

Системы счисления

Способы записи чисел

СОДЕРЖАНИЕ

- 1. Понятие и сущность систем счисления**
- 2. Сравнительный анализ древних систем счисления**
- 3. Десятичная система счисления**

Система счисления – это способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков (цифр).

Системы счисления делятся на два вида:



ПОЗИЦИОННЫЕ

Количественные значения символов, используемых для записи чисел, зависит от их положения (места) в коде числа

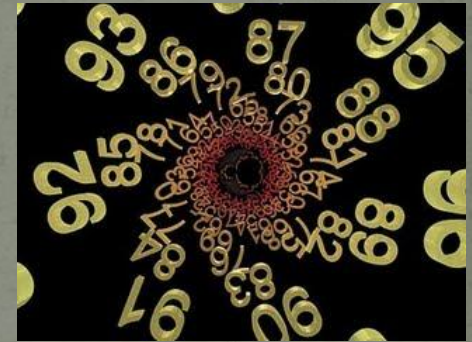
НЕПОЗИЦИОННЫЕ

Количественные значения символов, используемых для записи чисел, не зависит от их положения (места) в коде числа

● *В непозиционных* системах счисления вес цифры не зависит от позиции, которую она занимает в числе. Так, например, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.

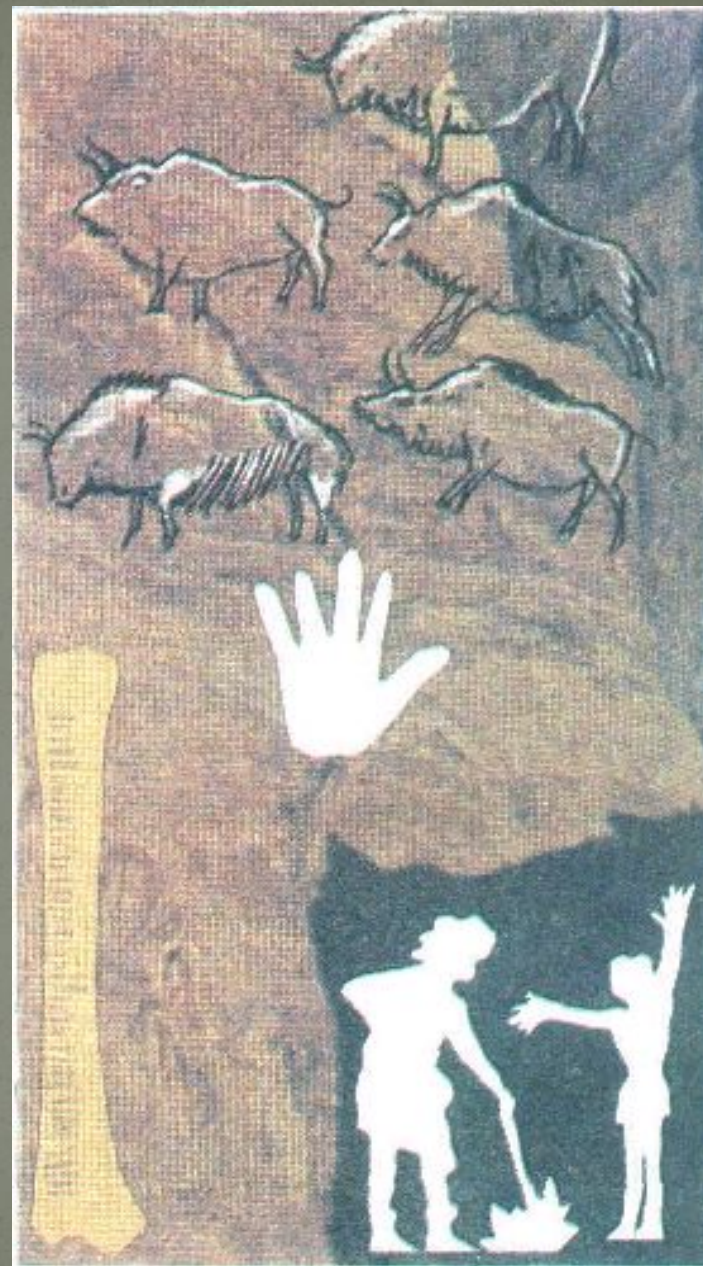
● *В позиционных* системах счисления вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее позиции в последовательности цифр, изображающих число. Любая позиционная система характеризуется своим **основанием**.

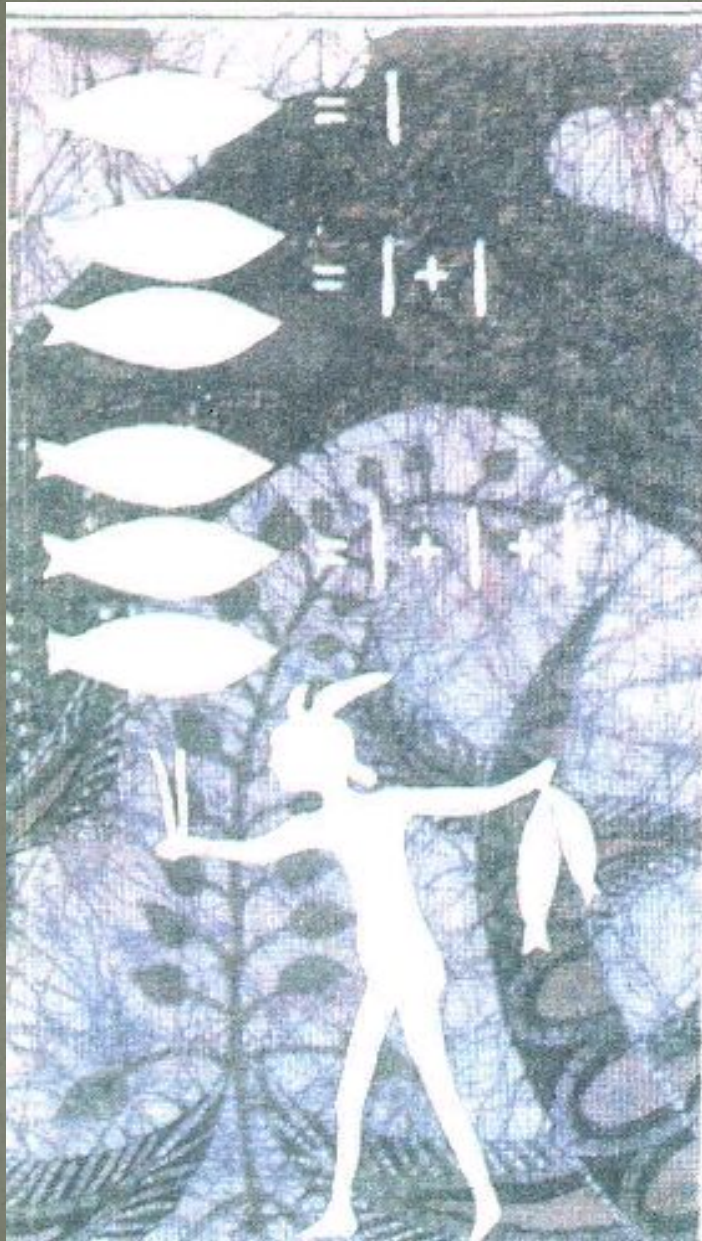
Мы привыкли считать и записывать числа
в десятичной системе счисления.



Но образование
данной системы
длилось веками,
уходя своими
корнями за нашу
эру.

Система, изобретенная первобытным человеком, была достаточно примитивной, т.к. в ней не содержалось никаких правил для оперирования с числами. Такой вид счета носит название **унарной системы счисления**, т.е. системы счисления, в которой для записи числа применяется только один вид знаков





Следы такого рода счета сохранились у многих народов и до настоящего времени. Иногда эти примитивные орудия счета (камешки, раковинки, косточки) нанизывались на шнурок или палочку, чтобы их не растерять; данный обычай впоследствии послужил к созданию более совершенных счетных приборов, сохранивших свое значение и до наших дней.

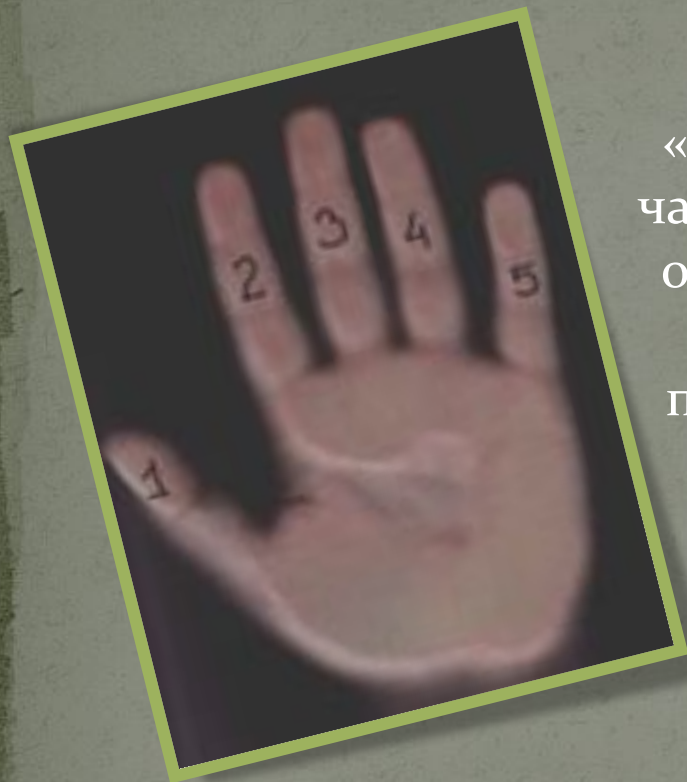


Неудобства такой системы записи чисел и ограниченность ее применения очевидны: чем большее число надо записать, тем длиннее строка из палочек; при записи большого числа легко ошибиться - нанести лишнее количество палочек или, наоборот, не дописать палочки.

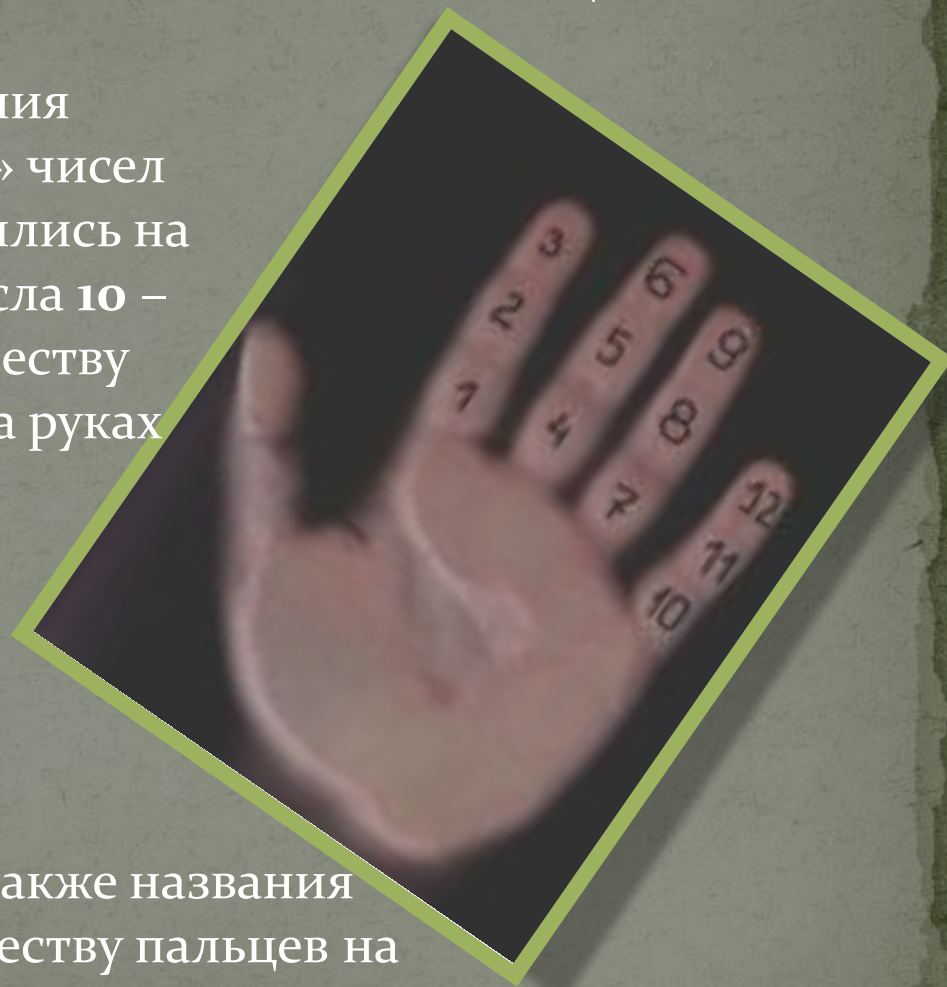


Оригинальность унарной системы заключается в том, что по типу ее можно отнести как к позиционной, так и к непозиционной системе.

Особо важную роль в счете играл природный инструмент человека – его пальцы.



названия
«больших» чисел
часто строились на
основе числа 10 –
по количеству
пальцев на руках



у некоторых народов возникали также названия чисел на основе числа 5 – по количеству пальцев на одной руке или на основе числа 20 – по количеству пальцев на руках и ногах

ДРЕВНИЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

1		6		15		1000	
2		7		50		10000	
3		8		100		10 ⁵	
4		9		150		10 ⁶	
5				500		10 ⁷	
10							

Нумерация майя

1	•	19	•••••
2	••	20	•••••
3	•••	40	•••••
4	••••		•••••
5	•••••		•••••
6	•••••		•••••
7	•••••		•••••
8	•••••		•••••
9	•••••		•••••
10	•••••		•••••

8 · 18 · 20 + 2 · 20 + 14 = 2934

19 · 18 · 20 + 13 · 20 + 11 = 7111

Вавилонская нумерация (в тексте)

1	∨	25	∩∩∩∩	Значок для нуля	↙
10	◁	72	∩∩∩∩∩∩	4200	∩∩
				3610	∩∩∩
		2934	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩		

Китайская нумерация

	иероглифы	научные обозначения		иероглифы	научные обозначения	
1	一	I	15	十五	15	2934 二千九百三十四 или II III III IIII
2	二	II	20	二十	20	
3	三	III	30	三十	30	
4	四	IIII	90	九十	90	
5	五	IIII I	100	百	100	
6	六	IIII II	200	二百	200	
7	七	IIII III	1000	千	1000	
8	八	IIII II I				
9	九	IIII I I				
10	十	IO				

Цифры в древнем Риме

I	1	VI	6
II	2	VII	7
III	3	VIII	8
IV	4	IX	9
V	5	X	10
L	50	D	500
C	100	M	1000

CDXLIV

1 — А аз	10 — И и*	100 — Р ры
2 — В веи	20 — К како	200 — С слово
3 — Г глагол	30 — Л люди	300 — Т твердо
4 — Д добро	40 — М мыслете	400 — У ук**
5 — Е есть**	50 — Н наш**	500 — Ф ферг
6 — З зело*	60 — Кси**	600 — Х хер
7 — З земля*	70 — О он	700 — Пси*
8 — И иже**	80 — П покой	800 — У омега*
9 — Ц фита*	90 — Ч червь	900 — Ц цы

* Буквы, исключенные впоследствии из русского алфавита.
** Буквы, у которых изменилось начертание.

Древнегреческие аттические

1	I	50	Γ	1000	X
5	Γ	100	Η		
10	Δ	500	Π	XXIIII	NNNNΔΔΔIII 2934

Алфавитные системы счисления

Наряду с иероглифическими в древности широко применялись алфавитные системы счисления, в которых числа изображались буквами алфавита. Так, в Древней Греции числа 1, 2, ..., 9 обозначали первыми девятью буквами греческого алфавита: $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$ и так далее. Для обозначения десятков применялись следующие девять букв: $\iota = 10$, $\kappa = 20$, $\lambda = 30$, $\mu = 40$ и так далее. Для обозначения сотен использовались последние девять букв: $\rho = 100$, $\sigma = 200$, $\tau = 300$ и так далее.

Ниже приведен греческий алфавит с числовыми значениями входящих в него букв.

Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент
Αα	Альфа	1	Ιι	Йота	10	Ρρ	Ро	100
Ββ	Бета	2	Κκ	Каппа	20	Σσ	Сигма	200
Γγ	Гамма	3	Λλ	Ламбда	30	Ττ	Тау	300
Δδ	Дельта	4	Μμ	Мю	40	Υυ	Ипсилон	400
Εε	Эпсилон	5	Νν	Ню	50	Φφ	Фи	500
—	—	6	Ξξ	Кси	60	Χχ	Хи	600
Ζζ	Дзета	7	Οο	Омикрон	70	Ψψ	Пси	700
Ηη	Эта	8	Ππ	Пи	80	Ωω	Омега	800
Θθ	Тэта	9	—	—	90	—	—	900

СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ В ДРЕВНЕМ ЕГИПТЕ

						
1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

С течением времени эти знаки изменились и приобрели более простой вид:

						
1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000

Все остальные числа составлялись из этих ключевых символов при помощи операции сложения. Например, чтобы изобразить 3 252, рисовали три цветка лотоса (три тысячи), два свернутых пальмовых листа (две сотни), пять дуг (пять десятков) и два шеста (две единицы):



Египетские обозначения

							
1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000



Иероглифическая система счисления имеет основание 10 и не является позиционной: для обозначения чисел 1, 10, 100 и т.д. в ней используются разные символы, каждый символ повторяется определенное число раз, и, чтобы прочесть число, нужно просуммировать значения всех символов, входящих в его запись. Таким образом, их порядок не играет роли, и они записываются либо горизонтально, либо вертикально.

Римская система счисления

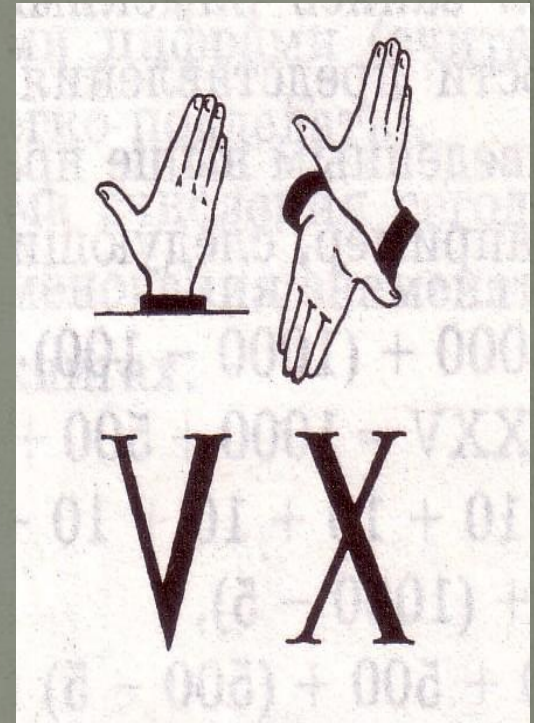
Единицы	Десятки	Сотни	Тысячи
1 I	10 X	100 C	1000 M
2 II	20 XX	200 CC	2000 MM
3 III	30 XXX	300 CCC	3000 MMM
4 IV	40 XL	400 CD	
5 V	50 L	500 D	
6 VI	60 LX	600 DC	
7 VII	70 LXX	700 DCC	
8 VIII	80 LXXX	800 DCCC	
9 IX	90 XC	900 CM	

- До нас дошла римская система записи чисел, которая в некоторых случаях применяется в нумерации (века, тома в собрании сочинений и др.). В римской системе в качестве цифр используются латинские буквы:

- I V X L C D M

- 1 5 10 50 100 500 1000

- Эта система непозиционная. В ней цифры записываются слева направо. Если слева записана меньшая цифра, а справа - большая, то их значения вычитаются. Наоборот - складываются.



Славянский цифровой алфавит

Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент	Буква	Название	Числовой эквивалент
Ѧ	Аз	1	Ѧ	И	10	Ѧ	Рцы	100
Ѣ	Веди	2	Ѣ	Како	20	Ѣ	Слово	200
Ѧ	Глаголь	3	Ѧ	Люди	30	Ѧ	Твердо	300
Ѧ	Добро	4	Ѧ	Мыслете	40	Ѧ	Ук	400
Ѧ	Есть	5	Ѧ	Наш	50	Ѧ	Ферт	500
Ѧ	Зело	6	Ѧ	Кси	60	Ѧ	Хер	600
Ѧ	Земля	7	Ѧ	Он	70	Ѧ	Пси	700
Ѧ	Иже	8	Ѧ	Покой	80	Ѧ	Омега	800
Ѧ	Фита	9	Ѧ	Червь	90	Ѧ	Цы	900

Славянская глаголическая нумерация

*Наш современный
алфавит также имеет
цифровые значения*

† ₁	⌘ ₁₀	Ь ₁₀₀	Ѡ ₁₀₀₀
Г ₂	⌚ ₂₀	Ѡ ₂₀₀	
⌘ ₃	Ѡ ₃₀	Ѡ ₃₀₀	

Ѡ	единицы	А 1	Б 2	В 3	Г 4	Д 5	Е 6	Ё 7	Ж 8	З 9
⌘	десятки	И 10	Й 20	К 30	Л 40	М 50	Н 60	О 70	П 80	Р 90
Ѡ	сотни	С 100	Т 200	У 300	Ф 400	Х 500	Ц 600	Ч 700	Ш 800	Щ 900
Ѡ	тысячи	Ъ 1000	Ы 2000	Ь 3000	Э 4000	Ю 5000	Я 6000			

Система счисления ацтеков и майя



У ацтеков и майя, населявших американский континент и создавших там высокую культуру, почти полностью уничтоженную испанскими завоевателями в XVI - XVII в., была принята двадцатеричная система счисления. Та же система была принята у кельтов, населявших Западную Европу, начиная со II тысячелетия до нашей эры.

Вавилонская система

счисления

1	∩	11	∠∩	21	∠∠∩	31	∠∠∠∩	41	∠∠∠∠∩	51	∠∠∠∠∠∩
2	∩∩	12	∠∩∩	22	∠∠∩∩	32	∠∠∠∩∩	42	∠∠∠∠∩∩	52	∠∠∠∠∠∩∩
3	∩∩∩	13	∠∩∩∩	23	∠∠∩∩∩	33	∠∠∠∩∩∩	43	∠∠∠∠∩∩∩	53	∠∠∠∠∠∩∩∩
4	∩∩∩∩	14	∠∩∩∩∩	24	∠∠∩∩∩∩	34	∠∠∠∩∩∩∩	44	∠∠∠∠∩∩∩∩	54	∠∠∠∠∠∩∩∩∩
5	∩∩∩∩∩	15	∠∩∩∩∩∩	25	∠∠∩∩∩∩∩	35	∠∠∠∩∩∩∩∩	45	∠∠∠∠∩∩∩∩∩	55	∠∠∠∠∠∩∩∩∩∩
6	∩∩∩∩∩∩	16	∠∩∩∩∩∩∩	26	∠∠∩∩∩∩∩∩	36	∠∠∠∩∩∩∩∩∩	46	∠∠∠∠∩∩∩∩∩∩	56	∠∠∠∠∠∩∩∩∩∩∩
7	∩∩∩∩∩∩∩	17	∠∩∩∩∩∩∩∩	27	∠∠∩∩∩∩∩∩∩	37	∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩	47	∠∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩	57	∠∠∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩
8	∩∩∩∩∩∩∩∩	18	∠∩∩∩∩∩∩∩∩	28	∠∠∩∩∩∩∩∩∩∩	38	∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩∩	48	∠∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩∩	58	∠∠∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩∩
9	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	19	∠∩∩∩∩∩∩∩∩∩	29	∠∠∩∩∩∩∩∩∩∩∩	39	∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩∩∩	49	∠∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩∩∩	59	∠∠∠∠∠∩∩∩∩∩∩∩∩∩
10	∠	20	∠∠	30	∠∠∠	40	∠∠∠∠	50	∠∠∠∠∠		

Вавилонская нумерация (в тексте)

1	▼	25	◀◀▼▼▼	Значок для нуля	↘
10	◀	72	▼◀▼▼	4200	▼◀
				3610	▼↘◀
		2934	◀◀▼▼▼◀◀▼▼▼		



- является комбинацией шестидесятеричной и десятичной систем с применением позиционного принципа;
- используется всего два символа для обозначения числа 1 и числа 10.
- шестидесятеричной системой пользуются до сих пор при измерении времени и углов.

$$\leftarrow \text{▼} \text{▼} = 12, \quad \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{▼} = 31, \quad \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{▼} \text{▼} \text{▼} \text{▼} = 45.$$

Все число в целом записывалось в позиционной системе счисления с основанием 60. Поясним это на примерах.

Запись ▼▼▼▼▼▼ ▼▼ обозначала $6 \cdot 60 + 3 = 363$, подобно тому как наша запись 63 обозначает $6 \cdot 10 + 3$.

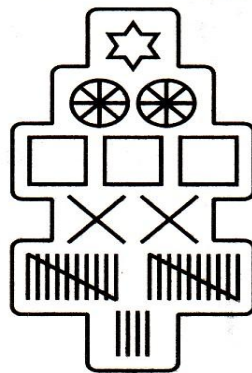
Запись ◀◀◀▼▼ ◀◀◀◀◀▼▼ обознала $32 \cdot 60 + 52 = 1972$; запись ▼ ▼▼ ▼▼▼▼ обозначала $1 \cdot 60 \cdot 60 + 2 \cdot 60 + 4 = 3724$.

Ясачные грамоты

- ☆ — тысяча рублей,
- ⊗ — сто рублей,
- — десять рублей,
- × — один рубль,
- ▨ — десять копеек,
- | — копейка.

Дабы не можно было сделать здесь никаких прибавлений, все таковые знаки очерчивать кругом прямыми линиями.»

Например, 1232 рубля 24 копейки изображались так:



ЧИСЛОВЫЕ ИЕРОГЛИФЫ ДРЕВНЕГО ЕГИПТА

1	8	1000
2	9	10000
3	10	10^5
4	15	10^6
5	50	10^7
6	100	
7	150	
	500	

ЧИСЛА АЦТЕКСКИХ ПЛЕМЕН (XI-XVII ВЕКА)

• 1	•• 2	••• 3	•••• 4	PP◇ 50
			••••• 5	PPP 60
			•••••• 6	PPP◇ 70
			••••••• 7	PPPP 80
			•••••••• 8	PPPP◇ 90
			••••••••• 9	↘ 100
			◇ 10	≡ 200
			◇•• 15	↘↘ 400
			P 20	↘↘↘ 500
			P◇ 30	↘↘↘≡ 1000
			PP 40	⊙ 8000

ЦИФРЫ В ДРЕВНЕМ РИМЕ

I	1	VI	6
II	2	VII	7
III	3	VIII	8
IV	4	IX	9
V	5	X	10
L	50		
C	100		
D	500		
M	1000		



АЛФАВИТНОЕ ОБОЗНАЧЕНИЕ ЧИСЕЛ КИРИЛЛИЦЕЙ

Ѧ	1	Ѧ	20	Ѧ	300	
Ѣ	2	Ѧ	30	Ѧ	400	
Ѧ	3	Ѧ	40	Ѧ	500	
Ѧ	4	Ѧ	50	Ѧ	600	Ѧ 100.000
Ѣ	5	Ѧ	60	Ѧ	700	Ѧ 200.000
Ѧ	6	Ѧ	70	Ѧ	800	Ѧ ЛЕГИОН
Ѧ	7	Ѧ	80	Ѧ	900	Ѧ ЛЕОДР
Ѧ	8	Ѧ	90	Ѧ	1000	Ѧ ВОРОН
Ѧ	9	Ѧ	100	Ѧ	2000	Ѧ КОЛОДА
Ѧ	10	Ѧ	200	Ѧ	3000	



ДРЕВНЕГРЕЧЕСКАЯ АЛФАВИТНАЯ СИСТЕМА ЧИСЕЛ

Α	1	Κ	20	Β	2	Λ	30	Γ	3	Μ	40	Δ	4	Ν	50	Ε	5	Ξ	60	Ζ	6	Ο	70	Θ	7	Π	80	Ι	8	Φ	90	ΚΑ	9	Χ	100	ΙΑ	10	Ψ		Ω	
---	---	---	----	---	---	---	----	---	---	---	----	---	---	---	----	---	---	---	----	---	---	---	----	---	---	---	----	---	---	---	----	----	---	---	-----	----	----	---	--	---	--

ЧИСЛА ДРЕВНИХ ИНДЕЙЦЕВ



•	1
••	2
•••	3
••••	4
•••••	5
••••••	6
•••••••	7
••••••••	8
•••••••••	9
••••••••••	10
•••••••••••	15
••••••••••••	20

КЛИНОПИСНЫЕ ЗАПИСИ ЧИСЕЛ ДРЕВНЕГО ВАВИЛОНА (2500-2000г. до н.э.)



1	1	11	11
11	2	111	12
111	3	1111	13
1111	4	11111	14
11111	5	111111	15
111111	10	1111111	20
1111111	30	11111111	50

1111111111	15
111111111111	20

$$\begin{array}{r} 14\ 230\ 056\ 763 \\ + 15\ 925\ 787\ 693 \\ \hline 30\ 155\ 844\ 456 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 221\ 987\ 542\ 260 \\ 381\ 254\ 098\ 276 \\ \hline 60\ 40\ 536 \end{array}$$



Многочисленные следы различных систем сохранились до нашего времени, однако, для выполнения вычислений мы всегда пользуемся десятичной системой.

Арабские шифры используемые в арабских странах Африки(кроме Египта)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Индо- арабские шифры, используемые в арабских странах Азии и в Египте	•	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Персидские шифры	•	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Цифры в письме <u>деванагари</u>	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९
Цифры в письме <u>гуджарати</u>	૦	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯
Цифры в письме <u>гурмукхи</u>	੦	੧	੨	੩	੪	੫	੬	੭	੮	੯
Цифры в <u>бенгальском</u> письме	০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
Цифры в письме <u>ория</u>	୦	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯
Цифры в письме <u>телугу</u>	౦	౧	౨	౩	౪	౫	౬	౭	౮	౯
Цифры в письме <u>каннада</u>	೦	೧	೨	೩	೪	೫	೬	೭	೮	೯
Цифры в письме <u>малаялам</u>	൦	൧	൨	൩	൪	൫	൬	൭	൮	൯
Цифры в <u>тамилском</u> письме	௦	௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯
Цифры в <u>тайском</u> письме	๐	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙
Цифры в <u>явском</u> письме	ꦒ	ꦏ	ꦏ꧀ꦱ	ꦏ꧀ꦲ	ꦏ꧀ꦴ	ꦏ꧀ꦺ	ꦏ꧀ꦶ	ꦏ꧀ꦸꦏ꧀	ꦏ꧀ꦸꦏ꧀ꦸ	ꦏ꧀ꦸꦏ꧀ꦸꦏ꧀

К VII—V вв. до н. э. относятся первые индийские письменные математические памятники. Мы называем изобретенные индийцами цифры 1, 2, ..., 9 и нуль арабскими, так как заимствовали их у арабов, но сами арабы называли эти цифры индийскими, а арифметику, основанную на десятичной системе — “индийским счетом”

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
XII век	١	٢٢	٣	٤	٥,٥	٦	٧	٨	٩	٠
1197 г.	١	٢,٢	٣	٤,٩	٥	٦	٧	٨	٩	٠
1275 г.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
1294 г.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
1303 г.	١	١,٢	٣٣	٤	٥,٥	٦	٧,٨	٨	٩	٠
1360 г.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
1442 г.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠

Эволюция арабских цифр

Время многократно изменяло облик десятичных цифр , пока они не приобрели привычный для нас вид . Некогда написание цифр было таким:




Такое изображение десятичных цифр не случайно : каждая цифра обозначает число , соответствующее количеству углов в ней . Подсчитайте и убедитесь в этом сами!

Структура десятичной системы счисления.

Основание этой системы счисления равно десяти. В этой системе счисления используется десять цифр. В настоящее время для обозначения этих цифр используются символы 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Число в десятичной системе счисления записывается как сумма единиц, десятков, сотен, тысяч и так далее.

Десятичная система счисления, наиболее распространённая система счисления. Основанием Д. с. с. является число 10, которое образует единицу 2-го разряда, единицей 3-го разряда будет $100 = 10^2$, вообще единица каждого следующего разряда в 10 раз больше единицы предыдущего Д. с. с. основана на позиционном принципе, т. е. в ней один и тот же знак (цифра) имеет различные значения в зависимости от того места, где он расположен. В связи с этим для записи всех чисел нуждаются в особых символах только первые 10 чисел. Символы эти, обозначаемые знаками 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, называются цифрами.



Арифметические действия над десятичными числами производятся с помощью достаточно простых операций, в основе которых лежат известные каждому школьнику таблицы умножения и сложения, а также правило переноса: если в результате сложения двух цифр получается число, которое больше или равно 10, то оно записывается с помощью нескольких цифр, находящихся на соседних позициях. Изучаемые в самом раннем возрасте, эти правила в результате повседневной практики усваиваются так прочно, что мы оперируем ими уже подсознательно. По этой причине сегодня многие люди даже и не догадываются о существовании других систем счисления.

Для углубления своих знаний по этой теме
используйте литературу:

- Энциклопедический словарь юного математика.- М.: «Педагогика»
И.И. Семакин, Е. Г. Хеннер «Информатика 7-9 класс»
-
- М.: Лаборатория базовых знаний, 2000
О.Ефимова, В.Морозова, Н.Угринович «Курс компьютерной технологии» учебное пособие для старших классов.-М.: ООО «Издательство АСТ»2000
- М.Клайн «Математика. Поиск истины.»- М.: «Мир»
- ¹⁹⁸⁸Учебники по информатике Кушниренко,Гейна, Есипова и других авторов.
- А. Даан - Дальмедико, Ж. Пейффер «Пути и лабиринты. Очерки по истории математики» :Пер. с франц.-М.: Мир,1986