

Системы

счисления

- **ЦЕЛЬ:** Ознакомить учащихся с одним из разделов школьного курса информатики историей развития и классификацией различных систем счисления, с алгоритмом перевода из десятичной системы счисления в другие (двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная).
- **Используемые информационные продукты:**
  - Microsoft Power Point - для создание и демонстрации презентации;
  - Microsoft Word - для набора текста;
  - Paint - для создания графических объектов;
  - Adobe Photoshop - для редактирования графических объектов;
- **Системные требования:**
  - Презентацию можно выполнить на компьютере любого класса где содержаться Win98/ME/2000/XP
  - Программа Microsoft Power Point любой версии.
  - Особых ограничений НЕТ.
- **Содержание проекта:**

Основные темы:

  - История системы счисления
  - Непозиционные системы счисления
  - Позиционные системы счисления
  - Двоичная арифметика
  - Алгоритм перевода чисел из одной системы счисления в другую

# Представление числовой информации с помощью систем счисления

## ЧЕМ ОТЛИЧАЕТСЯ ЦИФРА ОТ ЧИСЛА?

Для записи информации о количестве объектов используются **числа**.

Числа записываются с использованием особых знаковых систем, которые называются **системами счисления**.

Знаки системы счисления, с помощью которых записывают числа – это **цифры**.



**ЦИФР ОГРАНИЧЕННОЕ КОЛИЧЕСТВО,  
А ЧИСЕЛ БЕСКОНЕЧНО МНОГО!**

# Унарная система счисления

В древние времена, когда люди начали считать, появилась потребность в записи чисел.

Количество предметов изображалось нанесением **равного количества** черточек, зарубок или засечек на какой-либо твердой поверхности.



Такая система записи чисел называется единичной (**унарной**), так как любое число в ней образуется путем повторения одного знака, символизирующего единицу.

Раскопки относятся к периоду палеолита (10–11 тысяч лет до н.э.)

# Типы систем счисления

## Типы систем счисления

### Позиционны

е

значение цифры **зависит** от ее места (*позиции*) в записи числа;

### Непозиционн

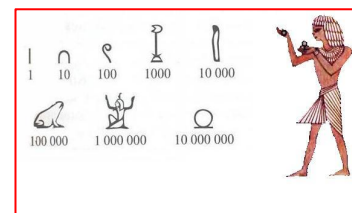
ые

значение цифры **не зависит** от ее места (*позиции*) в записи числа;

# Непозиционная система счисления

✓ Римская

ЦИФРЫ В ДРЕВНЕМ РИМЕ			
I	1	VI	6
II	2	VII	7
III	3	VIII	8
IV	4	IX	9
V	5	X	10
L	50		
C	100		
D	500		
M	1000		



✓ Древнеегипетская

✓ Древнегреческие

↵	- тысяча (1000)
⊕	- тьма (10 000)
☀	- легион (100 000)
⊕	- леандр (1 000 000)
⊕	- ворон (10 000 000)
⊕	- колода (100 000 000)

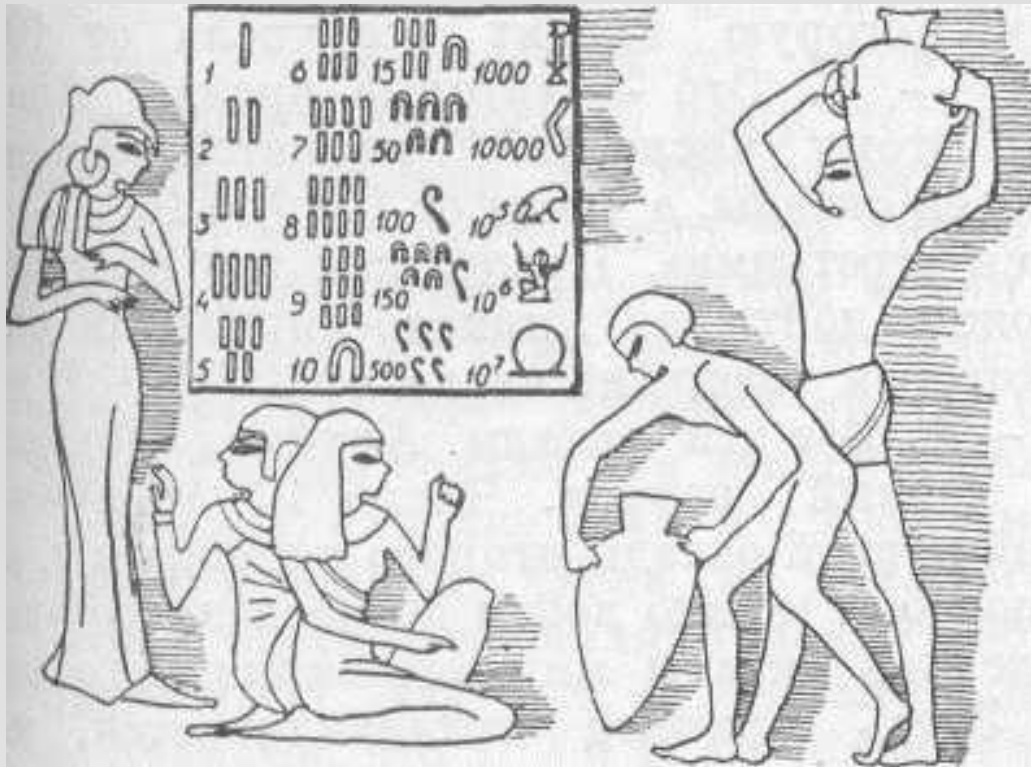
0	1	2	3	4
⊕	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
•	••	•••	••••	•••••
10	11	12	13	14
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕
15	16	17	18	19
⊕	⊕	⊕	⊕	⊕

✓ Старославянская

✓ Древнеиндийская



# Древнеегипетская система счисления



Возникла во второй половине III тысячелетия до н.э.

Каждый символ повторяется определенное число раз, и, чтобы прочесть число, нужно просуммировать значения всех символов, входящих в его запись.

# Древнегреческая система счисления

## Древнегреческая аттическая пятеричная

В древнейшее время в Греции была распространена так называемая Аттическая система счисления, название происходит от области Греции– Аттики со столицей Афины.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IIII	Γ	ΓΙ	ΓΙΙ	ΓΙΙΙ	ΓΙΙΙΙ
10	100	1000	10000	50	500	5000		
Δ	Η	Χ	Μ	Ϛ	ϛ	Ϝ		

$$\text{ΗΗϚΓ} = 256, \quad \text{ΧΧϚΙ} = 2051$$

$$\text{ΗΗΗϚϛϜϛ} = 382, \quad \text{ϚΧΧϚΗΗΗ} = 7800$$



# Славянская система счисления

Алфавитная система была принята и в Древней Руси. Получила большое распространение в связи с тем, что имела полное сходство с греческой записью чисел.

Была создана для перевода священных библейских книг для славян греческими монахами братьями **Кириллом и Мефодием в IX веке.**

Использовалась она нечасто, но достаточно долго.

По организации повторяет греческую нумерацию. Использовалась она **с VIII по XIII в.**

$$\text{Щ} \text{Ѡ} \text{Ѣ} = 800 + 60 + 3 = 863$$

Ѡ<sub>1</sub>

Ѣ<sub>2</sub>

Ѧ<sub>3</sub>

Ѩ<sub>4</sub>

Ѭ<sub>5</sub>

Ѯ<sub>6</sub>

Ѱ<sub>7</sub>

Ѳ<sub>8</sub>

Ѵ<sub>9</sub>

ѦѦ<sub>10</sub>

ѦѨ<sub>20</sub>

ѦѬ<sub>30</sub>

ѦѮ<sub>40</sub>

ѦѬѬ<sub>50</sub>

ѦѬѮ<sub>60</sub>

ѦѰ<sub>70</sub>

ѦѲ<sub>80</sub>

ѦѴ<sub>90</sub>

ѦѦѦ<sub>100</sub>

ѦѦѨ<sub>200</sub>

ѦѦѬ<sub>300</sub>

ѦѦѮ<sub>400</sub>

ѦѦѬѦ<sub>500</sub>

ѦѦѬѮ<sub>600</sub>

ѦѦѰ<sub>700</sub>

ѦѦѲ<sub>800</sub>

ѦѦѴ<sub>900</sub>

# Славянская система счисления

## Славянская кириллическая десятичная алфавитная

А	В	Г	Д	Е	З	И	Й	Ѡ
<i>аз</i>	<i>веди</i>	<i>глаголь</i>	<i>добра</i>	<i>есть</i>	<i>зело</i>	<i>земля</i>	<i>иже</i>	<i>фита</i>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
І	К	Л	М	Н	Ѣ	О	П	Ч
<i>и</i>	<i>како</i>	<i>люди</i>	<i>мыслете</i>	<i>наш</i>	<i>кси</i>	<i>он</i>	<i>покой</i>	<i>червь</i>
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Р	С	Т	У	Ф	Х	Ѩ	Ѧ	Ц
<i>рцы</i>	<i>слово</i>	<i>твердь</i>	<i>ук</i>	<i>ферт</i>	<i>жа</i>	<i>пси</i>	<i>о</i>	<i>цы</i>
100	200	300	400	500	600	700	800	900

	Тысяча	1000
	Тьма	10 000
	Легион	100 000
	Леодр	1 000 000
	Ворон	10 000 000
	Колода	100 000 000

ДИ = 14

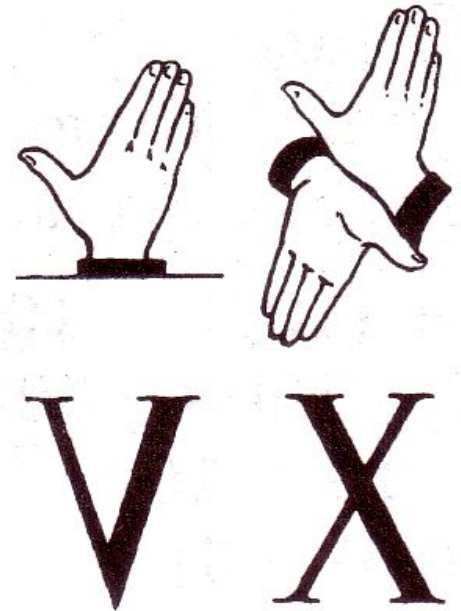
ѦѢГ = 863

# Римская непозиционная СС

**(500 лет до н.э.)** Используется обозначение веков, номера глав в книгах, циферблат часов

Для записи чисел используются буквы латинского алфавита

<b>I</b>	<b>1</b>
<b>V</b>	<b>5</b>
<b>X</b>	<b>10</b>
<b>L</b>	<b>50</b>
<b>C</b>	<b>100</b>
<b>D</b>	<b>500</b>
<b>M</b>	<b>1000</b>



# Римская непозиционная СС

—

если **меньшая**  
цифра стоит **слева**  
от большей  
**IX (10-1=9)**

+

если **меньшие**  
цифры стоят **справа**  
от большей  
**XII (10+1+1=12)**

не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд

**Примеры:**

**X X X I I = 32**

**97 = XCVII**

**98 = XCVIII**

**D X L I = 542**

**99 = XCIX**

**100 = C**

**101 = CI**

**102 = CII**

# Римская непозиционная СС

Переведите числа в римскую СС и обратно.

$$\mathbf{MCDLXIV} = 1000 + (500 - 100) + (50 + 10) + (5 - 1) = 1464$$

$$\mathbf{1279} = 1000 + 200 + 70 + 9 = \mathbf{MCCLXXIX}$$

**М            СС            LXX            IX**

**Самостоятельно:**

$$\mathbf{CMXVII} =$$

$$\mathbf{405} =$$

$$\mathbf{MMCSXXIX} =$$

$$\mathbf{1984} =$$

$$\mathbf{MCMCLXIII} =$$

$$\mathbf{2983} =$$

# Недостатки непозиционных СС

- ✓ Существует постоянная потребность введения новых знаков для записи больших чисел.
- ✓ Невозможно представлять дробные и отрицательные числа.
- ✓ Сложно выполнять арифметические операции, так как не существует алгоритмов их выполнения.



# Позиционные системы счисления

**Позиционная система** - значение цифры определяется ее позицией в записи числа.


- ✓ Десятичная
- ✓ Вавилонская (шестидесятиричная)
- ✓ Племена индейцев Майя (двадцатеричная)
- ✓ Двенадцатеричная (древняя Шумера)
- ✓ В компьютерной технике (двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная)


# Вавилонская система счисления

**Шестидесятеричная вавилонская система** – первая известная система счисления, основанная на позиционном принципе.

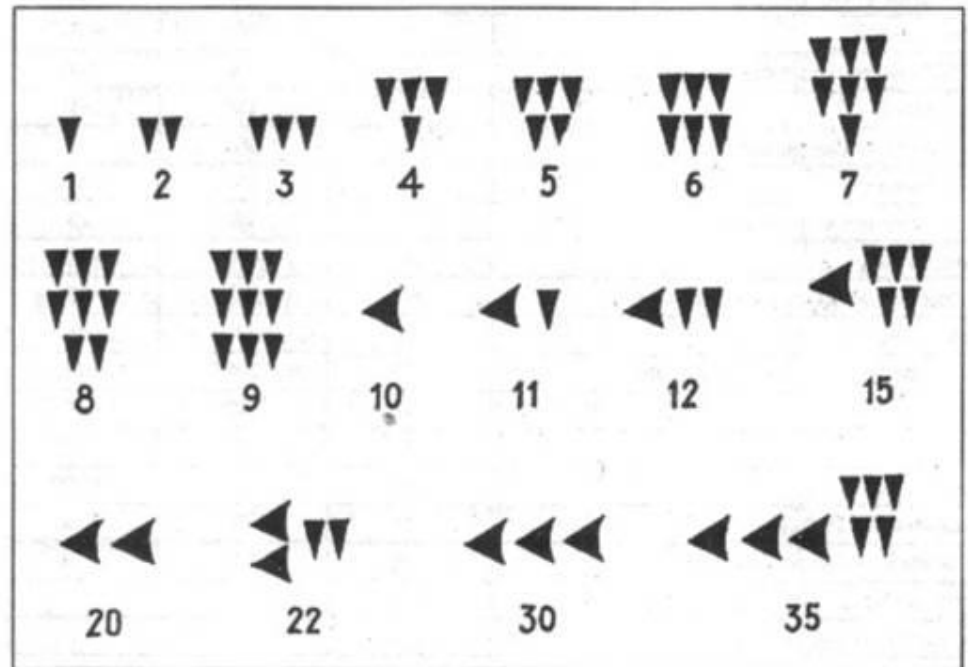
Числа менее 60 обозначались с помощью двух знаков: прямой клин служил для обозначения единиц, лежащий клин – для обозначения десятков.

 - единицы

 - десятки

 - ноль

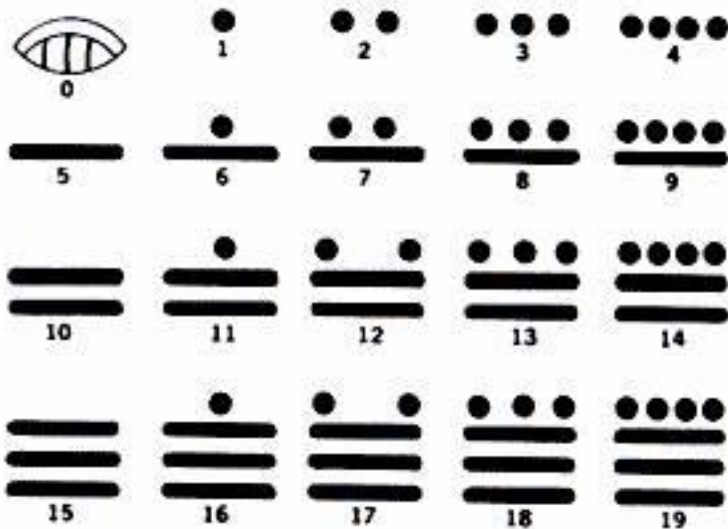
Древний Вавилон  
(II тысячелетие до нашей эры)





# Вавилонская система счисления

У ацтеков и майя, населявших американский континент и создавших там высокую культуру, почти полностью уничтоженную испанскими завоевателями в XVI - XVII в., была принята **двадцатеричная система счисления.**



Бактун	144,000 дней	
Катун	7,200 дней	
Тун	360 дней	
Виналь	20 дней	
Кин	1 день	

= 20

= 21

= 55

= 249

# Арабская нумерация

Самая распространенная на сегодняшний день нумерация, которой мы пользуемся в настоящее время.

**0 1 2 3 4 5 6 7 8 9**

**400 г. н.э.** – изобретена в Индии

**800 г.н.э.** – заимствована арабами

**в 1200 г.н.э.** - начали применять в Европе,

В Европе они стали известны благодаря трудам арабских математиков, и потому за ними утвердилось название

«арабские», хотя сами арабы вплоть до настоящего времени пользуются совсем другими символами.



Арабские цифры:

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

В России арабская нумерация стала использоваться при Петре I (до конца XVII века сохранилась славянская нумерация)

Наиболее распространенными  
в настоящее время являются :

-десятичная

-двоичная

-восьмеричная

-шестнадцатеричная

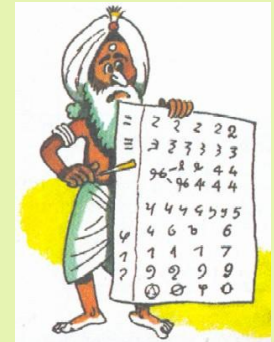
ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.



# Десятичная система счисления

Любое число мы можем записать при помощи десяти цифр:

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**



Именно поэтому наша современная система счисления называется **десятичной**.

Известный русский математик **Н.Н.Лузин** так выразился по этому поводу:

**«Преимущества десятичной системы счисления не математические, а зоологические. Если бы у нас было на руках не десять пальцев, а восемь, то человечество бы пользовалось восьмеричной системой счисления.»**

# Двоичная система счисления

Была придумана задолго до появления компьютеров. Официальное рождение двоичной арифметики связано с именем Г. В. Лейбница, опубликовавшего в 1703 г. статью, в которой он рассмотрел правила выполнения арифметических действий над двоичными числами. Ее недостаток – «длинная» запись чисел.

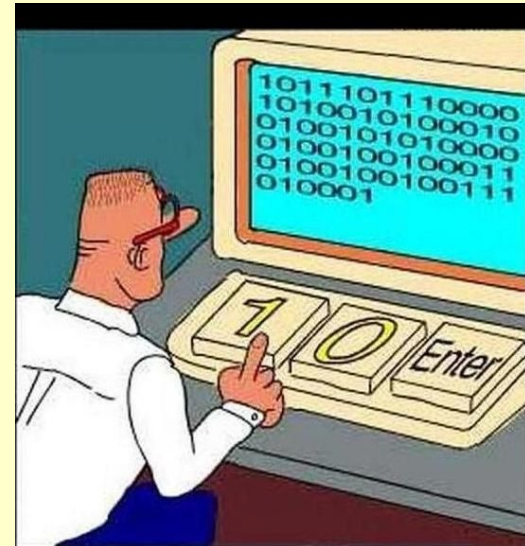
В настоящий момент – наиболее употребительная в информатике, вычислительной технике и смежных отраслях система счисления. Использует две цифры: **0 и 1**

Пример:

Свернутая форма записи числа:  $101_2$

Развернутая форма:  $101 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

Все числа в компьютере представляются с помощью нулей и единиц, т. е. в двоичной системе счисления.



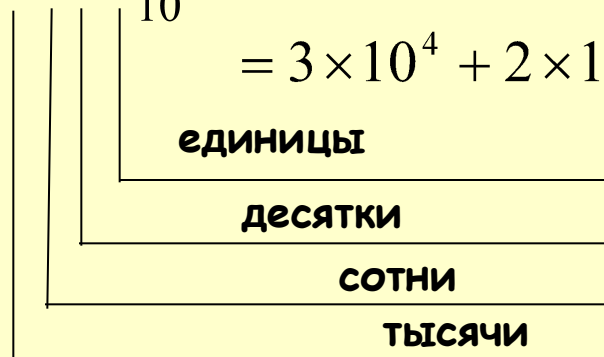
# Развернутая форма записи числа

$$A_q = \pm (a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m})$$

где  $A$ -само число,  
 $q$ -основание системы счисления,  
 $a$ - цифры данной системы счисления,  
 $n$ -число разрядов целой части числа,  
 $m$ -число разрядов дробной части числа.

Пример:

$$\begin{aligned} 32478_{10} &= 3 \times 10000 + 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 8 = \\ &= 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 8 \times 10^0. \end{aligned}$$



# "Алфавит" различных систем счисления

Система счисления	Основание	Размерность алфавита	Цифры
Двоичная	2	2	0, 1
Восьмеричная	8	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Десятичная	10	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Шестнадцатеричная	16	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 ,A,B,C,D,E,F

**В таблице приведены некоторые числа, представленные в различных СС.**

<b>Двоичные числа</b>	<b>Восьмеричные числа</b>	<b>Десятичные числа</b>	<b>Шестнадцатеричные числа</b>
0	0	0	0
1	1	1	1
10	2	2	2
11	3	3	3
100	4	4	4
101	5	5	5
110	6	6	6
111	7	7	7
1000	10	8	8
1001	11	9	9
1010	12	10	A
1011	13	11	B
1100	14	12	C
1101	15	13	D
1110	16	14	E
1111	17	15	F



# Перевод чисел в десятичную с/с

## Алгоритм перевода:

1. **Представьте число в развернутой форме.**

При этом основание с/с должно быть представлено в десятичной системе счисления.

2. **Найдите сумму ряда.** Полученное число является значением числа в десятичной системе счисления.

### Примеры:

Переведем число  $11001_2$  в десятичную систему счисления.

1. Запишем число в развернутой форме:

$$1101_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

2. Найдем сумму ряда:

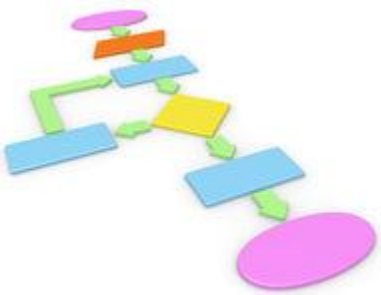
$$2^4 + 2^3 + 0 + 0 + 2^0 = 16 + 8 + 4 + 1 = 29_{10}.$$

Переведем число  $16,4_8$ .

1. Запишем число в развернутой форме:  $1 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1}$

2. Найдем сумму:  $8 + 6 + 0,5 = 14,5_{10}$ .

# Перевод чисел из десятичной с/с в двоичную



**Алгоритм перевода целых чисел из десятичной системы счисления в любую другую:**

- 1. Последовательно выполнить деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой с/с, пока не получится частное, меньше делителя.**
- 2. Полученные остатки являются цифрами числа в новой с/с.**
- 3. Составить число в новой системе счисления, записывая его начиная с последнего остатка.**

# Перевод десятичных чисел в другие

## Двоичная

$$\begin{array}{r|l}
 15 & 2 \\
 \hline
 14 & \begin{array}{r} -7 \\ \hline 6 \end{array} & 2 \\
 \hline
 1 & 1 & \\
 & \begin{array}{r} -3 \\ \hline 2 \end{array} & 2 \\
 & 1 & \\
 & \begin{array}{r} -2 \\ \hline 1 \end{array} & 1 \\
 & 1 & \\
 \end{array}$$

$$15_{10} = 1111_2$$

## Восьмеричная

$$\begin{array}{r|l}
 315 & 8 \\
 \hline
 24 & \begin{array}{r} 39 \\ \hline 32 \end{array} & 8 \\
 \hline
 75 & 7 & 4 \\
 \hline
 72 & & \\
 \hline
 3 & & \\
 \end{array}$$

$$315_{10} = 473_8$$

## Шестнадцатеричная

$$\begin{array}{r|l}
 315 & 16 \\
 \hline
 16 & \begin{array}{r} 19 \\ \hline 16 \end{array} & 16 \\
 \hline
 155 & 3 & 1 \\
 \hline
 144 & & \\
 \hline
 11 & & \\
 \hline
 (B) & & \\
 \end{array}$$

$$31_{10} = 13B_16$$

(B)

5

10

= 13B

16

# Перевод десятичной дроби

## Двоичная

$$0,1875_{10} = 0,0011_2$$

0	1875
	× 2
<hr/>	
0	3750
	× 2
<hr/>	
0	7500
	× 2
<hr/>	
1	5000
	× 2
<hr/>	
1	0000

## Шестнадцатеричная

$$0,1875_{10} = 0,3_{16}$$

0	1875
	× 16
<hr/>	
3	0000

## Восьмеричная

$$0,1875_{10} = 0,14_8$$

0	1875
	× 8
<hr/>	
1	5000
	× 8
<hr/>	
4	0000

# Двоичная арифметика

## Таблица сложения

$0+0=0$   
 $1+0=1$   
 $0+1=1$   
 $1+1=10$

## Таблица вычитания

$0-0=0$   
 $1-0=1$   
 $1-1=0$   
 $10-1=1$

## Таблица умножения

$0*0=0$   
 $1*0=0$   
 $1*1=1$

$$\begin{array}{r} 1001000 \\ - 101101 \\ \hline 11011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 101101 \\ \hline 1001000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ * 10001 \\ \hline 11001 \\ + 00000 \\ 00000 \\ 00000 \\ 11001 \\ \hline 110101001 \end{array}$$

# Задача

Ей было **1100** лет.  
Она в **101** класс ходила.  
В портфеле по **100** книг носила.  
Все это правда, а не бред.  
Когда пыля десятком ног.  
Она шагала по дороге,  
За ней всегда бежал щенок  
С одним хвостом, зато стоногий,  
Она ловила каждый звук  
Своими десятью ушами,  
И **10** загорелых рук  
Портфель и поводок держали.  
И **10** темно-синих глаз  
Оглядывали мир привычно.  
Но станет все совсем обычным,  
Когда поймете наш рассказ.



# ОТВЕТ

Ей было **12** лет.  
Она в **5** класс ходила.  
В портфеле по **4** книг носила.  
Все это правда, а не бред.  
Когда пыля десятком ног.  
Она шагала по дороге,  
За ней всегда бежал щенок  
С одним хвостом, зато стоногий,  
Она ловила каждый звук  
Своими десятью ушами,  
И **2** загорелых рук  
Портфель и поводок держали.  
И **2** темно-синих глаз  
Оглядывали мир привычно.  
Но станет все совсем обычным,  
Когда поймете наш рассказ.



# ЛИТЕРАТУРА:

1. Информатика и информационные технологии. Учебник для 10-11 кл. Н.Д. Угринович - Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2005г.
2. Системы счисления и компьютерная арифметика. Учебное пособие. Е. В Андреева. Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2004г.
3. Информатика. Структурированный конспект базового курса информатики. И.Г. Семакин. Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2001г.
4. Задачник - практикум. И.Г. Семакин. Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2001г.
5. Математические основы информатики. Элективный курс: Учебное пособие. Е. В Андреева. Москва- издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2005г.