

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Подготовила
Чурина Н.Н.

Цели урока:

1. Обучающая

знакомство обучающихся с основными логическими операциями: инверсией, дизъюнкцией, конъюнкцией, импликацией и эквивалентностью;

2. Развивающая

развить аналитическое критическое мышление; организовать деятельность учащихся, направляя её на получение знаний, не сковывая их мысль, инициативу, творчество.

3. Воспитательная

воспитать такие базовые качества личности, как коммуникативность, самостоятельность, толерантность, ответственность за собственный выбор и результаты своей деятельности.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ОПРОС

– **Вспомните, что такое алгебра логики?**

Аппарат, который позволяет выполнять действия над высказываниями

-Что такое высказывание?

Предложение, относительно которого имеет смысл говорить истинно оно или ложно

ОБЪЯСНЕНИЕ НОВОГО МАТЕРИАЛА

В алгебре высказываний над высказываниями можно производить логические операции, в результате которых получаются новые, **составные (сложные) высказывания**.

Логическая операция — способ построения сложного высказывания из данных высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности исходных высказываний.

Рассмотрим три базовых логических операций —
инверсию, конъюнкцию, дизъюнкцию и дополнительные
— **импликацию и эквивалентность.**

Инверсия – логическое отрицание \overline{A}

Инверсия логической
переменной истина, если
переменная ложна, и, наоборот,
инверсия ложна, если
переменная истинна.

| A | \overline{A} |
|----------|----------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Конъюнкция – логическое умножение

A & B

**Конъюнкция двух
логических переменных
истинна тогда и только
тогда, когда оба
высказывания, истинны**

| A | B | A & B |
|----------|----------|------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Дизъюнкция – логическое сложение

$$A \vee B$$

**Дизъюнкция двух
логических
переменных ложна
тогда и только тогда,
когда оба
высказывания
ложны.**

| A | B | $A \vee B$ |
|----------|----------|------------------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Импликация – логическое следование

$$A \rightarrow B$$

A — условие

B — следствие

**Импликация двух
логических
переменных ложна
тогда и только тогда,
когда из истинного
основания следует
ложное следствие**

| A | B | $A \rightarrow B$ |
|-----|-----|-------------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Эквивалентность - логическое равенство

$$A \leftrightarrow B$$

**Эквивалентность
двух логических
переменных истинна
тогда и только тогда,
когда оба
высказывания
одновременно либо
ложны, либо истинны**

| A | B | $A \leftrightarrow B$ |
|----------|----------|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

При вычислении значения логического выражения (формулы) логические операции вычисляются в определенном порядке, согласно их приоритету:

- *инверсия*
- *конъюнкция*
- *дизъюнкция*
- *импликация и эквивалентность*

Операции одного приоритета выполняются слева направо. Для изменения порядка действий используются скобки.

Например: дана формула $A \vee B \rightarrow C \& D \leftrightarrow \overline{A}$

Порядок вычисления:

\overline{A} $C \& D$ $A \vee B$

$A \vee B \rightarrow C \& D$

$A \vee B \rightarrow C \& D \leftrightarrow \overline{A}$

$$A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \bar{A}$$

Определите порядок вычисления.

1. Среди следующих высказываний укажите составные, выделите в них простые, обозначьте каждое из них буквой. Запишите с помощью логических операций каждое составное высказывание.

- **Число 264 трехзначное и четное.**
- **Неверно, что Солнце движется вокруг Земли.**
- **Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.**
- **Луна — спутник Земли.**
- **Если число оканчивается на 0, то оно делится на 10.**

Чтобы погода была солнечной, достаточно, чтобы не было ни ветра, ни дождя.

2. Постройте отрицания следующих высказываний.

- **Сегодня понедельник.**
- **Неверно, что число 3 не является делителем числа 198.**
- **Некоторые млекопитающие не живут на суше.**
- **Неверно, что число 17 — простое.**
- **Идет урок.**

3. Из каждых трех выберите пару высказываний, являющихся отрицаниями друг друга.

- “Луна — спутник Земли”, “Неверно, что Луна спутник Земли”, “Неверно, что Луна не является спутником Земли”;
- “ $33 < 99$ ”, “ $33 > 99$ ”, “ $33 ? 99$ ”;
- “Прямая a перпендикулярна прямой c ”;
“Прямая a не параллельна прямой c ”;
“Прямая a не пересекается с прямой c ”.

4. По данным формам сложных высказываний
запишите высказывания на русском языке.

$$F = A \rightarrow B$$

$$F = A \& B$$

$$F = \bar{A} \& \bar{B}$$

$$F = A \leftrightarrow (B \vee C \vee D)$$

$$F = B \& \bar{A} \rightarrow C$$

5. Найдите значения логических выражений:

$$(0 \vee 1) \vee (1 \vee 1)$$

$$((1 \& \bar{1}) \vee 0) \& (0 \vee \bar{1})$$

$$((1 \vee 1) \vee 0) \vee 1$$

$$((0 \& 0) \vee 0) \leftrightarrow (1 \vee 1)$$

$$(1 \rightarrow 1) \vee (0 \leftrightarrow 0)$$

$$\bar{1} \& (1 \vee 1) \vee (\bar{0} \& 1)$$

$$(0 \& 1) \& 1$$

$$(\bar{1} \rightarrow 1) \& (1 \vee \bar{1}) \leftrightarrow (\bar{1} \vee 0)$$

$$1 \& (1 \& 1) \& 1$$

$$((0 \vee 1) \& (1 \vee 1)) \& (0 \vee 1)$$

$$((1 \& 0) \rightarrow (0 \vee 1)) \vee 1$$

6. Даны два высказывания: $A = "2 \times 2 = 4"$, $B = "2 \times 2 = 5"$. Очевидно, что $A=1$, $B=0$. Какие из высказываний истинны?

$$\overline{A}$$
$$\overline{B}$$
$$A$$
$$A \vee B$$
$$A \rightarrow B$$
$$A \leftrightarrow B$$

7. Даны простые высказывания: $A = \{15 > 13\}$, $B = \{4 = 5\}$, $C = \{7 < 4\}$. Определите истинность составных высказываний:

$$(A \vee B) \& C \rightarrow (A \& C) \vee (A \& C)$$

$$(A \& B) \vee C \leftrightarrow (A \vee C) \& (A \& B)$$

8. При каких значениях числа X логическое выражение не $((X > 15) \text{ или } (X < -5))$ примет значение:

- ЛОЖЬ,
- ИСТИННА.

9. Какие из высказываний A, B должны быть истинны и какие ложны, чтобы было ложное высказывание

$$(A \& B) \leftrightarrow 1$$

Домашнее задание.

1. Выучить определения, знать обозначения.

2. Даны высказывания:

$A = \{\text{На улице светит солнце}\},$

$B = \{\text{На улице дождь}\},$

$C = \{\text{На улице пасмурная погода}\},$

$D = \{\text{На улице идет снег}\}.$

Составьте два сложных высказывания, одно из которых в любой ситуации всегда будет ложным, а другое истинным.

3. Запишите сложное высказывание $(A \vee B) \rightarrow C$

значения A, B, C возьмите из предыдущего задания.