$$



$$k^* = -\frac{b}{2a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

# Коэффициент достоверности

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

$(x_i, y_i)$  заданные пары значений

$$Y_i = f(x_i)$$

$\bar{y}$  – среднее значение  $y_i$

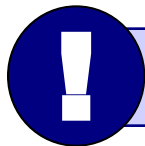
Крайние случаи:

- если график проходит через точки:

$$R^2 = 1$$

- если считаем, что  $y$  не меняется и  $Y_i = \bar{y}$ .

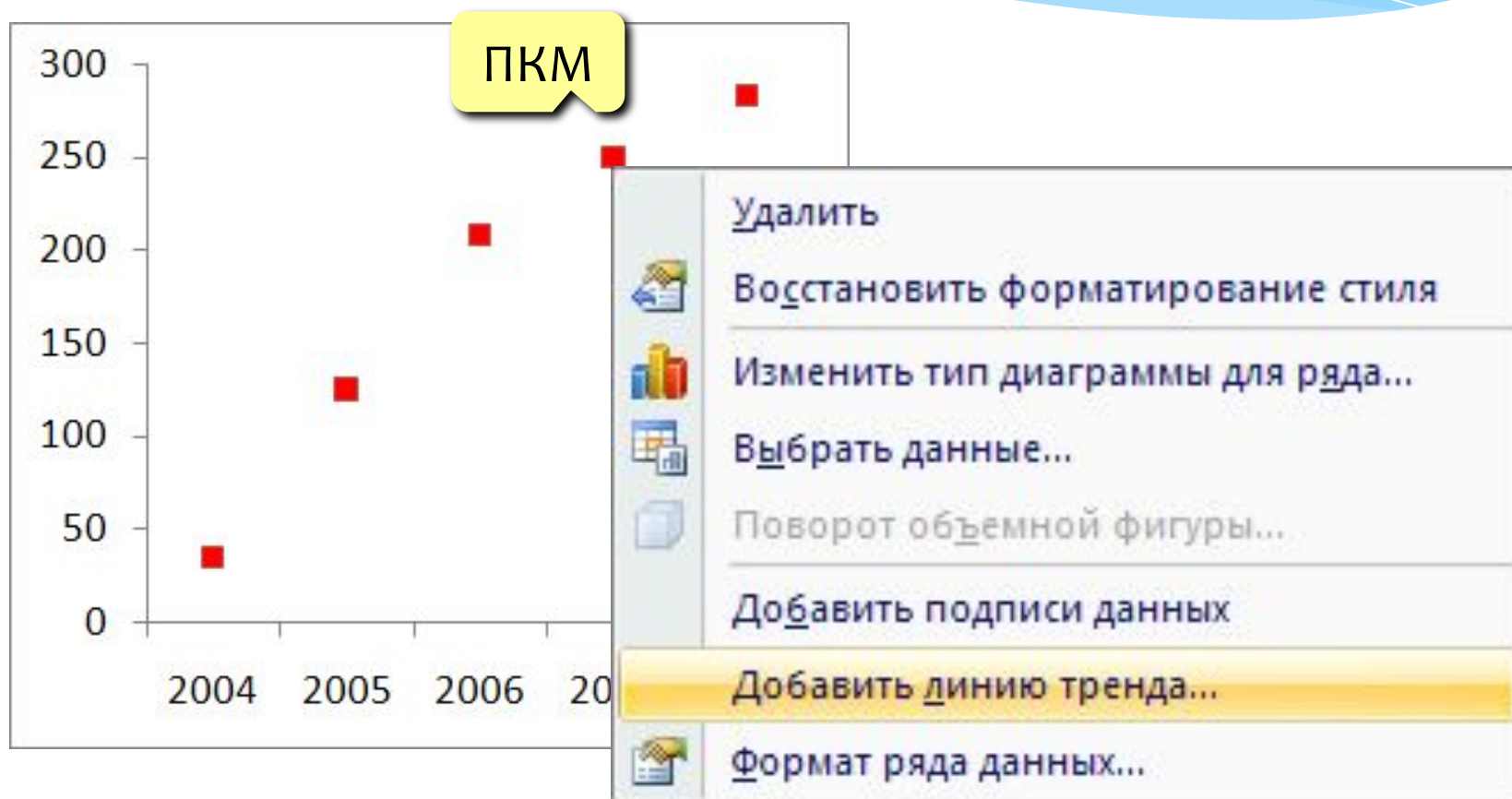
$$R^2 = 0$$



**Фактически – метод наименьших квадратов!**

# Восстановление зависимостей

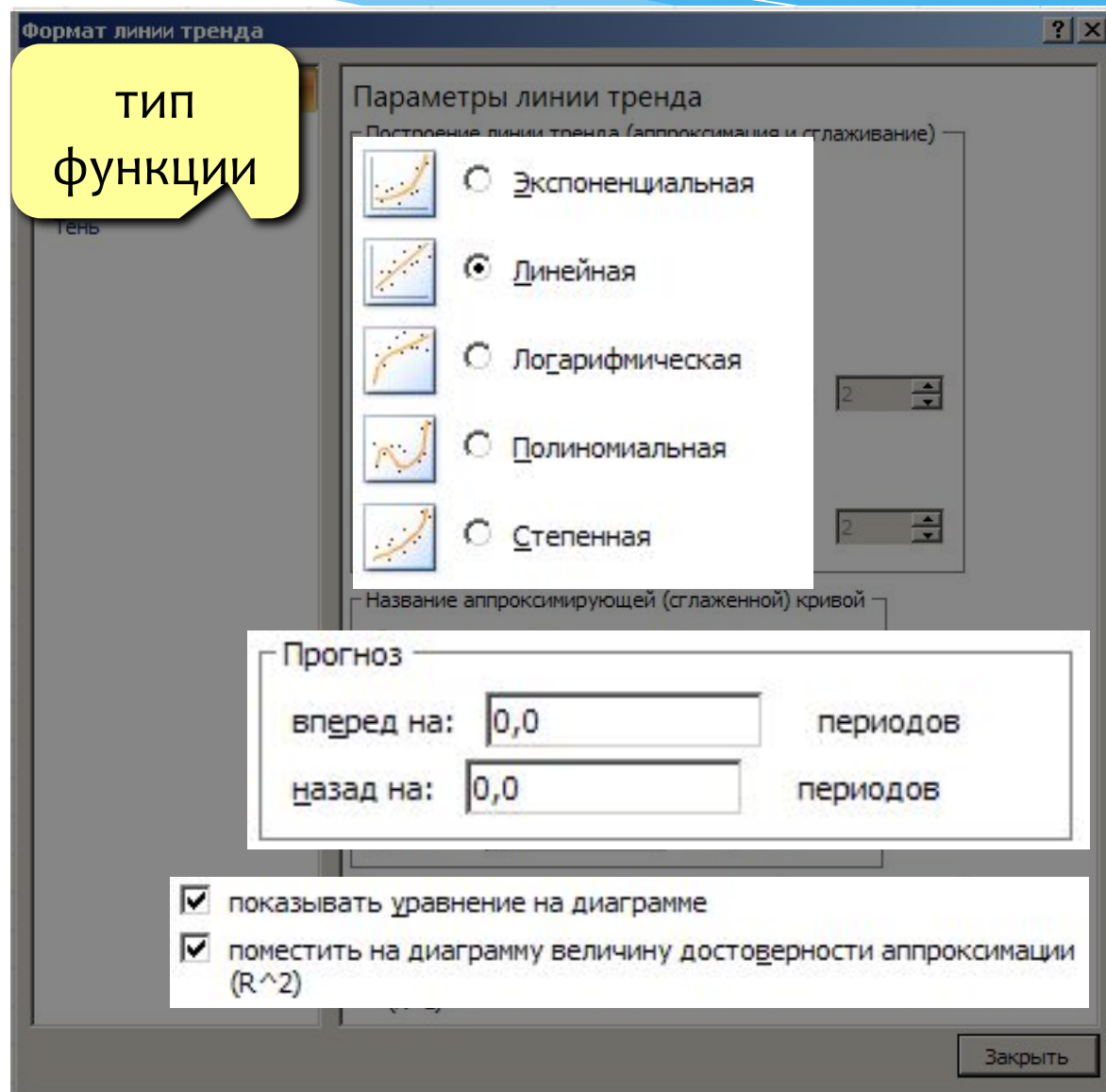
## Диаграмма «График»:



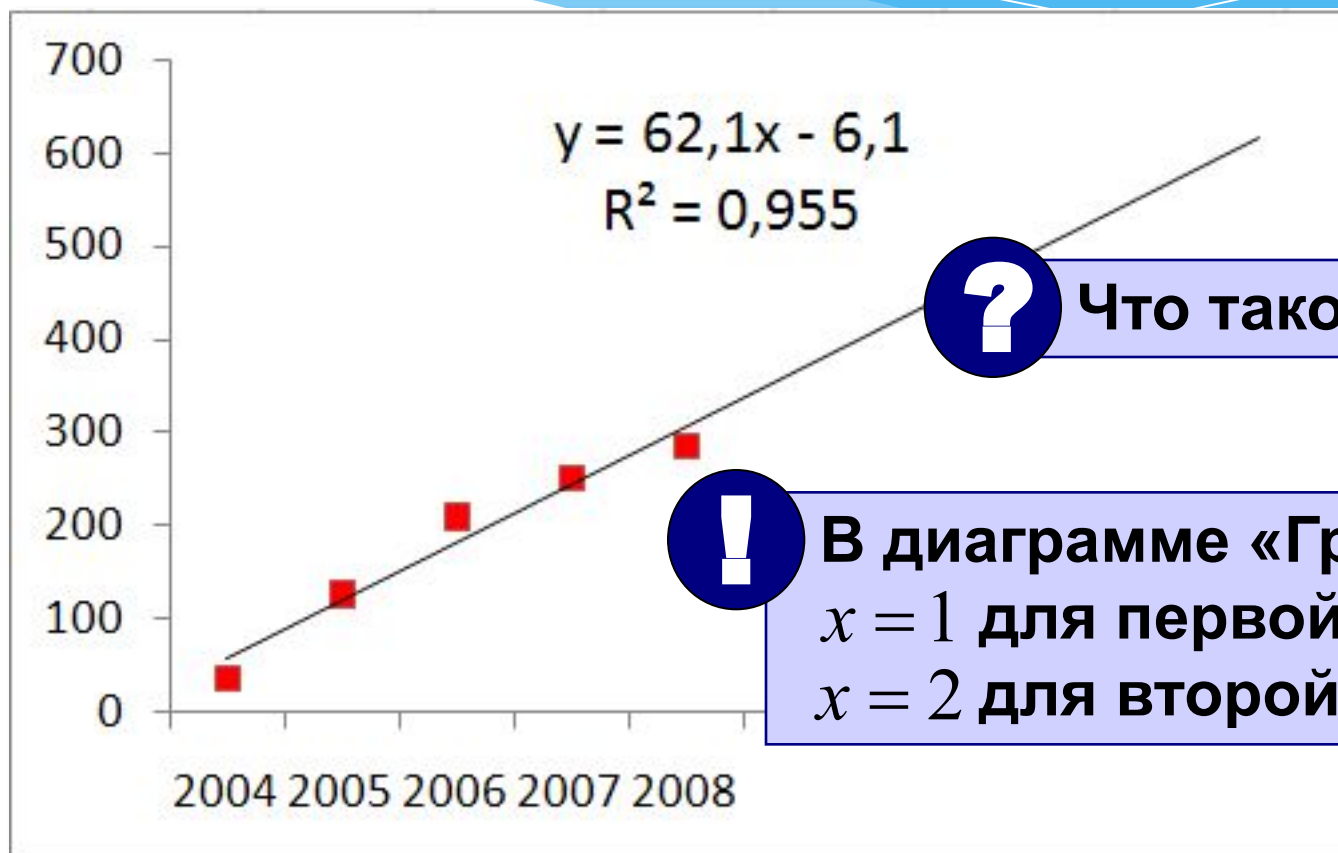


# Восстановление зависимостей

ТИП  
функции



# Восстановление зависимостей



Что такое  $x$  ?



В диаграмме «График»  
 $x = 1$  для первой точки,  
 $x = 2$  для второй и т.д.



Насколько хорошо выбрана функция?