

Логические основы работы компьютера



Выполнила: Маркосян Е.И.

*МБОУ СОШ № 100 с углублённым
изучением отдельных предметов,*

г. Нижний Новгород

Ключевые понятия изучения темы:

- Основные понятия алгебры логики
- Высказывание
- Логическое отрицание
- Логическое сложение
- Логическое умножение
- Импликация
- Эквиваленция
- Таблицы истинности



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ



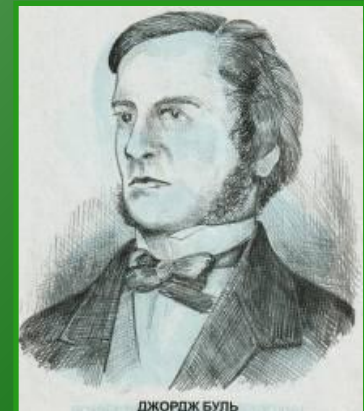
Логика - наука, изучающая законы и формы мышления.

Этапы развития логики:

I этап - формальная логика. Основатель — Аристотель (384-322 гг. до н.э.), ввел основные формы абстрактного мышления.

II этап - математическая логика. Основатель - немецкий ученый и философ Лейбниц (1642-1716), предпринял попытку логических вычислений. III этап - математическая логика (булева алгебра). Основатель - английский математик Джордж Буль (1815-1864), ввел алфавит, орфографию и грамматику для математической логики.

Алгебра логики - это математический аппарат, с помощью которого записывают (кодируют), упрощают, вычисляют и преобразовывают логические высказывания.



ВЫСКАЗЫВАНИЕ



Высказывание - повествовательное предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Высказывание может принимать только одно из двух логических значений - истинно (1) или ложь (0).

Примеры: Земля - планета Солнечной системы (истинное высказывание).

$3 + 6 > 10$ (ложное высказывание).

Задание:

Объясните, почему следующие предложения не являются высказываниями:

- а) Уходя гасите свет.*
- б) Какого цвета этот дом?*
- в) Посмотрите в окно.*

Задание:

Придумайте несколько высказываний:

Задание:

Придумайте 2-3 предложения, которые не являются высказываниями:



Высказывания

Простое высказывание (логическая переменная) содержит только одну простую мысль. Логические переменные обозначаются буквами латинского алфавита: A, B, C, \dots Например, $A = \{\text{Квадрат - это ромб}\}$.

Сложное высказывание (логическая функция) содержит несколько простых мыслей, соединенных между собой с помощью логических операций. Например, $P(A,B) = \{\text{Дил дождь, (и) дул холодный ветер}\}$.

Таблица истинности - таблица, в которой перечислены все возможные значения входящих логических переменных и соответствующие им значения функции.

Например,

A	B	$F(A,B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

A и B — логические переменные, $n = 2$
 F — логическая функция
Количество строк (q) в таблице истинности можно вычислить по формуле $q = 2^n$.

Основные логические операции

Отрицание (инверсия), от лат. *inversio* - переворачиваю:

✓ соответствует частице НЕ, словосочетанию НЕВЕРНО, ЧТО;

✓ обозначение: не A , \bar{A} , $\neg A$;

✓ таблица истинности:

A	\bar{A}
0	1
1	0

Инверсия логической переменной истинна, если сама переменная ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна.



Логическое сложение (дизъюнкция), от лат. *disjunctio* - различаю:

✓соответствует союзу ИЛИ;

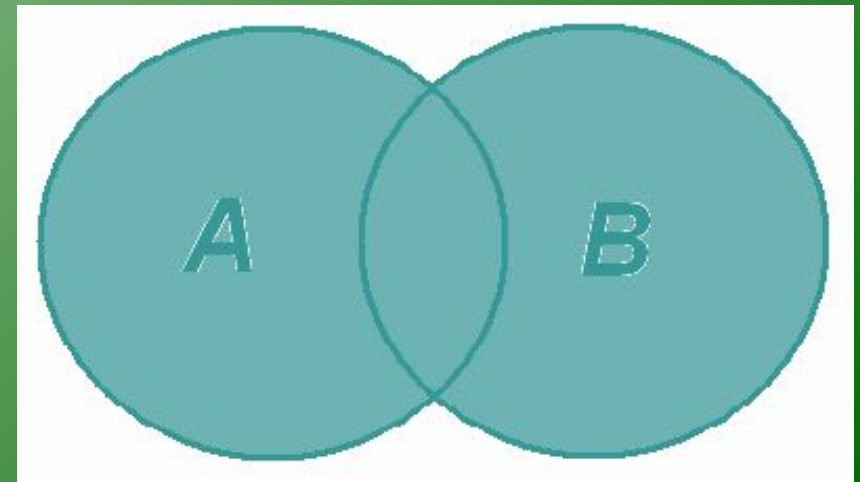
✓обозначение: +, или, \vee ;

✓таблица истинности:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Дизъюнкция ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны.

пример: $F = \{\text{На улице светит солнце или дует сильный ветер}\}$;



Логическое умножение (конъюнкция), от лат. *vincire* - связываю:

✓соответствует союзу **И**

(в естественном языке: **и А, и В; как А, так и В; А вместе с В; А, несмотря на В А, в то время как В**);

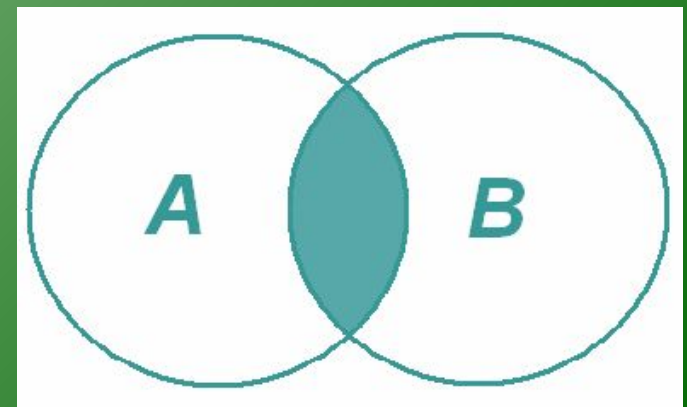
✓обозначение: **x, •, &, и, ^, and;**

✓таблица истинности:

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Конъюнкция истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.

Пример: $F = \{\text{На улице светит солнце и дует сильный ветер}\}$;



ДРУГИЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Импликация (логическое следование), от лат. *implication* - тесно связываю:

✓ соответствует речевому обороту *ЕСЛИ ... ТО*

(в естественном языке: если *A*, то *B*; *B*, если *A*;

B необходимо для *A*; *A* достаточно для *B*;

A только тогда, когда *B*; *B* тогда, когда *A*; Все *A* есть *B*;

✓ обозначение: \rightarrow , \Rightarrow ;

✓ таблица истинности:

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Импликация истинна всегда, за исключением случая, когда *A* истинно, а *B* ложно,

Пример: *Если* идет дождь, *то* земля мокрая.



Эквиваленция (равнозначность), от лат. *Aequivalens* - равноценное:

✓ соответствует речевым оборотам **ЭКВИВАЛЕНТНО:**
необходимо и достаточно для; тогда и только тогда, когда;

✓ обозначение: $=$, $< >$, $<=>$;

✓ таблица истинности:

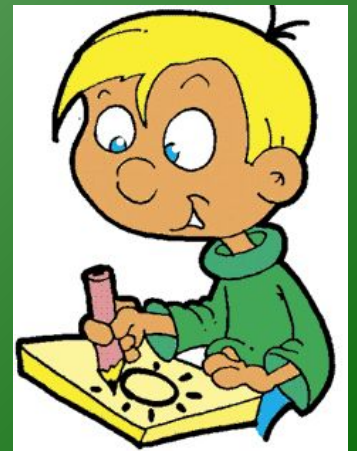
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Эквиваленция истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо истинны, либо ложны.

Пример: *Я пойду гулять тогда и только тогда, когда выучу все уроки.*

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

1. ОПЕРАЦИЯ В СКОБКАХ;
2. ОТРИЦАНИЕ;
3. ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ;
4. ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ;
5. ИМПЛИКАЦИЯ;
6. ЭКВИВАЛЕНЦИЯ.



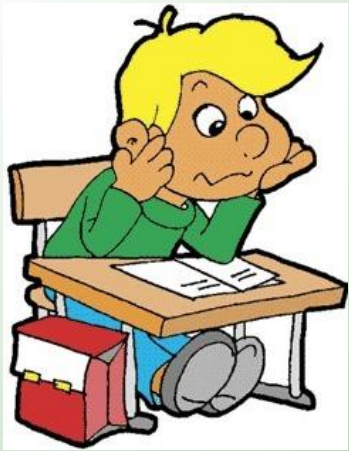
ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ

Построение таблиц истинности:

1. определить число переменных;
2. определить число строк в таблице истинности;
3. записать все возможные значения переменных;
4. определить количество логических операций и их порядок;
5. записать логические операции в таблицу истинности и определить для каждой значение;
6. подчеркнуть значения переменных, для которых $F = 1$.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1		0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1		1	1	1	1





ЗАДАНИЯ:

Составить таблицы истинности для формул:

а) $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg B \rightarrow C)$;

б) $A \wedge B \vee C \rightarrow (\neg A \leftrightarrow C)$;

в) $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee C) \rightarrow (B \leftrightarrow C)$.

Дополнительно:

г) $(A \vee B) \wedge C \leftrightarrow \neg B \rightarrow C$;

д) $A \rightarrow (B \wedge C \leftrightarrow \neg A) \vee B$;

е) $((A \leftrightarrow B) \rightarrow \neg(A \wedge C)) \vee B$;

ж) $((A \vee \neg B) \rightarrow B) \wedge (\neg A \vee B)$.



домашнее задание:



Составить таблицы истинности для формул:

а) $(A \rightarrow \neg B) \vee (B \leftrightarrow C) \wedge A$;

б) $A \wedge B \rightarrow (\neg A \leftrightarrow B \vee C)$;

в) $(A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A) \wedge C \vee B$.

