

# **Количество информации**

**Количество информации как  
мера уменьшения  
неопределенности знаний**

# Содержание

Количество информации как мера  
уменьшения неопределенности знаний

Определение количества информации

# Информативность сообщения

Если **сведения «старые»**, то есть человек это уже знает, или содержание сообщения **непонятно** человеку, то для него это сообщение **неинформативно**.

**Информативно** то сообщение, которое содержит **новые и понятные сведения**.



# Примеры

Вопрос:

- *Какой город является столицей Франции?*

Ответ:

- *Столица Франции – Париж.*

**Сообщение информативно?**

- *Нет, так как известно.*



# Примеры

**Вопрос:**

*- Что изучает коллоидная химия?*

**Ответ:**

*- Коллоидная химия изучает дисперсионные состояния систем, обладающих высокой степенью измельченности.*

**Сообщение информативно?**

*- Нет, так не понятно.*



# Примеры

**Вопрос:**

*- Какую высоту и вес имеет Эйфелева башня?*

**Ответ:**

*- Эйфелева башня имеет высоту 300 метров и вес 9000 тонн.*

**Сообщение информативно?**

*- Да.*



# **Информативность сообщения**

**Если сообщение неинформативно для человека, то количество информации в нем с точки зрения этого человека равно нулю.**

**Количество информации в информативном сообщении больше нуля.**

# Информация и неопределенность

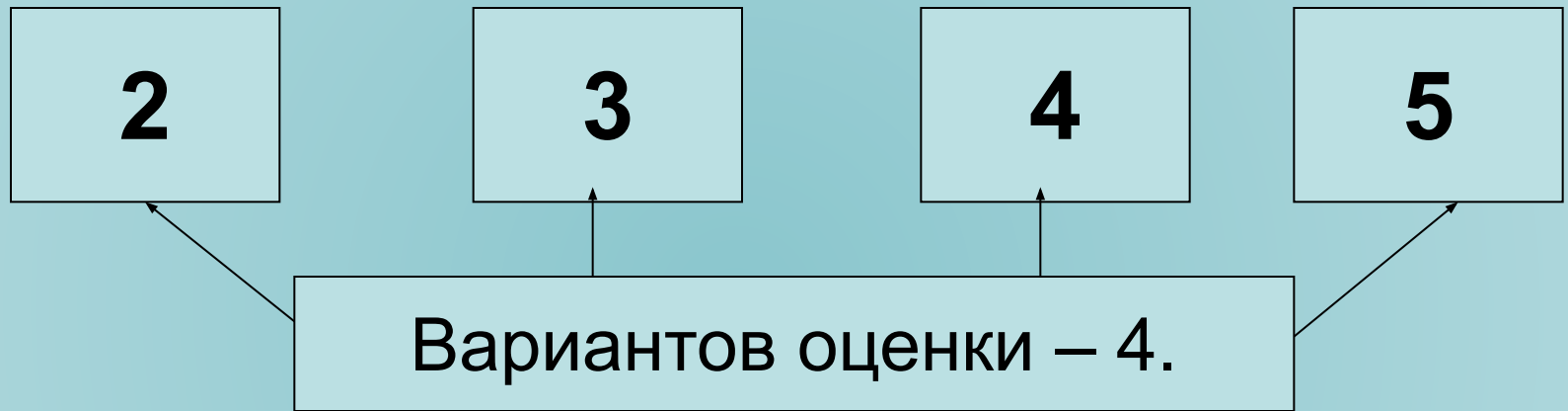
Пример: вы услышали по телевизору, что завтра будет солнечная погода.

Ваше состояние изменилось: вы стали обладателем информации, а неопределенность, которая до этого существовала, исчезла.





После написания контрольной работы мы думаем какую оценку получили.



После оглашения оценок мы уменьшили неопределенность знаний в 4 раза.

# Бросание монет

У монеты, как известно, две стороны:  
«герб»



«решка»

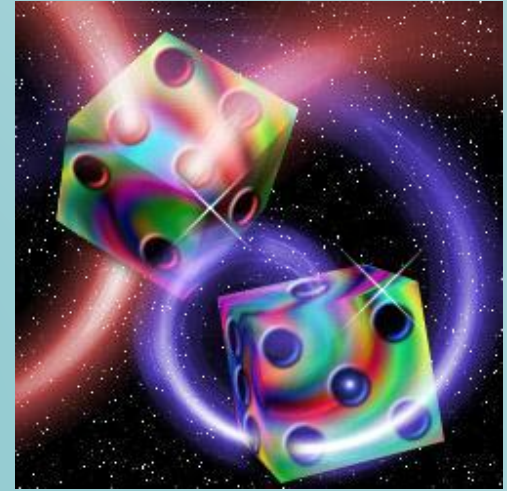


Если бросить ее на стол, монета  
обязательно упадет вверх либо «гербом»,  
либо «решкой».

Таким образом, монету, лежащую на столе,  
можно рассматривать как простейшую  
систему, которая может находиться в  
**одном из двух возможных состояний.**

# Бросание кубика

Игральный кубик — это кубик, грани которого пронумерованы от 1 до 6.



Аналогично монете игральный кубик, лежащий на столе, — это система, находящаяся **в одном из шести возможных состояний** (по номерам граней, обращенных вверх).

# Неопределенность знаний

**Неопределенность знания** о результате некоторого события – это ***число возможных вариантов результата.***

Для монеты – 2, для кубика – 6, для билетов – 30 (если на столе лежало 30 билетов).

Чем больше равновозможных событий, тем больше неопределенность ситуации.

# Равновероятные события

События **равновероятны**, если ни одно из них не имеет преимущества перед другими.

С этой точки зрения выпадение «герба» или «решки» – **равновероятно**.

# Определение количества информации



Как же измерить количество информации?  
Да также, как мы измеряем длину или массу чего-нибудь: сравнить с соответствующим эталоном.

Надо только выбрать эталон.

Например, в мультфильме «38 попугаев» эталоном длины служит длина шага попугая.



Каков же эталон для измерения информации?  
Давайте в этом разберемся.

# 1 бит информации

*Количество информации можно рассматривать как меру уменьшения неопределенности знания при получении информационных сообщений.*

Сообщение, уменьшающее неопределенность знаний в 2 раза, несет **1 бит информации**.

Сообщение о том, что произошло одно событие из двух равновероятных, несет **1 бит информации**.

**Бит** - binary digit (двоичный знак).



# Определение информации

---

Если «Ваньку-Встаньку» качнуть, то сколько различных вариантов его конечного состояния получим?

- Один вариант («Ванька-Встанька» всегда встает).

То есть вероятность события равна 1 (100% выполнение).

И мы не получаем ни чего нового и неизвестного при этом, то есть информация равна 0.



# Определение информации

---

Будем бросать монету.

Сколько вариантов выпадения может быть? – 2



**Вероятность** выпадения «герба» или «решки»  
-  $\frac{1}{2}$ .

**Количество информации** – 1 бит.

# Определение информации

---

Будем бросать 2 монеты.  
Бросание 2 монет должно принести 2 бита информации, так как количество монет увеличилось в 2 раза.



Количество различных вариантов выпадения по две монеты: 4.

Вероятность появления 1 варианта –  $\frac{1}{4}$

# Определение информации

---

Будем бросать 3 монеты.  
При бросание 3 монет  
количество информации  
увеличится в 3 раза по  
сравнению с бросанием 1  
монеты.

Количество различных  
вариантов выпадения по 3  
монеты: 8

Вероятность выпадения 1  
варианта:  $1/8$ .



# Отгадывание чисел

Допустим кто-то загадал число от 1 до 16.

Сколько чисел можно загадать? - 16.

Вероятность загадать любого числа из этого промежутка:  $1/16$ .

Отгадывание происходит по такому сценарию:

Задается такой вопрос на который можно получить один из вариантов ответа: «да» или «нет».

# Сценарий отгадывания числа

Пусть загадано число 5 (мы не знаем это).

1 вопрос (даст 1 бит информации):

- *Больше 8? – Нет.*

2 вопрос (даст 2 бит информации):

- *Больше 4? – Да.*

3 вопрос (даст 3 бит информации):

- *Больше 6? – Нет.*

4 вопрос (даст 4 бит информации):

- *Больше 5? – Нет.*

Ответ: *Задуманное число 5.*

## **Вывод:**

При отгадывании задуманного числа в диапазоне от 1 до 16, достаточно 4 вопроса (получение 4 бита информации).

# Определение информации

---

А если мы будем бросать 6-гранный кубик?

Количество вариантов выпадения одной из 6 сторон: 6.

Вероятность выпадения одной из 6 сторон:  $1/6$ .

Сколько же будет получено информации при выпадении одной из 6 сторон?



# Определение информации

---

Составим таблицу из предыдущих примеров:

События	Кол-во вариантов	Вероятность события	Бит информации
Ванька-Встанька	1	1	0
Бросание 1 монеты	2	1/2	1
Бросание 2 монет	4	1/4	2
Бросание 3 монет	8	1/8	3
Отгадывание числа от 1 до 16	16	1/16	4
Бросание шестигранного кубика	6	1/6	?



# Определение информации

---

Если посмотреть таблицу, то можно заметить закономерность.

От частных примеров приходим к обобщенной формуле:

Если ввести обозначения:

**N** – число вариантов равновероятных событий (неопределенность знаний),

**i** – количество информации в сообщении о том, что произошло одно из **N** событий.

$$N = 2^i$$

# Определение информации

---

Если  $N = 2$  ( $2=2^1$ ),  
то уравнение примет вид  $2^i = 2^1$ ,  
отсюда  $i = 1$ .

Если  $N = 4$  ( $4=2^2$ ),  
то уравнение примет вид  $2^i = 2^2$ ,  
отсюда  $i = 2$ .

Если  $N = 8$  ( $8=2^3$ ),  
то уравнение примет вид  $2^i = 2^3$ ,  
отсюда  $i = 3$ .

В общем случае, если  $N = 2^k$ ,  
где  $k$ - целое число,  
то уравнение примет вид  $2^i = 2^k$ ,  
отсюда  $i = k$ .

# Определение информации

---

**Например**, желая определить, сколько же бит информации несет сообщение о результате бросания шестигранного кубика, нужно решить уравнение

$$2^i = 6.$$

Поскольку  $2^2 < 6 < 2^3$ , то получаем  $2 < i < 3$ .

Используя инженерный калькулятор, узнаем, что  $i=2,58496$ .

# Задания для закрепления

---

## Пример 1.

Сколько информации несет сообщение о том, что из колоды карт достали карту красной масти?

## Решение:

1 бит, т. к.  $N = 2$  (красных и черных карт одинаковое количество).

$$2^i = 2$$



# Задания для закрепления

---

## Пример 2.

Сколько информации несет сообщение о том, что из колоды карт достали карту бубновой масти?

## Решение:

2 бита, так как т. к.  $N = 4$  (всего в колоде 4 масти, и количество карт в них одинаковое).

$$2^i = 4$$

# Задания для закрепления

---

## Пример 3.

Проводятся две лотереи «4 из 32» и «5 из 64». Сообщение о результатах, какой из лотерей несет больше информации?



# Решение:

---

Вытаскивание любого номера из лотерейного барабана – события равновероятные.

Поэтому в первой лотерее количество информации в сообщении об одном номере равно 5 бит ( $2^5 = 32$ ), а во втором – 6 бит ( $2^6 = 64$ ).

Сообщение о 4-х номерах в первой лотерее несет  $5 * 4 = 20$  бит.

Сообщение о 5-ти номерах второй лотереи несет  $6 * 5 = 30$  бит.

Следовательно, сообщение о результатах второй лотереи несет больше информации, чем первой.

# Задания для закрепления

---

## Пример 4.

В течение четверти ученик получил 100 оценок.

Сообщение о том, что он получил четверку, несет 2 бита информации.

Сколько четверок ученик получил за четверть?



# Решение:

Данный результат мог быть получен путем следующих рассуждений:

2 бита информации несет сообщение об одном из четырех равновероятных событий ( $2^2 = 4$ ).

То есть вероятность получения четверок равна  $\frac{1}{4}$ .

Тогда количество четверок определится как:

$$100 / 4 = 25.$$

Таким образом, в течение четверти ученик получил 25 четверок.

# **Единицы измерения количества информации**

**1 байт = 8 битов =  $2^3$  битов**

**1 килобайт (Кбайт) =  $2^{10}$  байт = 1024 байт**

**1 мегабайт (Мбайт) =  $2^{10}$  Кбайт = 1024 Кбайт**

**1 гигабайт (Гбайт) =  $2^{10}$  Мбайт = 1024 Мбайт**

**1 терабайт (Тбайт) =  $2^{10}$  Гбайт = 1024 Гбайт**

# Самостоятельное решение

---

## Задача 1.

Вы подошли к светофору, когда горел желтый свет.

После этого загорелся зеленый.

Какое количество информации вы при этом получили?

Ответ: 1бит

# Самостоятельное решение

## Задача 2.

Сообщение о том, что ваш друг живет на 9 этаже, несет 4 бита информации. Сколько этажей в доме?

Ответ: 16 ( $2^4 = 16$ ).

# Самостоятельное решение

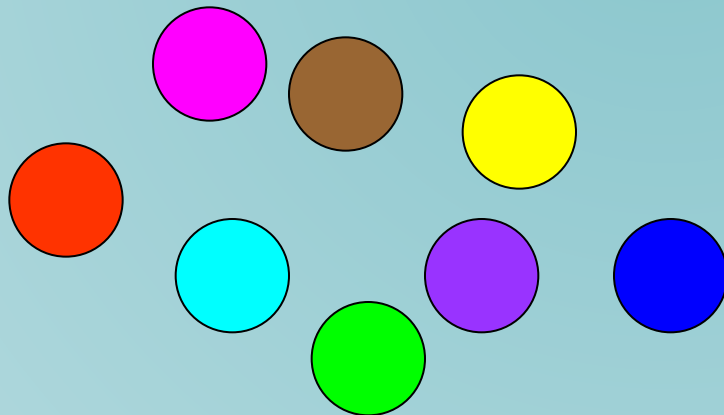
---

## Задача 3.

В корзине 8 шаров.

Все шары разного цвета.

Сколько информации несет сообщение о том, что из корзины достали красный шар?



Ответ: 3 бит ( $2^3 = 8$ ).

# Самостоятельное решение

---

## Задача 4.

Сколько бит информации несет сообщение о том, что из колоды в 32 карты достали даму крести?

Ответ: 5 бит ( $2^x = 32$ ).

# Самостоятельное решение

---

## Задача 5.

в школьной библиотеке 16 стеллажей с книгами.

На каждом стеллаже 8 полок.

Библиотекарь сообщил Пете, что нужная ему книга находится на пятом стеллаже на третьей сверху полке.

Какое количество информации библиотекарь передал Пете?

Ответ: 7 бит

$$16 \cdot 8 = 128 \text{ полок всего}$$

$$2^X = 128$$

# Самостоятельное решение

---

## Задача 6.

При угадывании целого числа в некотором диапазоне было получено 6 бит информации. Сколько чисел содержится в этом диапазоне?

Ответ: 64 ( $2^6 = 64$ ).



# Самостоятельное решение

---

## Задача 7.

Сообщение о том, что Петя живет во втором подъезде, несет 3 бита информации.

Сколько подъездов в доме?

Ответ: 8 ( $2^3 = 8$ ).

# Разновероятностный подход

В 1948 г. американский инженер и математик К Шеннон предложил формулу для вычисления количества информации для событий с различными вероятностями.

Если  $i$  - количество информации,  
 $k$  - количество возможных событий,  
 $p_i$  - вероятности отдельных событий,  
то количество информации для событий с различными вероятностями можно определить по формуле:

$$i = - \sum p_i \log_2 p_i,$$

где  $i$  принимает значения от 1 до  $k$ .

# Задания для закрепления

## Задача:

В коробке имеется 40 белых и 10 черных шаров.  
Определите количество информации.

## Решение:

Всего шаров:  $40+10 = 50$

Вероятность вытащить белый шар:

$$p_б = 0,8$$

Вероятность вытащить черный шар:  $p_ч = 0,2$

$$i = - \sum p_i \log_2 p_i = -(p_б * \log_2 p_б + p_ч * \log_2 p_ч)$$

$$i = -(0,8 * \log_2 0,8 + 0,2 * \log_2 0,2) = \dots$$

# Самостоятельное решение

---

В пруду живут 8000 карасей, 2000 щук и 400000 пескарей.

Вероятнее наловить больше карасей, щук или пескарей.



# Используемая литература

- Солнечная погода:  
[http://www.sky-planets.ru/upload/iblock/d68/0\\_132cb\\_8b2493ff\\_xl.jpg](http://www.sky-planets.ru/upload/iblock/d68/0_132cb_8b2493ff_xl.jpg)
- Монета (решка):  
[http://www.itacoins.ru/images/Monety\\_Rossii/400x400/10-rublej-1992-goda-vypuska.png](http://www.itacoins.ru/images/Monety_Rossii/400x400/10-rublej-1992-goda-vypuska.png)
- Монета (орел)  
[http://rucoin.ru/files/Coins\\_1991\\_1992\\_1993/10ruble-1992\\_mmd\\_2.jpg](http://rucoin.ru/files/Coins_1991_1992_1993/10ruble-1992_mmd_2.jpg)
- Бросание кубика:  
<http://www.mlm-diary.ru/wp-content/uploads/2009/04/35000.jpg>
- Мультфильм «38 попугаев»:  
[http://ic.pics.livejournal.com/angelica62/39993662/1107022/1107022\\_original.jpg](http://ic.pics.livejournal.com/angelica62/39993662/1107022/1107022_original.jpg)
- Ванька-встанька: [http://milledi.ucoz.ru/\\_pu/43/31339363.jpg](http://milledi.ucoz.ru/_pu/43/31339363.jpg)
- Кубик:  
[http://www.sargona.ru/\\$joomla/components/com\\_virtuemart/shop\\_image/product/spot\\_neproizr%20krasnii.jpg](http://www.sargona.ru/$joomla/components/com_virtuemart/shop_image/product/spot_neproizr%20krasnii.jpg)
- Карты:  
<http://bms.24open.ru/images/e181595aaeacfa81eb39d398445553f3>