КГУ «Забеловская средняя школа»

Циклы по условию на языке Pascal

Учитель информатики:
Корогод В.А

Цель урока

Изучить циклы
с предусловием
While… do
и с постусловием
Repeat… until
на примере решения
задач с
использованием
рекуррентных
соотношений и
бесконечных рядов.

Повторим!

Цикл – процесс многократного повторения каких-либо действий. Язык Паскаль имеет три оператора, с помощью которых можно организовать циклическую структуру:

- ✔ ***Цикл с параметром*** (счетчиком)
  “Для” (***For … ***)
- ✔ ***Цикл с предусловием*** “Пока”
  (***While … do***)
- ✔ ***Цикл с постусловием*** “До”
  (***Repeat … until***)

Поговорим о цикле **For…to…do**

Пусть решается простая задача вывода на экран целых чисел от 1 до 10.

Для этой задачи идеально подходит цикл со счетчиком ***For…to… do*** **.**

Программа

```
var i: integer;    {счетчик}
Begin
      For i:=1 to 10 do
        Writeln(i);
End.
```

Надо помнить

- ✔ В цикле ***For … to … do*** начальное значение переменной ***i*** меньше предельного.
- ✔ Шаг изменения ***i*** по умолчанию равен +1.
- ✔ Переменная ***i*** НИКОГДА не может стоять СЛЕВА от оператора присваивания «***:=***».

Тип переменной ***i*** – любой ***скалярный (integer, byte, char, др.)*** КРОМЕ ***вещественного.*** ***i*** НИКОГДА не может быть ***real*** .

Когда **For…to…do** уступает место

- Если число повторений известно наперед, цикл ***For*** идеален!
- Циклы ***While… do*** и ***Repeat… until*** используются в целом классе задач, когда повторные вычисления заканчиваются ***по заданному наперед условию***:

✔ при табулировании графиков функций на заданном интервале ***с заданным шагом***;

✔ для расчета ***с заданной точностью*** сумм бесконечных асимптотических рядов, с помощью которых выражаются тригонометрические функции, трансцендентные числа ***π = 3,1415***… и основание натурального логарифма ***e=2,72***…;

✔ для вычисления квадратного корня из числа методом Герона.

Сравнение циклов **While** и **Repeat**

Формат оператора цикла с предусловием:

<присвоение начальных значений переменным, входящим в условие>

While <условие> **do**

begin

Тело цикла

<действие 1>

<действие 2>

.....

<действие N>

<изменение условия>

end;

Общее в этих циклах

Формат оператора цикла с постусловием:

< присвоение начальных значений переменным, входящим в условие >

Repeat

Тело цикла

<действие 1>

<действие 2>

.....

<действие N>

<изменение условия>

until <условие> ;

1. ***До цикла*** задается ***начальное значение переменных***, входящих в условие. ***Условие*** - выражение ***булевского*** типа.
2. ***В теле цикла*** значение переменных, входящих в условие, должны ***обязательно изменять свое значение***, иначе возникнет ситуация «зависания».

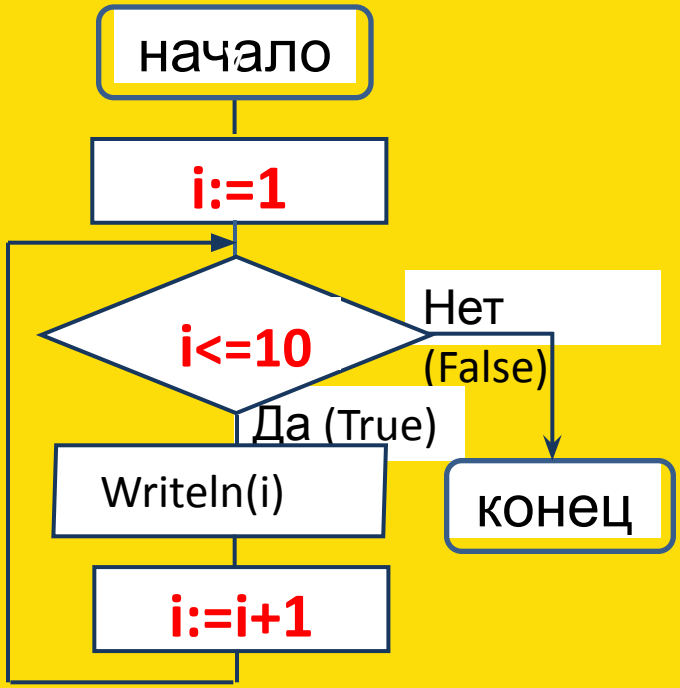
Цикл предусловием **While … do**

Решение задачи о выводе 10 целых чисел на экран с использованием цикла ***While… do***:

Программа

```
var i: integer; {счетчик}
Begin
  i:  =1;  {начальное значение}
  While  i<=10  do
    begin
      Writeln(i);
      i:=i+1
end; {While}
End.
```

Блок-схема алгоритма



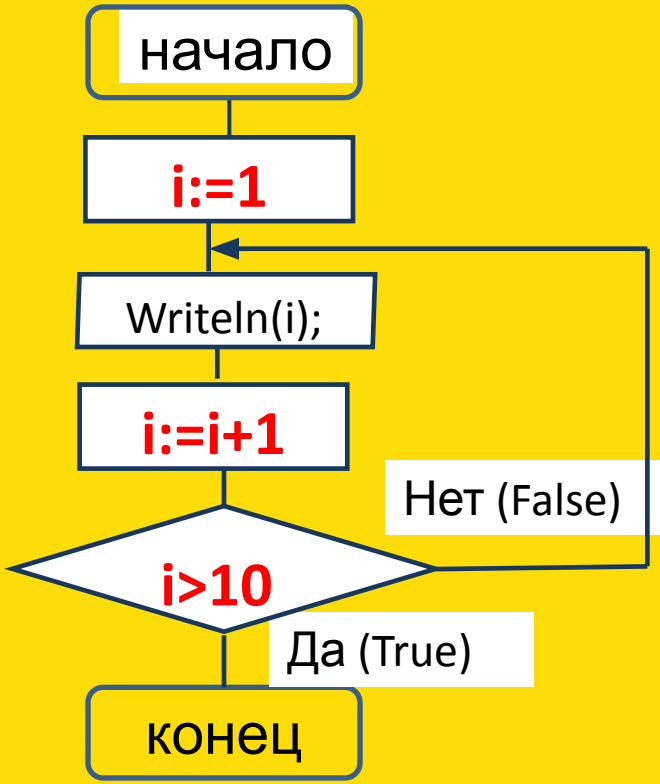
Особенности цикла **While…do**

- Так как условие проверяется на входе в цикл, то ***при неверном условии цикл не выполняется ни разу***, т.е. не выполняются операторы, стоящие в теле цикла.
- Операторы, входящие в тело цикла, обязательно заключаются в ***операторные скобки,*** если в теле цикла более одного оператора. В противном случае будет выполняться только первое действие, стоящее под заголовком цикла.
- В теле цикла должно обязательно выполняться ***действие, приводящее к изменению условия***, иначе цикл станет бесконечным. Оператор, в котором изменяются переменные, входящие в условие, может стоять не обязательно в конце цикла.

Цикл с постусловием **Repeat … until**

Решение задачи о выводе
10 целых чисел на экран
с использованием цикла
Repeat … until;

Блок-схема алгоритма



Программа

```
var i: integer; {счетчик}
Begin
 i:  =1;  {начальное значение}

  Repeat
     Writeln(i);
      i:=i+1
   Until i>10
End.
```

Особенности цикла **Repeat…until**

- Так как условие проверяется на выходе из цикла, то ***цикл выполняется хотя бы один раз.***
- Все операторы, стоящие в теле цикла, выполняются ДО проверки условия, поэтому ***операторные скобки не ставятся***.
- В ***теле цикла*** должно обязательно выполняться ***действие, приводящее к изменению условия***, иначе цикл станет бесконечным. Оператор, в котором изменяются входящие в условие переменные, может стоять не обязательно в конце цикла.

Решаем самостоятельно

Два варианта одной задачи:

Вариант 1

Два игрока A и B бросают кубик ***N*** раз, суммируя результаты бросков. Напишите программу, определяющую победителя после ***N*** бросков.

Вариант 2

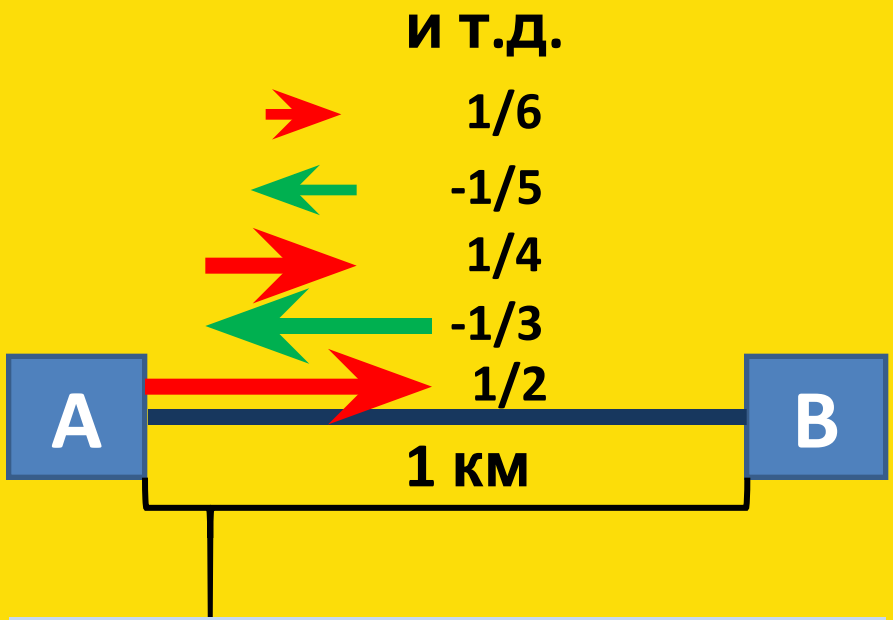
Два игрока A и B бросают кубик и суммируют результаты бросков. Победителем объявляется игрок, набравший первым объявленную сумму очков ***S***. Напишите программу, определяющую победителя.

Какой цикл целесообразно использовать?

Почему?

Задача о рассеянном джентльмене

Некто отправился на работу из дома (пункт А) в офис (пункт В). Расстояние между домом и офисом равно 1 км. Пройдя половину пути, джентльмен вспомнил, что не попрощался с семьей, повернул назад и прошел третью часть расстояния и, боясь опоздать на работу, снова повернул и прошел четверть расстояния. Затем снова повернул и прошел 1/5 расстояния и т.д.



На каком расстоянии от офиса окажется джентльмен, если продолжит свои метания? Провести вычисления расстояния с точностью до 1 см.

Анализ задачи

- ✔ Расстояние, на котором окажется джентльмен от дома (А), можно записать так:

  $S_A = 1/2 - 1/3 + 1/4 - 1/5 + 1/6 – 1/7 +… (-1)^{i+1} /i…$

  Так как расстояние АВ=1, джентльмен окажется от места работы на расстоянии ***S***:

  $S=1-S_A = 1- [1/2 - 1/3 + 1/4 - 1/5 + 1/6 - 1/7 +… (-1)^{i+1} /i …$

  Таким образом, решение задачи сводится к вычислению суммы ***гармонического ряда***:

  $S= 1-1/2 + 1/3 – 1/4 + 1/5 -… (-1)^{i+1} /i -…$
- ✔ Суммирование продолжаем, пока абсолютное значение разности сумм, вычисленных на (i+1)-м шаге и *i*-м шаге, больше наперед заданного малого числа ***eps*** , т.е. ***|S-S1|> eps***.

  Таким образом, ряд вычисляется приближенно с заданной погрешностью.
- ✔ Для решения задачи используем цикл ***While***.

Программа для задачи о джентльмене

```
Program harmony_riad; {Вычисление гармонического ряда};
  uses crt;
  const eps=0.00001; {заданная точность вычисления}
  var    i: integer;     S,S1 : real;      p: integer;
Begin
  clrscr;      {очистка экрана}
  s1:=0;       {начальное значение сумматора}
  s:=1;        {суммирование 1-го члена ряда}
  i:=1;        {начальное значение для 1-го члена ряда }
  p:= -1;      {знак числа отрицательный}
  while abs(s1-s) > eps do
    begin
      s1:=s;    {запоминаем сумму, вычисленную на
 предыдущем шаге}
      i:=i+1;       {формирование следующего члена ряда
 числа }
      s:=s+p/i;    {суммирование знакопеременного ряда}
      p:= - p;       {смена знака}
    end; {while}
   writeln('S от офиса=', s:7:5);
```

Рекуррентные соотношения

В математике известно понятие ***рекуррентной последовательности чисел*** (от латинского «*recurrere*» – «*возвращаться*»).

Это понятие вводят так: пусть известно ***k*** чисел $a_1, \dots, a_k$, которые являются началом числовой последовательности. Следующие элементы этой последовательности вычисляются так:

$a_{k+1}=F(a_1, \dots, a_k)$; $a_{k+2}=F(a_1, \dots, a_{k+1})$; $a_{k+3}=F(a_1, \dots, a_{k+2})$;…,

$$a_{k+i}=F(a_1, \dots, a_{k+i-1})$$

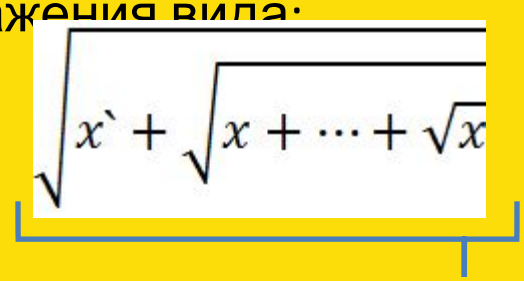
Величина ***i*** называется ***глубиной рекурсии***.

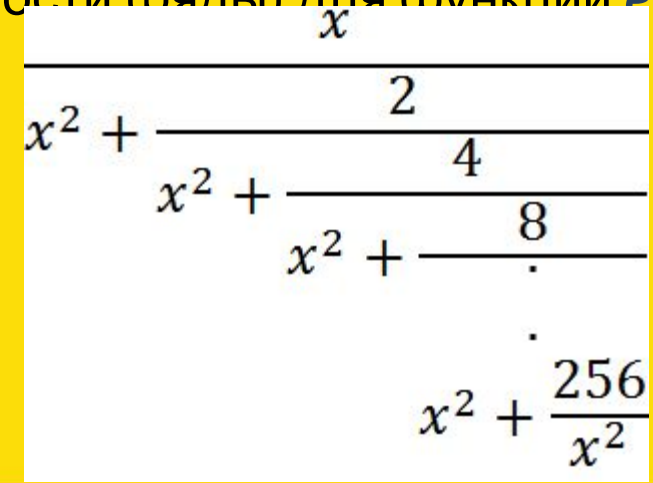
Рекуррентными называются соотношения, в которых очередной член последовательности выражен через один или несколько предыдущих.

Примеры рекуррентных соотношений

С помощью ***метода рекуррентных соотношений*** вычисляют:

- ✔ арифметические и геометрические последовательности;
- ✔ последовательность чисел Фибоначчи;
- ✔ бесконечные последовательности (ряды) для тригонометрических функций;
- ✔ бесконечные последовательности (ряды) для функций e^x, ***sqrt(x)***, ***ln(1+x)***;
- ✔ выражения вида:





Анализ задачи о вычислении $\sqrt{a}$

- ***Задача.*** Вычислить квадратный корень целого числа **a** по рекуррентной формуле *Герона* $X_{i+1}=(X_i + a/X_i)/2$ при заданной точности вычисления ***eps***.
- ***Алгоритм вычисления***. Зададим X_1 - начальное значение корня из числа ***a.***
  Например, $X_1 = a/2$.
  Тогда каждое следующее приближение вычисляется через предыдущее:

$$X_2=(X_1 + a/X_1)/2$$
$$X_3=(X_2 + a/X_2)/2$$
$$\text{----------}$$
$$X_{i+1}=(X_i + a/X_i)/2$$

Вычисление продолжаем до тех пор, пока выполнится модуль разницы между X_{i+1} и X_i станет меньше заданной погрешности вычисления eps: $|X_{i+1} - X_i| < eps$

Для решения задачи используем цикл ***Repeat… until***.

Program mysqrt

```
program mysqrt;
 {Вычисление  квадратного корня числа по формуле
 Герона} {x=(x+a/x)/2}
   uses crt;
   const eps=0.0001;
   var      a: integer;     x, x1: real;
 Begin
   clrscr;
   write('Введите число a=');   readln(a);
   x:=a/2; {начальное значение корня}
   repeat
     x1:=x; {запоминаем предыдущее приближение корня}
     x:=(x+a/x)/2; {вычисляем (i+1)-е приближение корня}
   until abs(x-x1)<eps;
   writeln (' Корень числа ',a,' равен  ',x);
   readln
 End.
```

Задачи с бесконечными рядами

- ***Задача.*** Вычислить сумму бесконечного ряда $S=x - x^3/3! + x^5/5! - x^7/7! +\ldots$ с заданной точностью ***eps***.
- Будем использовать рекуррентную формулу, с помощью которой каждый последующий член ряда выражается через предыдущий., т.е. справедливо соотношение:

  $u_n = q\, u_{n-1}$
- Определяем величину ***q***, последовательно рассмотрев отношение второго члена к перовому, третьего ко второму, четвертого к третьему и т.д.:

  $q_1 = u_2 / u_1 = - (x^3/3!)/x = - x^2/(2 * 3)$

  $q^1 = u^3 / u^2 = - (x^5 / 5!) / (x^3/3!) = - x^2/(4 * 5)$

  $q^2 = u^3 / u^2 = - (x^7 / 7!)/ (x^5/ 5!) = - x^2/(6 * 7)$
- Для произвольного ***q*** справедлива рекуррентная формула:

  $q = - x^2 / k/(k+1)$, где $k= 2, 4, 6, \ldots$
- В языках программирования стандартная функция ***sin(x)*** рассчитывается с помощью асимптотического ряда ***S***.

Program mysin

```
Program mysin;
      const eps=0.00001; {точность вычислений}
      var     u: real;  s: real;  к : integer;
Begin
      write (‘Введите x='); readln(x);
      s:=0; {обнуление суммы}
      к:=0; {начальное значение переменной k}
      u:=x; {первый член ряда}
      while abs(u) > eps do
        begin
          s:=s+u; {суммируем ряд}
          к:=к+2; { формируем четное число }
           u:= - u * sqr(x) / к/ (к+1) ; {k-член ряда}
        end;
      writeln (' сумма ряда S=',S);
       writeln (' sin x=', sin(x));
      readln
End.
```

Арифметическая последовательность

В символьной записи ***арифметическую прогрессию*** можно представить так:

$$a,\ a+d,\ a+2*d,\ a+3*d,\ldots,\ a+(N-1)*d.$$

Здесь ***a*** – первый член последовательности, ***d*** – разность между двумя соседними членами, ***N*** – число членов последовательности.

Например:

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + … + 99 (a=1, d=2)

2 + 4 + 6 + 8 +…+ 100 (a=2, d=2)

Два типа задач:

- ✔Вычислить сумму ***S*** при заданном числе членов ***N*** (используем цикл ***For***).
- ✔Определить число членов ***N*** при достижении заданной суммы ***S*** (используем цикл ***While***).

Геометрическая прогрессия

Геометрической последовательностью называется последовательность, в которой отношение между ее членом и членом, ему предшествующим, есть величина постоянная.

В символьной записи это можно записать так:

$$a,\ a*r,\ a*r^2,\ a*r^3,\ \dots,\ a*r^{(N-1)}$$

Здесь буквой ***a*** обозначен первый член последовательности, буквой ***r*** – ее знаменатель и буквой ***N*** – число членов последовательности.

Например, если a=4, r=0.5, N=7, получаем последовательность

4, 2, 1, 0.5, 0.25, 0.125, 0.625

Сумма геометрической прогрессии S определяется формулой: $S= a + a*r + a*r^2 + a*r^3 + \dots + a*r^{(N-1)}$

Задача «Изумруды»

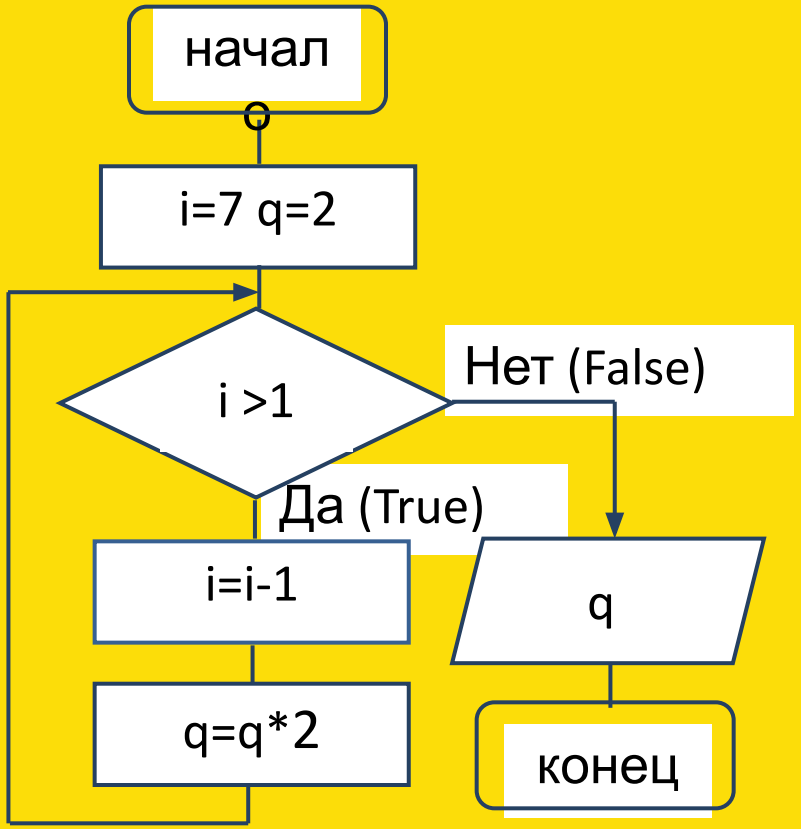
Задача

У царя было семь сыновей. В сундуке лежали изумруды. Пришел первый сын и взял половину того, что было. Пришел второй сын и взял половину того, что осталось и т.д. ***Каждый из сыновей приходил и забирал половину того, что осталось***. Наконец, пришел последний, седьмой сын и увидел почти пустой сундук — с двумя изумрудами.

Сколько изумрудов лежало в сундуке первоначально?

*При решении задачи будем использовать цикл **While…do.***

Блок-схема



Программа

```
Program izumrud;
  Var I, q, r:  integer;
Begin
    i=7   'номер 7-го сына
   q=2   'седьмому сыну досталось 2 изумруда
   r=2 ‘разность геометрической прогрессии
  WriteLn(‘i=‘,  I, ‘   q=‘, q)
While i>1 do
   begin
     q=q*r     ‘ вычисление i-того члена прогрессии
      i=i-1          ' номер следующего сына уменьшается на 1
      WriteLn(‘i=‘,  I, ‘   q=‘, q)
  end;
WriteLn(‘всего  ‘,q,’  изумрудов’)
End.
```

Задание

1. Не используя стандартные функции (за исключением ***abs***), вычислить с разной точностью eps>0:

a) $Y1=e^x = 1+x/1! + x^2/2! +\ldots+ x^n/n! \ldots;$

b) $Y2= \cos(x) = 1- x^2/2! + x^4/4! -\ldots+ (-1)^n x^{2n}/(2n)! +\ldots;$

c) $Y3= \ln(1+x)= x - x^2/2 + x^3/3 -\ldots + (-1)^{n-1} x^n/(n)+\ldots$

2. Определить количество итераций (повторений) ***n*** в зависимости от ***eps***.

3. Занести данные в таблицу:

eps	y1	n	y2	n	y3	n
0.001						
0.0001						
0.00001						

Можно ли вычислить число π?

- Одним из самых знаменитых чисел в математике , вычисленных приближенно, является число ***π.***
- Число ***π*** определяется как отношение длины окружности к ее диаметру.
- Вот значение ***π*** до 16-го знака:

  3.1415926535897932…
- Числу воздвигают монументы и посвящают стихи.
- Во всех алгоритмических языках есть стандартная функция для вычисления числа ***π.*** В языке Паскаль это функция ***Pi.***

Гордый Рим трубил победу
Над твердыней Сиракуз;
Но трудами Архимеда
Много больше я горжусь.
Надо только постараться
И запомнить все как есть:
Три – четырнадцать – пятнадцать
– Девяносто два и шесть! (С.Бобров)

Монумент числу π установлен в Сиэтле

Число π и бесконечные ряды

У числа π очень интересная история. Еще в 200 г. до нашей эры греческий математик Архимед (тот самый Архимед, который, купаясь в море, вдруг воскликнул «Эврика!» и открыл знаменитый закон Архимеда!) утверждал, что число π меньше, чем 22/7 и больше, чем 223/71.

Многие математики выводили формулы для приближенного вычисления π в виде бесконечных рядов, например:

$$\pi = 4 - 4/3 + 4/5 - 4/7 + 4/9 - 4/11 + \ldots$$

(Готфрид Лейбниц (около 1673 г.)

$$\pi = 2\sqrt{3}\left[1 - 1/(3*3) + 1/(3^2*5) - 1/(3^3*7) + \ldots\right],$$

(Шарп (около 1699 г.))

$$\pi = \sqrt{6 + 6/1^2 + 6/2^2 + 6/3^2 + 6/4^2 + 6/5^2 \ldots}$$

(Эйлер (около 1736 г.)).

Здесь *sqrt* — обозначение знака квадратного корня из числа.

Домашнее задание

Задача 1. Напишите программу для вычисления n-й степени числа X. Вычисление описать каждым из трех вариантов оператора цикла: ***For… to…do, While… do, Repeat… until.***

Задача 2. Вычислив асимптотический ряд

$S= 1-1/3 +1/5 -1/7 + 1/9 - \ldots (-1)^{i+1} (1/(2i+1))\ldots$

с точностью eps=0.0001 , вы узнаете, чему равно число π = 4*S . Напишите программу вычисления числа ***π*** и сравните со значением ***π***, вычисленным с помощью стандартной функции ***Pi***.

Замечание. Здесь удобно использовать такую формулу для нечетного числа:

i:=i+2 (i=1, 2, 3…).

Инструкция к демонстрации презентации

Запуск анимационных эффектов осуществляется с помощью триггеров:

Цель урока

Общее в этих циклах

A