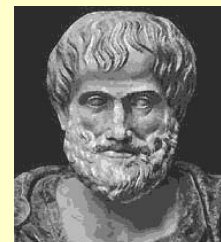


# ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Формальная логика

Алгебра логики

«Логика» ( от др.гр. logos) - слово, мысль, понятие, рассуждение, закон



*Формальная логика* – наука о законах и формах мышления

Основные формы мышления:

- **Понятие** – это форма мышления, которая выделяет признаки предмета или класса предметов, отличающие его от других
- **Суждение** – это мысль, в которой что-то утверждается или отрицается о предметах
- **Умозаключение** – прием мышления, позволяющий на основе одного или нескольких суждений-посылок получить новое суждение (знание или вывод)

*Математическая логика* – наука о применении математических методов в решении логических задач

Суждения - суть *высказывания* или *логические выражения*

*Алгебра высказываний* или *алгебра логики* - раздел математической логики для обработки логических выражений

# Формальная логика

*Высказывание* – это повествовательное предложение, о котором всегда можно сказать, истинно оно или ложно.

Примеры высказываний:

«Листья на деревьях опадают осенью»;

«Зимой в Московской области нет зеленых деревьев».

*Сложное высказывание* получается из простых или сложных высказываний с использованием союзов-связок **И**, **ИЛИ** и частицы **НЕ**

Например: «Ученик прогулял урок **и** получил двойку».

## Задание№1 Являются ли эти предложения высказываниями?

1. Вы были в театре?
2. Завтра я не пойду на каток.
3. Мойте руки перед едой.
4. Если будет дождь, то мы поедем за грибами
5. Луна — спутник Земли.
6. Если я поеду туда, то смогу ли вернуться?
7. IF  $X > 1$  THEN  $Y = 0$
8. Принеси мне книгу.
9. Некоторые люди имеют голубые глаза
10. Существуют такие люди, которые не любят животных.

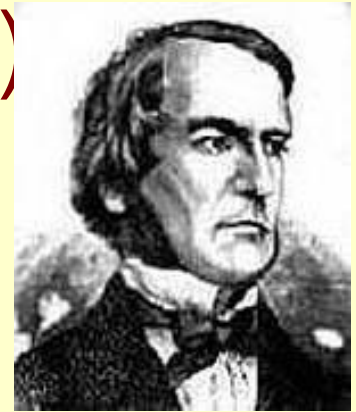
## Задание№2

Укажите среди нижеприведенных высказываний, сложные они или простые:

1. Если две прямые параллельны, то они пересекаются
2. Идет дождь.
3. Все мышки серые, кошки тоже бывают серые.
4. На следующем уроке будет либо контрольная, либо свободный урок.
5. Треугольники с равными сторонами не равнобедренны
6.  $7 + x > x + c + 0,1a$
7. Число 3 больше числа 2.

# Алгебра логики (Булева алгебра)

Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Ее интересует только один факт — истинно или ложно данное высказывание.



Дж. Буль

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

$A = \{\text{Аристотель - основоположник логики}\}$

$B = \{\text{На яблонях растут бананы}\}.$

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0. Таким образом,  $A = 1, B = 0.$

*Логическая переменная* – высказывание в булевой алгебре, которое может принимать лишь два значения 1(истина) и 0 (ложь)

*Логическая функция* – сложное логическое выражение, составленное из логических переменных

# Логические операции

Операция	Название операции	Краткое прочтение высказывания
$\neg A$	<i>Инверсия(отрицание)</i>	не $A$
$A \wedge B$	<i>Конъюнкция</i>	$A$ и $B$
$A \vee B$	<i>Дизъюнкция</i>	$A$ или $B$
$A \leftrightarrow B$	<i>Эквивалентность</i>	$A$ эквивалентно $B$ $A$ тогда и только тогда, когда $B$
$A \rightarrow B$	<i>Импликация: <math>A</math> - условие, <math>B</math> - следствие</i>	если $A$ , то $B$ . $A$ влечёт $B$
$A \oplus B$	<i>Исключающая или (строгая дизъюнкция)</i>	либо $A$ , либо $B$

## Логическая операция ИНВЕРСИЯ (отрицание):

соответствует словам **неверно, что...** и частице **не**;  
обозначение  $\neg$ ,  $\bar{\quad}$ ;

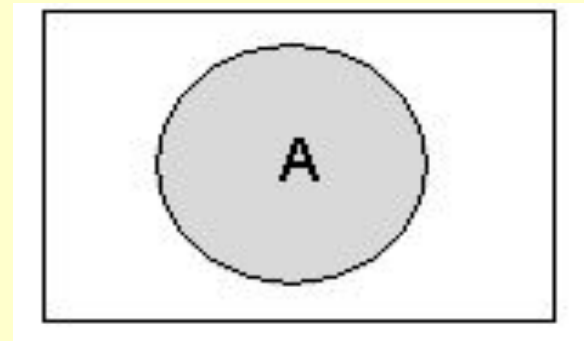
**Инверсия** логической переменной истинна, если сама переменная ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна.

**Пример инверсии:** «Завтра я не приду к тебе».

**Таблица истинности**

$A$	$\bar{A}$
0	1
1	0

**Диаграмма Эйлера-Венна**



# Логическая операция КОНЪЮНКЦИЯ (логическое умножение):

в естественном языке соответствует союзу **и**;

**Конъюнкция** двух логических переменных истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.

**Например:** «Светит солнце и поют птицы».

Таблица истинности			Диаграмма Эйлера-Венна
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A&amp;B</i>	
0	0	0	
0	1	0	
1	0	0	
1	1	1	



## Логическая операция ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение):

соответствует союзу **или**; обозначение **+**; **V**;

*Дизъюнкция* двух логических переменных ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.

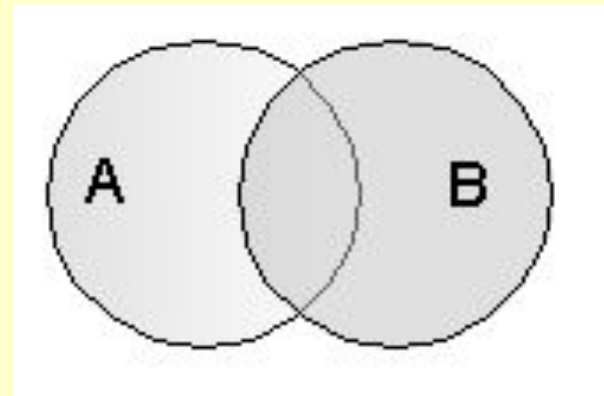
Например: «**В отпуске мы будем посещать театры или выставки**».

Дизъюнкцию называют также **двоичным сложением** с одной оговоркой: по правилу двоичного сложения  $1 + 1 = 10$ , а в нашем примере  $1 + 1 = 1$ .

## Таблица истинности

$A$	$B$	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

## Диаграмма Эйлера-Венна



# Логическая операция ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следствие):

в естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...**;  
обозначение  $\rightarrow$ ;  $\supset$

*Импликация двух логических переменных ложна только тогда, когда предпосылка истинна, а заключение ложно, и истинна – во всех остальных случаях.*

**Пример импликации: «Если завтра будет тепло, то мы пойдем гулять».**

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A <math>\Rightarrow</math> B</b>
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

# Логическая операция ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

(равнозначность):

в естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае;**

обозначения  $\equiv; \leftrightarrow, \sim$

*Эквивалентность* двух логических переменных истинна только тогда, когда обе переменные одновременно истинны или одновременно ложны.

**Пример эквивалентности: «Я заведу себе щенка тогда и только тогда, когда хорошо изучу, как надо с ним обращаться.»**

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Логическая операция Исключающая или (Строгая дизъюнкция)

в естественном языке соответствует оборотам речи **либо... , либо..**

обозначение  $\oplus$ ,  $\vee$

**Строгая дизъюнкция** логических переменных истинна тогда только тогда, когда истинна только одна из логических переменных.

Пример строгой дизъюнкции: «Саша либо дома, либо вышел погулять с собакой».

$A$	$B$	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Таблица истинности

определяет, какие значения принимают высказывания, полученные с помощью логических операций, если исходные высказывания принимают значения 1 или 0

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>\neg A</math></b>	<b>A&amp;B</b>	<b><math>A \vee B</math></b>	<b><math>A \leftrightarrow B</math></b>	<b><math>A \rightarrow B</math></b>	<b><math>A \oplus B</math></b>
1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1	0

## Упражнения

1. Определите истинность следующих высказываний:
  - а) приставка – часть слова, она пишется отдельно со словом;
  - б) рыбу ловят сачком или ловят крючком, или мухой приманивают, иль червячком;
  - в) буква «а» – первая буква в слове «аист» или «сова»;
  - г) данное число четно или число, больше его на единицу, четно.
  
2. Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными:
  - а) неверно, что  $0 < X \leq 3$  и  $Y > 5$  ;
  - б)  $Z$  является  $\min(X, Y, Z)$  ;
  - в)  $X, Y, Z$  равны между собой;

**Д/З.** Используя логические операции, запишите высказывания, которые являются истинными.

- г) каждое из чисел  $X, Y, Z$  положительно;
- д) хотя бы одно из чисел  $X, Y, Z$  положительно;
- е) только одно из чисел  $X, Y, Z$  больше 10 .