

ОСНОВЫ ЛОГИКИ И ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРА

- Логика – наука о формах и способах мышления
- Логика изучает внутреннюю структуру процесса мышления
- Цель алгебры логики - описание поведения и структуры логических схем

Алгебра высказываний

- Объекты **алгебры логики** – высказывания.
- Высказывания обозначаются заглавными латинскими буквами.
- Каждому логическому высказыванию ставится в соответствие логическая переменная, которое принимает значение «истина» или «ложь». $A=1$ – истина, $B=0$ – ложь.
- Составные высказывания образуются из простых с помощью союзов «и», «или», которые в алгебре логики заменяются на логические операции.

Высказывания

- **Истинное высказывание** правильно отражает свойства и отношение реальных вещей ($2*2=4$).
- **Ложное высказывание** не соответствует реальной действительности ($2*2=5$).

Виды высказываний

Высказывания

```
graph TD; A[Высказывания] --- B[Простые]; A --- C[Составные]
```

Простые

Составные

Логические операции

- Логическое умножение – И – **КОНЬЮНКЦИЯ**
- Логическое сложение – ИЛИ – **ДИЗЬЮНКЦИЯ**
- Логическое отрицание – НЕ.

- Логические операции задаются таблицами истинности

Операция «ИЛИ» - «OR» - операция логического сложения

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Операция «И» - «AND» - операция логического умножения

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Операция «НЕ» - «NOT» - операция логического отрицания

A	Not A
0	1
1	0

Импликация – логическое следование

A	B	A -> B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное с помощью **операции логического следования (импликации)** ложно тогда и только тогда, когда из истинной посылки (первого высказывания) следует ложный вывод (второе высказывание)

Эквиваленция - равнозначность

A	B	A \leftrightarrow B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное с помощью **логической операции эквивалентности**, истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

Логические выражения и таблицы истинности

- **Логическое выражение** – это выражение, которое включает в себя логические переменные, объединенные логическими операциями

- Таблица истинности определяет ***ИСТИННОСТЬ*** или ***ЛОЖНОСТЬ*** составного высказывания

Пример

*Определить истинность или ложность
логического высказывания*

A AND B OR C AND A

A & B OR C & A

A ^ B OR C ^ A

Алгоритм построения таблицы истинности, по логическому выражению

1. Посчитать кол-во переменных в лог. Выражении $n =$
2. Определить число строк в таблице, которое равно $m =$
3. Посчитать кол-во логических операций $k =$
4. Определить кол-во столбцов в таблице k $2 = n + k =$
5. Заполнить столбцы входными переменными
6. Ввести название столбцов, с учётом порядка действий:
Инверсия, логическое умножение, логическое сложение

Решение

A	B	C	A and B	C and A	A and B or C and A
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

Решение

A	B	C	A and B	C and A	A and B or C and A
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Законы алгебры логики

Закон тождества

- $A = A$

Закон непротиворечия

- $A \ \& \ \text{not}A = 0$

Закон исключения третьего

- $A \text{ and } \text{not}A = 1$

Закон двойного отрицания

- $\text{Not}(\text{not}A)=1$

Закон Де Моргана

- $\text{Not}(A \ \& \ B) = \text{not}A \ \text{or} \ \text{not}B$
- $\text{Not}(A \ \text{or} \ B) = \text{not}A \ \& \ \text{not}B$

Правила КОММУТАТИВНОСТИ

- $A \& B = B \& A$
- $A \text{ or } B = B \text{ or } A$

Правила ассоциативности

- $(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$
- $(A \text{ or } B) \text{ or } C = A \text{ or } (B \text{ or } C)$

Правила дистрибутивности

$$(A \ \& \ B) \ \text{OR} \ (A \ \& \ C) = A \ \& \ (B \ \text{OR} \ C)$$

$$(A \ \text{or} \ B) \ \& \ (A \ \text{or} \ C) = A \ \text{or} \ (B \ \& \ C)$$

Правила равносильности

- $A \text{ or } A = A$
- $A \text{ \& } A = A$

Правила исключения констант

- $A \text{ or } 1 = 1$
- $A \text{ or } 0 = A$
- $A \text{ \& } 1 = A$
- $A \text{ \& } 0 = 0$