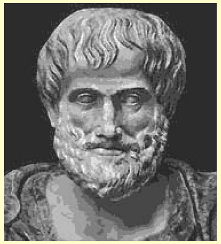
Основы логики

Формальная логика

Алгебра логики

«Логика» (от др.гр. logos) - слово, мысль, понятие, рассуждение, закон



Аристотель

Формальная логика – наука о законах и формах мышления

Основные формы мышления:

- Понятие – это форма мышления, которая выделяет признаки предмета или класса предметов, отличающие его от других
- Суждение – это мысль, в которой что-то утверждается или отрицается о предметах
- Умозаключение – прием мышления, позволяющий на основе одного или нескольких суждений-посылок получить новое суждение (знание или вывод)

Математическая логика – наука о применении математических методов в решении логических задач

Суждения - суть *высказывания* или *логические выражения*

Алгебра высказываний или *алгебра логики* - раздел математической логики для обработки логических выражений

Формальная логика

Высказывание – это повествовательное предложение, о котором всегда можно сказать, истинно оно или ложно.

Примеры высказываний:

«Листва на деревьях опадает осенью»;

«Зимой в Московской области нет зеленых деревьев».

Сложное высказывание получается из простых или сложных высказываний с использованием союзов-связок И, ИЛИ и частицы НЕ

Например:«Ученик прогулял урок **и** получил двойку».

Задание№1 Являются ли эти предложения высказываниями?

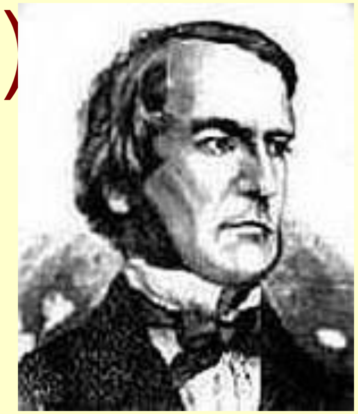
1. Вы были в театре?
2. Завтра я не пойду на каток.
3. Мойте руки перед едой.
4. Если будет дождь, то мы поедем за грибами
5. Луна — спутник Земли.
6. Если я поеду туда, то смогу ли вернуться?
7. IF X>1 THEN Y=0
8. Принеси мне книгу.
9. Некоторые люди имеют голубые глаза
10. Существуют такие люди, которые не любят животных.

Задание№2

Укажите среди нижеприведенных высказываний, сложные они или простые:

1. Если две прямые параллельны, то они пересекаются
2. Идет дождь.
3. Все мышки серые, кошки тоже бывают серые.
4. На следующем уроке будет либо контрольная, либо свободный урок.
5. Треугольники с равными сторонами не равнобедренны
6. $7 + x > x + c + 0{,}1a$
7. Число 3 больше числа 2.

Алгебра логики (Булева алгебра)



Дж. Буль

Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Ее интересует только один факт — истинно или ложно данное высказывание.

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

A = {Аристотель - основоположник логики}

B = {На яблонях растут бананы}.

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0. Таким образом, *A* = 1, *B* = 0.

Логическая переменная – высказывание в булевой алгебре, которое может принимать лишь два значения 1(истин**а)** и 0 (ложь)

Логическая функция – сложное логическое выражение, составленное из логических переменных

Логические операции

Операция	Название операции	Краткое прочтение высказывания
$\neg A$	*Инверсия(отрицание)*	не ***A***
$A \wedge B$	*Конъюнкция*	*A* и *B*
$A \vee B$	*Дизъюнкция*	*A* или *B*
$A \leftrightarrow B$	*Эквивалентность*	*A* эквивалентно *B* *A* тогда и только тогда, когда *B*
$A \rightarrow B$	*Импликация:* *A - условие,* *B - следствие*	если *A*, то *B*. *A* влечёт *B*
$A \oplus B$	*Исключающая или (строгая дизъюнкция)*	либо *A*, либо *B*

Логическая операция ИНВЕРСИЯ (отрицание):

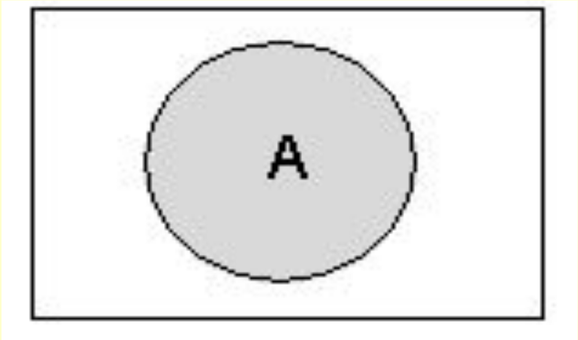
соответствует словам **неверно, что...** и частице **не**;
обозначение **—, ¬;**

Инверсия логической переменной истинна, если сама переменная ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна.

Пример инверсии: «Завтра я не приду к тебе».

Таблица истинности	Диаграмма Эйлера-Венна

A	$\overline{A}$
0	1
1	0



Логическая операция КОНЪЮНКЦИЯ (логическое умножение):

в естественном языке соответствует союзу **и**;

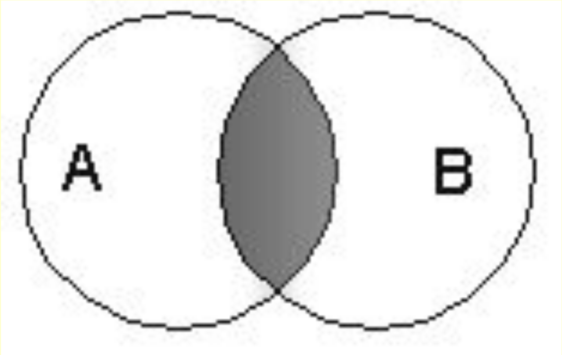
Конъюнкция двух логических переменных истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.

Например:«Светит солнце и поют птицы».

Таблица истинности

A	*B*	*A&B*
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



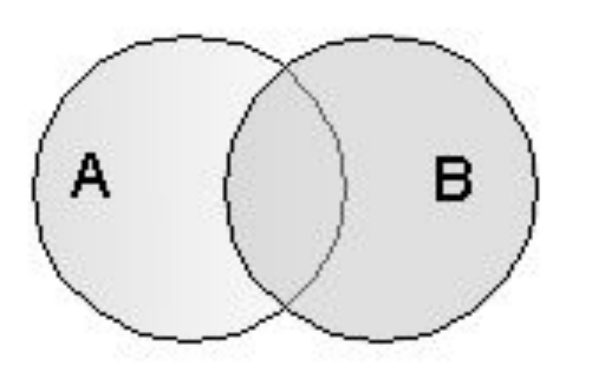
Логическая операция ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение):
соответствует союзу **или**; обозначение **+**; **V;**

Дизъюнкция двух логических переменных ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.

Например: **«В отпуске мы будем посещать театры или выставки».**
Дизъюнкцию называют также двоичным сложением с одной оговоркой: по правилу двоичного сложения 1 + 1 = 10, а в нашем примере 1 + 1 = 1.

Таблица истинности	Диаграмма Эйлера-Венна

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование):

в естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...**;
обозначение $\rightarrow$; $\supset$

Импликация двух логических переменных ложна только тогда, когда предпосылка истинна, а заключение ложно, и истинна – во всех остальных случаях.

Пример импликации: «Если завтра будет тепло, то мы пойдем гулять».

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логическая операция ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ (равнозначность):

в естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае**;

обозначения ≡;↔,~

Эквивалентность двух логических переменных истинна только тогда, когда обе переменные одновременно истинны или одновременно ложны.

Пример эквивалентности: «Я заведу себе щенка тогда и только тогда, когда хорошо изучу, как надо с ним обращаться.»

A	**B**	**A ⇔ B**
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическая операция Исключающая или (Строгая дизъюнкция)

в естественном языке соответствует оборотам речи либо… , либо..

обозначение **⊕, \\·/**

Строгая дизъюнкция логических переменных истинна тогда только тогда, когда истинна только одна из логических переменных.

Пример строгой дизъюнкции: «Саша либо дома, либо вышел погулять с собакой».

A	*B*	*A* ⊕ *B*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Таблица истинности

определяет, какие значения принимают высказывания, полученные с помощью логических операций, если исходные высказывания принимают значения 1 или 0

A	B	¬A	A&B	A ∨ B	A↔B	A→B	A⊕B
1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1	0

Упражнения

1. Определите истинность следующих высказываний:

   а) приставка – часть слова, она пишется раздельно со словом;

   б) рыбу ловят сачком или ловят крючком, или мухой приманивают, иль червячком;

   в) буква «а» – первая буква в слове «аист» или «сова»;

   г) данное число четно или число, больше его на единицу, четно.

2. Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными:

   а) неверно, что $0 < X \leq 3$ и $Y > 5$;

   б) Z является $\min(X, Y, Z)$;

   в) **X** ,Y,Z равны между собой;

Д/З. Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными.

г) каждое из чисел **X** ,Y,Z положительно;
д) хотя бы одно из чисел **X** ,Y,Z положительно;
е) только одно из чисел **X** ,Y,Z больше 10 .