

Системы счисления

1. Основные понятия
2. Двоичная система счисления

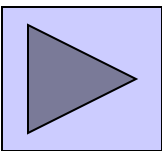
01. Система счисления - это совокупность приемов наименования и обозначения чисел.

02. Символы, которые служат для обозначения однозначных чисел, из которых строятся остальные числа системы счисления, называются узловыми, все остальные числа системы, построенные из узловых называются алгоритмическими

03. Система счисления, в которой алгоритмические числа образуются сложением узловых, называется аддитивной.

04. Система счисления, в которой алгоритмические числа образуются сложением и умножением узловых, называется аддитивно-мультипликативной.

05. Система счисления называется непозиционной, если каждый числовой знак в записи любого числа в ней имеет одно и то же значение независимо от его расположения в числе. Если значение числового знака зависит от его расположения в записи числа, то система называется позиционной.



Примеры узловых чисел:

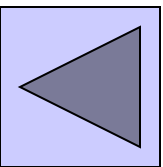
В десятичной системе: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

В римской системе: I, V, X, L, C, D, M

Примеры алгоритмических чисел:

В десятичной системе: 26, 105, 2013

В римской системе: IX, XI, MMXIII



Пример аддитивной системы:

Римская система: IX, XI

Пример аддитивно-мультипликативной системы:

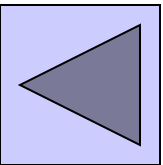
Десятичная система: $555 = 5 * 100 + 5 * 10 + 5 * 1$

Пример непозиционной системы:

Римская система: III

Пример позиционной системы:

Десятичная система: 111



В дальнейшем мы будем рассматривать позиционные, аддитивно-мультипликативные системы.

Об. Количество узловых чисел в позиционной системе называется ее основанием.

Система счисления	Основание	Узловые числа
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Представление числа в позиционной системе

Например:

$$725,13 = 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$$

10 – основание системы

7 – старшая цифра

3 – количество цифр в целой части

2 – количество цифр в дробной части

Общая формула:

$$\begin{aligned} & a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-m} = \\ & = a_{n-1} * k^{n-1} + a_{n-2} * k^{n-2} + \dots + a_1 * k^1 + a_0 * k^0 + a_{-1} * k^{-1} + a_{-2} * k^{-2} + \\ & \dots + a_{-m} * k^{-m} \end{aligned}$$

Двоичная система счисления

Основание: 2

Узловые числа: 0, 1

Алгоритмические числа:

Десятичная	2	3	4	5	6	7	8	9
Двоичная	10	11	100	101	110	111	1000	1001
Десятичная	10	11	12	13	14	15	16	
Двоичная	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000	

Арифметические действия:

+	0	1
0	0	1
1	1	10

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Разложение числа по степеням основания:

$$\begin{aligned} 110011101,11 &= 1 * 2^8 + 1 * 2^7 + 1 * 2^4 + 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 1 + 1 * 2^{-1} + \\ &1 * 2^{-2} = 256 + 128 + 16 + 8 + 4 + 1 + 0,5 + 0,25 = \\ &= 413,75 \end{aligned}$$

Примеры:

- 1) $1110001010 + 11101011$
- 2) $1110001010 - 11101011$
- 3) $1010111 * 1111$
- 4) $1010111 : 1010$

Домашнее задание:

1) $1011,1 + 101,01$

2) $11011 - 111$

3) $11001 * 11101$

4) $110111 : 1001$

5) $100111,01_2 = ?_{10}$