

ОСНОВЫ ЛОГИКИ

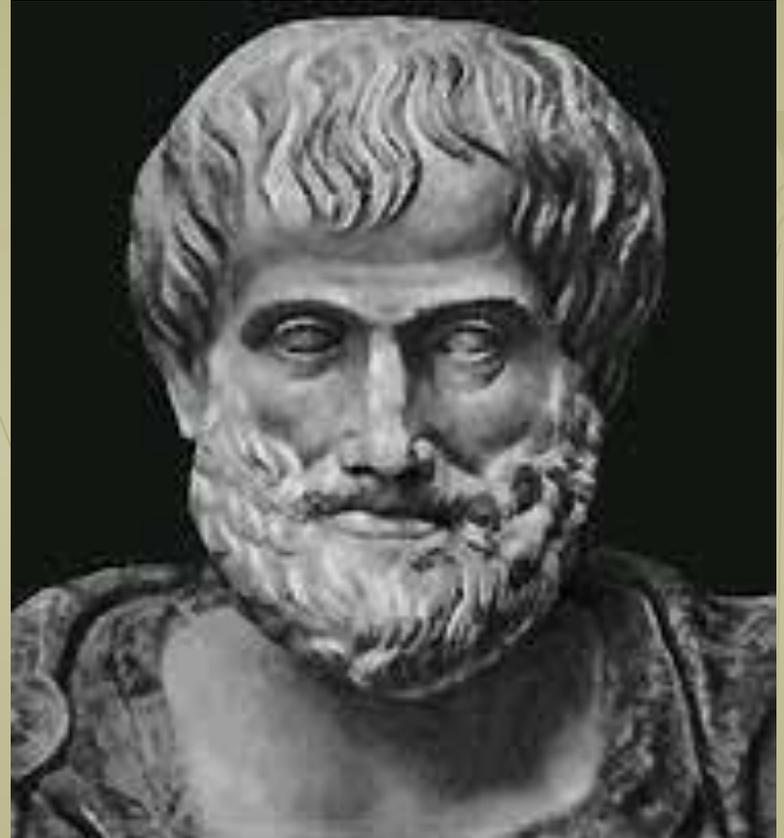


Цели:

- Способствовать формированию представления об истории возникновения и эволюции логического мышления.
- Способствовать формированию навыков формально-логического мышления, умению рассуждать, формулировать выводы с использованием рефлексии.
- Создать условия для формирования знаний и навыков о возможности однозначной интерпретации произвольной информации на основе алгебры логики.
- Способствовать формированию информационной культуры и потребности в приобретении знаний.

Персоналии.

- Основы формальной логики заложил ученый Древней Греции – Аристотель.
- Заслуга ученого состоит в том, что он отделил форму мышления от содержания, попытался соединить логику и математику, разработал раздел теории доказательств.



Аристотель.
(384 г.-322 г. до н.э.)

Персоналии.

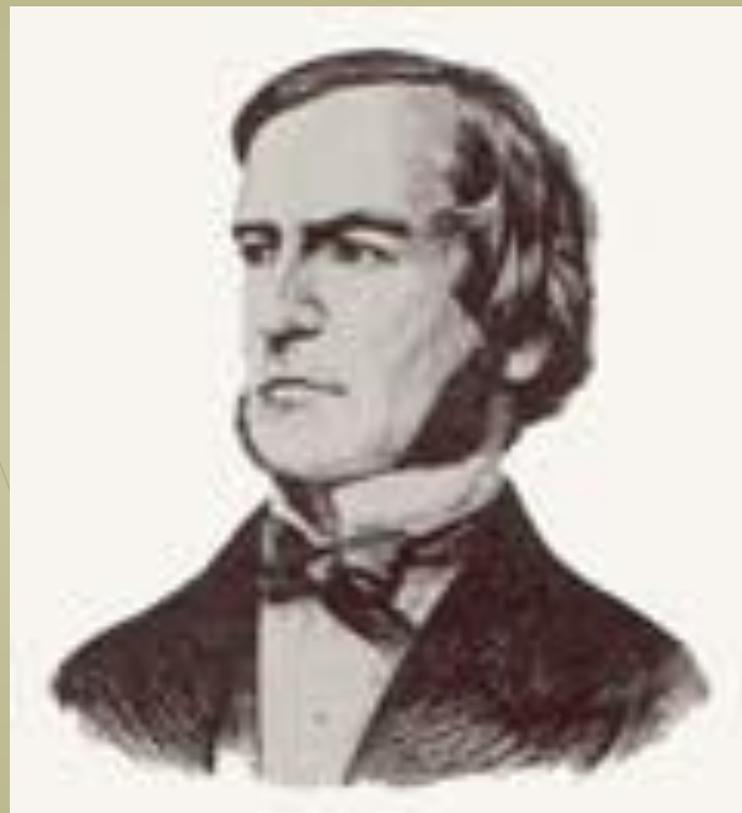


ВИЛЬГЕЛЬМ ЛЕЙБНИЦ
(1646-1716)

- Лейбниц взглянул на логику Аристотеля через призму математики. Им написан трактат - «Азбука мыслей», сжатый и краткий язык символов.
- Лейбниц разработал идею логического исчисления. Рассуждения обозначил буквами, сложные высказывания - формулами.
- В результате удалось содержательные рассуждения заменить формальными вычислениями.

Персоналии.

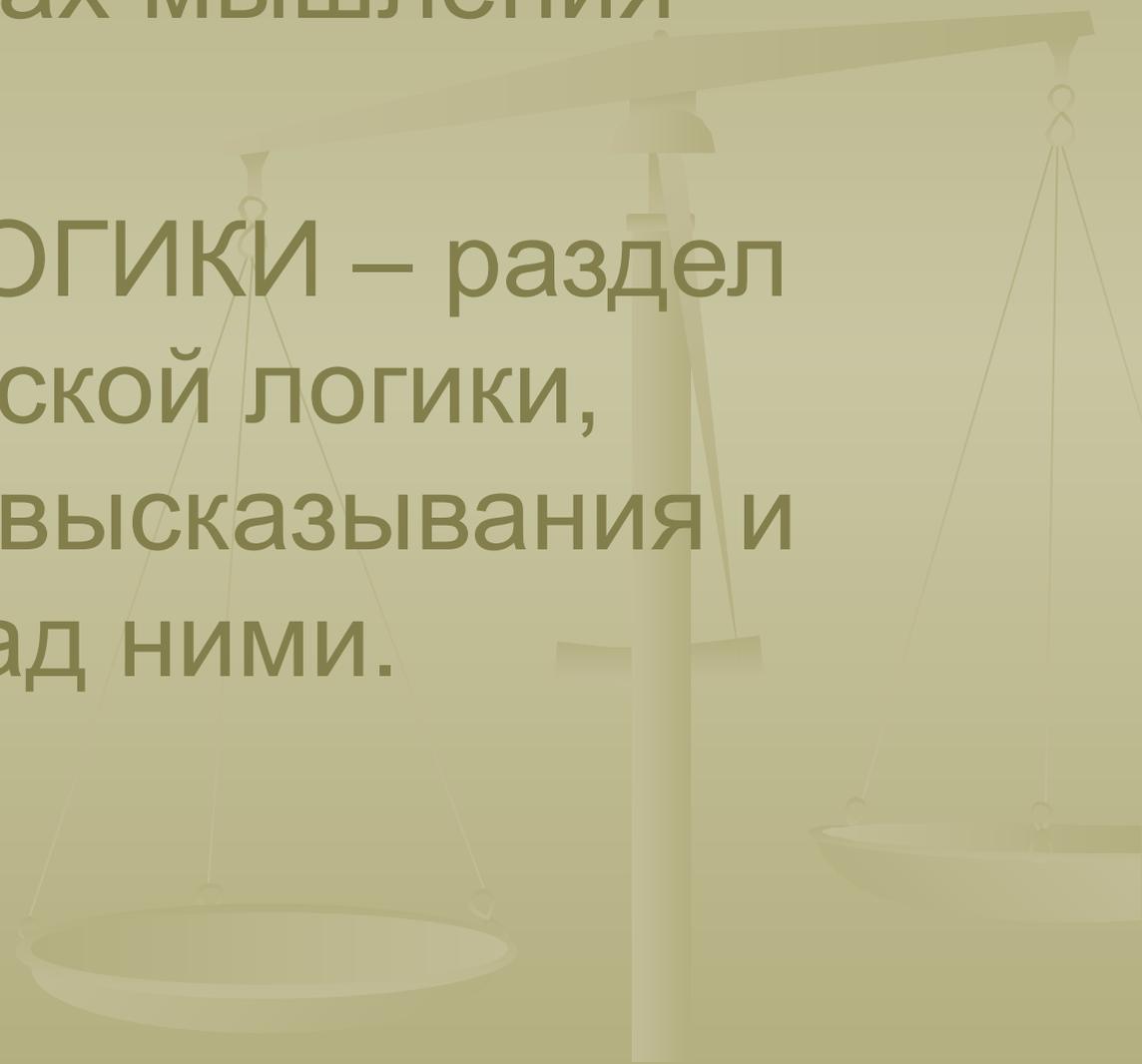
- Дж. Буль - автор известных произведений, в т.ч. работы «Математический анализ логики» (1847 г.)
- Основной труд Дж. Буля - «Исследование законов мысли», в котором представлен раздел логики - алгебра высказываний.



Джордж Буль
1815 – 1864 г.г.

ЛОГИКА – это наука о формах и способах мышления

АЛГЕБРА ЛОГИКИ – раздел математической логики, изучающий высказывания и операции над ними.



ПОНЯТИЕ – это форма мышления,
фиксирующая основные,
существенные признаки объекта.

Понятие имеет две стороны:
содержание и объем.

Содержание - это совокупность
признаков объекта.

Объем – это совокупность
(количество) объектов на которые эти
признаки распространяются.

ВЫСКАЗЫВАНИЕ – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними. Высказывание может быть истинно или ложно.

- Свое понимание окружающего мира человек формулирует в форме высказываний. (суждений, утверждений). Высказывание строится на основе понятий и по форме является повествовательным предложением. Высказывание об объекте может быть истинным или ложным, но не может быть истинным и ложным одновременно.
- Высказывание не может быть вопросительным или повелительным т.к. оценка истинности или ложности невозможна. Истинность является величиной относительной, и зависит от многих причин и обстоятельств.

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (заключение).

- Умозаключение позволяет на основе известных фактов, выраженных в форме высказываний, получить заключение, т.е. новое знание.
- Посылками умозаключения могут быть только истинные суждения, тогда заключение будет истинным, в противном случае можно прийти к ложному умозаключению.

Основные понятия

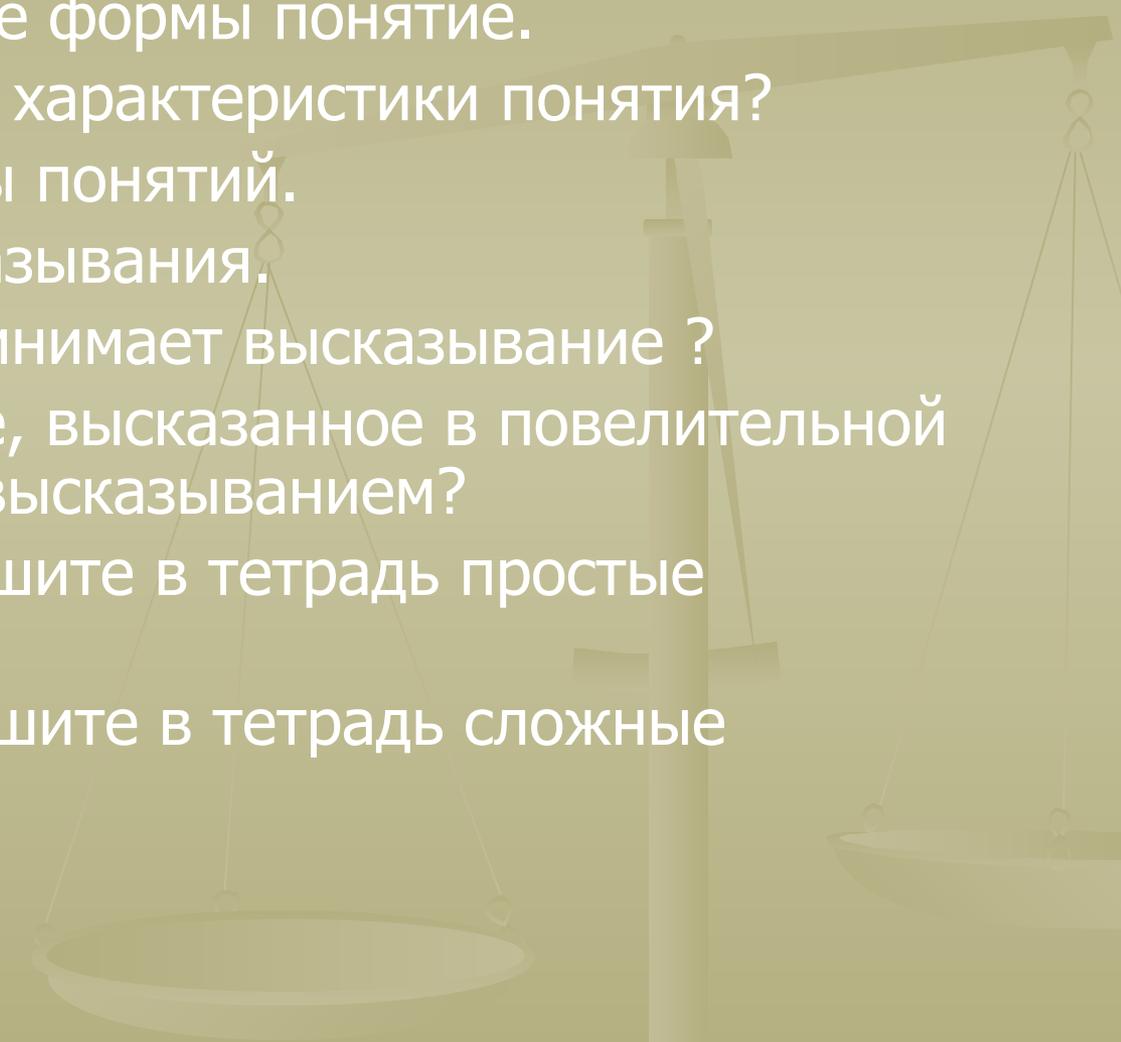
Константы алгебры логики (булевой алгебры) – логический 0 (ложь) и логическая 1 (истина).

Логические переменные принимают только два значения - логический 0 или логическая 1.

Логической функцией F от набора логических переменных x_1, x_2, \dots, x_n называется функция, которая может принимать только два значения: логический 0 или логическая 1.

Любая логическая функция может быть задана с помощью таблицы истинности.

Проверь себя:

- 1 Каково определение формы понятие.
 - 2 Назовите основные характеристики понятия?
 - 3 Приведите примеры понятий.
 - 4 Определение высказывания.
 - 5 Какие значения принимает высказывание ?
 - 6 Может ли суждение, высказанное в повелительной форме являться высказыванием?
 - 7 Придумайте и запишите в тетрадь простые высказывания.
 - 8 Придумайте и запишите в тетрадь сложные высказывания.
- 

Элементарные логические
операции.

Таблицы истинности.

Логические схемы.



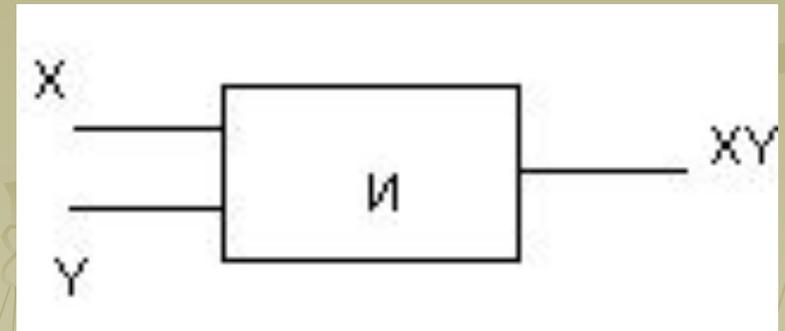
Основные логические операции:

- **Конъюнкция**, логическое умножение (and - и);
- **Дизъюнкция**, логическое сложение (or - или);
- **Инверсия**, логическое отрицание (not - не);
- **Импликация** (- следование)(если высказывание истинно, то...)
- **Эквивалентность** (\sim - тогда и только тогда, когда)

Высказывания в алгебре логики обозначаются латинскими буквами

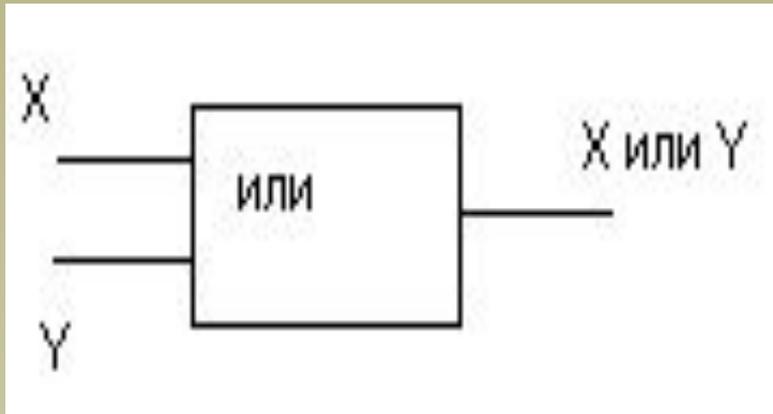
Конъюнкция $F(A,B)=A*B$

- Соединение двух простых высказываний A и B в одно составное с помощью союза И называется **ЛОГИЧЕСКИМ УМНОЖЕНИЕМ** или **конъюнкцией**.
- Обозначение:
 - $A*B$,
 - A и B , A and B
 - $A \wedge B$



A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дизъюнкция $F(A,B)=A \vee B$

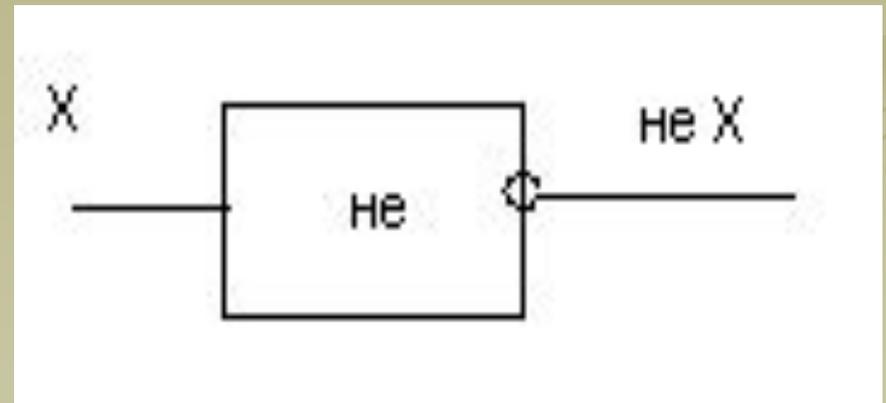


A	B	A или B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Соединение двух простых высказываний A и B в одно с помощью союза ИЛИ, употребляемого в неисключающем смысле, называется **ЛОГИЧЕСКИМ СЛОЖЕНИЕМ** или **дизъюнкцией**.
- Обозначение:
 - $A+B$,
 - A или B, A or B
 - $A \vee B$

И н в е р с и я $F(A) = \text{не } A$

- Присоединение частицы НЕ к сказуемому данного простого высказывания A называется логическим отрицанием.
- Обозначение:
не A



A	не A
0	1
1	0

Заполните самостоятельно таблицу:

формула	высказывание	тигр	волк	бурундук	заяц
A	Зверь полосатый				
B	Зверь хищный				
Не A					
Не B					
A и B					
A или B					

Проверьте правильность:

Формула	высказывание	тигр	волк	бурундук	заяц
A	Зверь полосатый	и	л	и	л
B	Зверь хищный	и	и	л	л
Не A	Зверь не полосатый	л	и	л	и
Не B	Зверь не хищный	л	л	и	и
A и B	Зверь полосатый и хищный	и	л	л	л
A или B	Зверь полосатый или хищный	и	и	и	л

Импликация $F(A,B) = A \rightarrow B$

- Импликацией двух высказываний A и B называется новое высказывание, которое ложно только тогда, когда высказывание A истинно, а B – ложно, во всех же остальных случаях истинно.

- Обозначение:

- $A \rightarrow B$

- A следует B

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Эквивалентность $F(A,B)= A \sim B$

- Соединение двух простых высказываний A и B в одно с помощью связки «...тогда и только тогда, когда...», называется операцией эквивалентности.
- Обозначение:
 $A \sim B$

	A	B	$A \sim B$
0	0	0	1
0	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Эквивалентность

ПРИМЕР:

А- «Земля вращается вокруг Солнца по эллиптической орбите»

В- «Число 35 кратно 19»

$A \sim B$ - «Земля вращается вокруг Солнца по эллиптической орбите тогда и только тогда, когда число 35 кратно 19»

Логические (булевы) выражения -

Это булевы константы и переменные, связанные логическими операциями И, ИЛИ и НЕ в единую формулу.

СТАРШИНСТВО ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ :

- 1) Инверсия
- 2) Конъюнкция
- 3) Дизъюнкция

Для изменения порядка действий используются скобки.

Теоремы алгебры логики

1. $\text{не } 0 = 1, \quad \text{не } 1 = 0$
2. $X \text{ or } 0 = X, \quad X \cdot 1 = X$
3. $X \text{ or } 1 = 1, \quad X \cdot 0 = 0$
4. $X \text{ or } X = X, \quad X \cdot X = X$ – 3-н идемпотентности –
основной закон алгебры Буля, в
соответствии с
которым исключаются все коэффициенты и
показатели степеней.

$$\mathbf{A + A + A + A = A}$$

$$\mathbf{A \cdot A \cdot A = A}$$

Теоремы алгебры логики

5. $X \text{ or } \text{не}X=1, X \cdot \text{не}X=0$

6. $\text{не}(\text{не}X) = X$ – закон двойного отрицания

7. $X \text{ or } Y = Y \text{ or } X, X \cdot Y = Y \cdot X$
КОММУТАТИВНЫЙ ЗАКОН

8. $X \text{ or } X \cdot Y=X, X \cdot (X \text{ or } Y)=X$ - закон поглощения

Теоремы алгебры логики

Для самостоятельного изучения:

Закон де Моргана

$$\begin{aligned}\text{не } (A \text{ или } B) &= (\text{не } A) \text{ и } (\text{не } B) \\ \text{не } (A \text{ и } B) &= (\text{не } A) \text{ или } (\text{не } B)\end{aligned}$$

Ассоциативный закон

Сочетательный (ассоциативный) закон:

$$\begin{aligned}(A \text{ или } B) \text{ или } C &= A \text{ или } (B \text{ или } C) \\ (A \text{ и } B) \text{ и } C &= A \text{ и } (B \text{ и } C)\end{aligned}$$

Дистрибутивный закон

Распределительный (дистрибутивный) закон:

$$\begin{aligned}(A \text{ и } B) \text{ или } C &= (A \text{ или } C) \text{ и } (B \text{ или } C) \\ (A \text{ или } B) \text{ и } C &= (A \text{ и } C) \text{ или } (B \text{ и } C)\end{aligned}$$

Алгоритмы решения логических задач:

Большинство логических задач решается по следующему алгоритму:

- изучение условия задачи
- обозначение используемых высказываний буквами
- составление логических выражений, удовлетворяющих всем требованиям задачи
- объединение их в одно выражение
- Вычисление всех значений этого логического выражения
- проверка полученного решения по условию задачи

Используемая литература:

- Информатика. Толковый словарь основных терминов. – Тула: Арктоус, 1996
- Касаткин ВН, Информация. Алгоритмы.– Москва: Просвещение, 1991
- Шауцукова , Информатика.-М.: Просвещение, 2001
- Информатика. Задачник-практикум в 2 т. /Под ред ИГ Семакина, ЕК Хеннера- М.:ЛБЗ, 2000

Автор:

- Манохина Татьяна Федоровна,
учитель ОИ и ВТ
- Шелаболихинский район
с. Макарово
МКОУ «Макаровская СОШ»

