




АЛГЕБРА

ЛОГИКИ



ЛОГИКА –

это наука о формах и способах мышления. Учение о способах рассуждений и доказательств.




МЫШЛЕНИЕ

осуществляется через:

ПОНЯТИЕ – это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета, позволяющие отличать его от других, например, ПРЯМОУГОЛЬНИК, КОМПЬЮТЕР

ВЫСКАЗЫВАНИЕ – это формулировка своего понимания окружающего мира.

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое (знание или вывод).



ВЫСКАЗЫВАНИЕ – ЭТО
повествовательное предложение,
относительно которого можно сказать,
ИСТИННО ОНО ИЛИ ЛОЖНО


ПРИМЕР

«Буква «а» - гласная» -
истинное высказывание.

«Компьютер был изобретен в XXI веке»
- ложное высказывание.

Задание 1. Какие из предложений являются высказываниями. Определите их истинность.

1. Какой длины эта лента?
2. Прослушайте сообщение.
3. Делайте утреннюю зарядку!
4. Назовите устройство ввода информации.
5. Кто отсутствует на уроке?
6. Париж – столица Англии.
7. Число 11 является простым.
8. $4 + 5 = 10$.
9. Без труда не вытащишь и рыбку из пруда.
10. Сложите числа 2 и 5.
11. Некоторые медведи живут на севере.
12. Все медведи – бурые.



АЛГЕБРА – это наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над различными математическими объектами.

АЛГЕБРА ЛОГИКИ выполняет различные операции над высказываниями.

ВЫСКАЗЫВАНИЯ могут быть **ПРОСТЫМИ** и **СОСТАВНЫМИ**

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами:

A = {Два больше трех}

B = {На яблонях не растут бананы}

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному – 0.

Таким образом, **A = 0, B = 1.**

Составные высказывания на естественном языке образуются с помощью союзов:

Летом Саша поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдет на рыбалку.

Можно разбить на простые высказывания:

A = {Саша поедет в деревню}

B = {Будет хорошая погода}

C = {Он пойдет на рыбалку}

В алгебре логики союзы заменяются на логические операции

ОПЕРАЦИИ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

●————●
КОНЪЮНКЦИЯ
(логическое умножение) –
(соответствует союзу И;
обозначается \wedge)

**это логическая операция, которая двум
простым высказываниям ставит в
соответствие составное истинное тогда и
только тогда, когда оба простых
высказывания истинны.**

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ

A	B	A ∧ B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение)

(соответствует союзу ИЛИ;

обозначается \vee)

**это логическая операция, которая двум
простым высказываниям ставит в
соответствие составное **ложное тогда и только
тогда, когда оба простых высказывания
ложны.****

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

ИНВЕРСИЯ (логическое отрицание)

(соответствует частице НЕ;

обозначается \neg

это логическая операция, которая **истинное высказывание** делает **ложным** и, наоборот, **ложное истинным**.

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ

A	\bar{A}
0	1
1	0

ИМПЛИКАЦИЯ

(логическое следование)

(в естественном языке соответствует обороту

речи: ЕСЛИ..., ТО...;

обозначается →

это логическая операция, которая двум простым высказываниям ставит в соответствие составное **ложное тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.**

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ

A	B	A \rightarrow B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

ЭКВИВАЛЕНЦИЯ (равнозначность)

(в естественном языке соответствует обороту

речи:

ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА;

В ТОМ И ТОЛЬКО В ТОМ СЛУЧАЕ;

обозначается \leftrightarrow

это логическая операция, которая двум

простым высказываниям ставит в

соответствие составное **истинное тогда и**

только тогда, когда оба исходных простых

высказывания одновременно истинны или

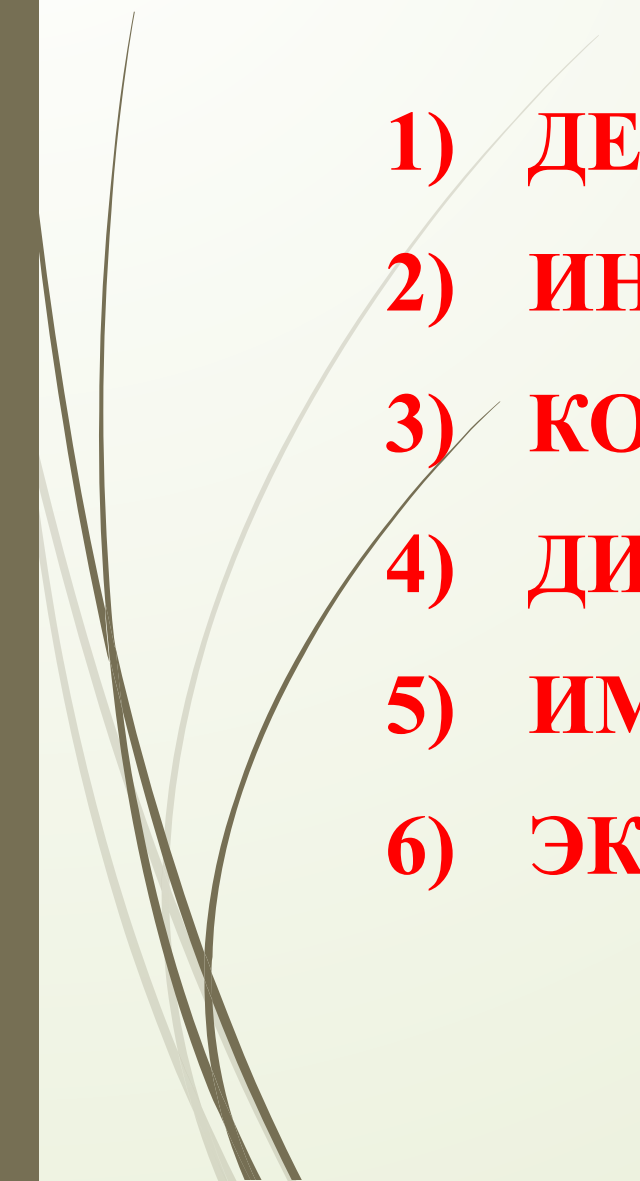
одновременно ложны.

ТАБЛИЦА ИСТИННОСТИ

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Логические операции имеют следующий приоритет:

- 1) **ДЕЙСТВИЯ В СКОБКАХ**
 - 2) **ИНВЕРСИЯ**
 - 3) **КОНЪЮНКЦИЯ**
 - 4) **ДИЗЪЮНКЦИЯ**
 - 5) **ИМПЛИКАЦИЯ**
 - 6) **ЭКВИВАЛЕНЦИЯ**
- 

ЗАДАНИЕ 2. Определите истинность составного высказывания

$$(\overline{A} \wedge \overline{B}) \wedge (C \vee D)$$


состоящего из простых высказываний:

A={Принтер – устройство вывода информации},

B={Процессор – устройство хранения информации},

C={Монитор – устройство вывода информации},

D={Клавиатура – устройство обработки информации}.




ЗАДАНИЕ 3. Какие из высказываний A , B , C должны быть истинны и какие ложны, чтобы было ложно логическое выражение

$$((A \vee B) \wedge B) \rightarrow C$$

A decorative graphic on the left side of the slide, featuring a dark red arrow pointing right at the top, and several thin, curved lines in shades of grey and black extending downwards from the arrow's base.


ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ



Таблицу, показывающую, какие значения принимает составное высказывание при всех сочетаниях (наборах) значений входящих в него простых высказываний, называют
ТАБЛИЦЕЙ ИСТИННОСТИ
составного высказывания

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ:

1. Подсчитать количество простых высказываний n в логическом выражении.
2. Определить число строк в таблице $m=2^n$.
3. Установить последовательность логических операций с учетом скобок и приоритетов.




4. Определить количество столбцов в таблице: число переменных плюс число операций.

5. Выписать наборы входных переменных (используя алгоритм).

6. Провести заполнение таблицы истинности по столбикам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью.

ЗАПОЛНЕНИЕ НАБОРОВ ВХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ:

- 1. Определить количество наборов входных переменных (оно соответствует числу строк в таблице и определяется по формуле $m=2^n$).**
- 2. Разделить колонку значений первой переменной пополам и заполнить верхнюю часть колонки 0, а нижнюю - 1.**



3. Разделить колонку значений второй переменной на четыре части и заполнить каждую четверть чередующимися группами 0 и 1, начиная с группы 0.

4. Продолжить деление колонок последующих переменных на 8, 16 и т. д. частей и заполнение их группами 0 и 1 до тех пор, пока группы 0 и 1 не будут состоять из одного символа.


ПРИМЕР. Для формулы $F = A \wedge (\bar{B} \vee \bar{B} \wedge \bar{C})$
 построить таблицу истинности.

A	B	C	\bar{B}	\bar{C}	$\bar{B} \wedge \bar{C}$	$\bar{B} \vee \bar{B} \wedge \bar{C}$	$A \wedge (\bar{B} \vee \bar{B} \wedge \bar{C})$
0	0	0					
0	0	1					
0	1	0					
0	1	1					
1	0	0					
1	0	1					
1	1	0					
1	1	1					


Задание 11. Докажите справедливость следующих тождеств, построив таблицы истинности


$$X \rightarrow Y = \overline{X} \vee Y$$



$$X \leftrightarrow Y = X \wedge Y \vee \bar{X} \wedge \bar{Y}$$




$$A \wedge B \vee A \wedge \bar{B} = A$$





$$(\bar{A} \rightarrow B) \wedge (\bar{A} \rightarrow \bar{B}) \rightarrow A = 1$$






ПОСТРОЕНИЕ
ТАБЛИЦ
ИСТИННОСТИ



РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ



Задача 1. В одной стране жили рыцари, которые всегда говорили только правду, и лжецы, которые всегда лгали. Однажды в страну проник шпион по имени Мердок, который, как и всякий шпион, иногда говорил правду, иногда лгал, в зависимости от того, что ему выгодно. Шпион поселился с двумя жителями страны – рыцарем и лжецом. Всех троих арестовали в один день и привели на допрос. Никто не знал, кто из них кто. Они сделали следующие заявления:

А сказал: Я – Мердок.

В сказал: А говорит правду.

С сказал: Я не мердок.

Кто же из них шпион – А, В или С?

Решение с помощью таблицы

Пленник	Рыцарь	Лжец	Шпион
<i>A</i>			
<i>B</i>			
<i>C</i>			

***A* сказал: Я – Мердок.**



***B* сказал: *A* говорит правду.**

***C* сказал: Я не Мердок.**

Задача 2. После традиционного вечера встречи с выпускниками школы в стенгазете появилась заметка о трех наших бывших учениках. В ней было сказано, что Иван, Андрей и Борис стали учителями. Теперь они преподают разные дисциплины: один из них – математику, второй – физику, а третий – химию. Живут они тоже в разных городах: Минске, Витебске, Харькове. В заметке было также написано, что их первоначальные планы осуществились не полностью:

- 1) Иван живет не в Минске;
- 2) Андрей – не в Витебске;
- 3) Житель Минска преподает не математику;
- 4) Андрей преподает не физику;
- 5) Повезло только жителю Витебска: он преподает любимую химию.

Можно ли по этим данным определить кто где живет и что преподает?




Имя	Город		
	Минск	Витебск	Харьков
Иван			
Андрей			
Борис			

Задача 3. В конструкторском бюро работают Антонов, Борисов Кириллов и Дроздов. Все хотят отдыхать летом, и поэтому при составлении графика отпусков всегда возникают споры. Попробуйте помочь составить график отпусков на 4 года, который бы удовлетворял следующим пожеланиям сотрудников:

- 1) в отпуск сотрудники хотят идти только с мая по август;
- 2) продолжительность отпуска – один месяц;
- 3) в каждом месяце в отпуск может пойти только один человек;
- 4) за четыре года каждый из четырех сотрудников должен получить отпуск по одному разу в каждом из этих месяцев;
- 5) в первый год Кириллов хочет отдыхать в июле;
- 6) во второй год Антонову отпуск нужен в мае;
- 7) в третий год Дроздову отпуск нужен в июне;
- 8) Борисов на четвертый год предполагает уйти в отпуск в июле;
- 9) в августе все хотят отдыхать следующим образом: в первый год – Дроздов, во второй – Кириллов, в третий – Борисов, в четвертый – Антонов.



Порядковый номер года	Фамилия			
	Антонов	Борисов	Кириллов	Дроздов
1				
2				
3				
4				



Задача 4. В одном доме живут Воронов, Павлов, Журавлев, Синицын. Один из них – математик, другой – художник, третий – писатель, а четвертый – баянист.

Известно, что:

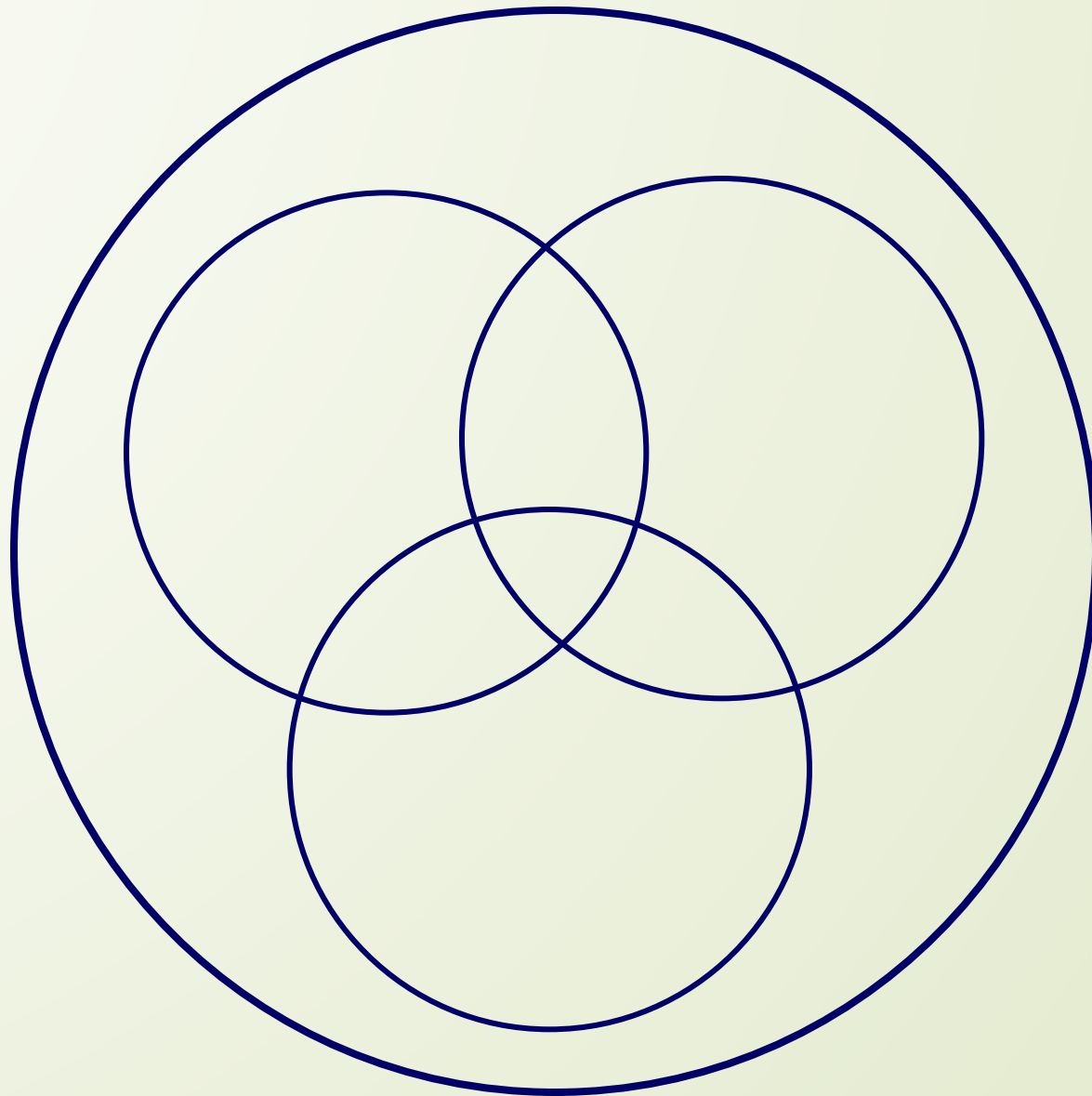
- 1) ни Воронов, ни Журавлев не умеют играть на баяне;
 - 2) Журавлев не знаком с Вороновым;
 - 3) писатель и художник в выходные уезжают на дачу к Павлову;
 - 4) Писатель собирается написать очерк о Синицыне и Воронове;
- Требуется определить кто есть кто.




Фамилия	Профессия			
	Матема тик	Худож ник	Писатель	Баянист
Воронов				
Павлов				
Журавлев				
Синицын				

Задача 5. В классе 36 человек. Ученики этого класса посещают математический, физический и химический кружки, причем математический кружок посещают 18 человек, физический – 14, химический – 10. Кроме того, известно, что 2 человека посещают все три кружка, 8 человек – и математический и физический, 5 – и математический и химический, 3 – и физический и химический

Решение с помощью кругов Эйлера

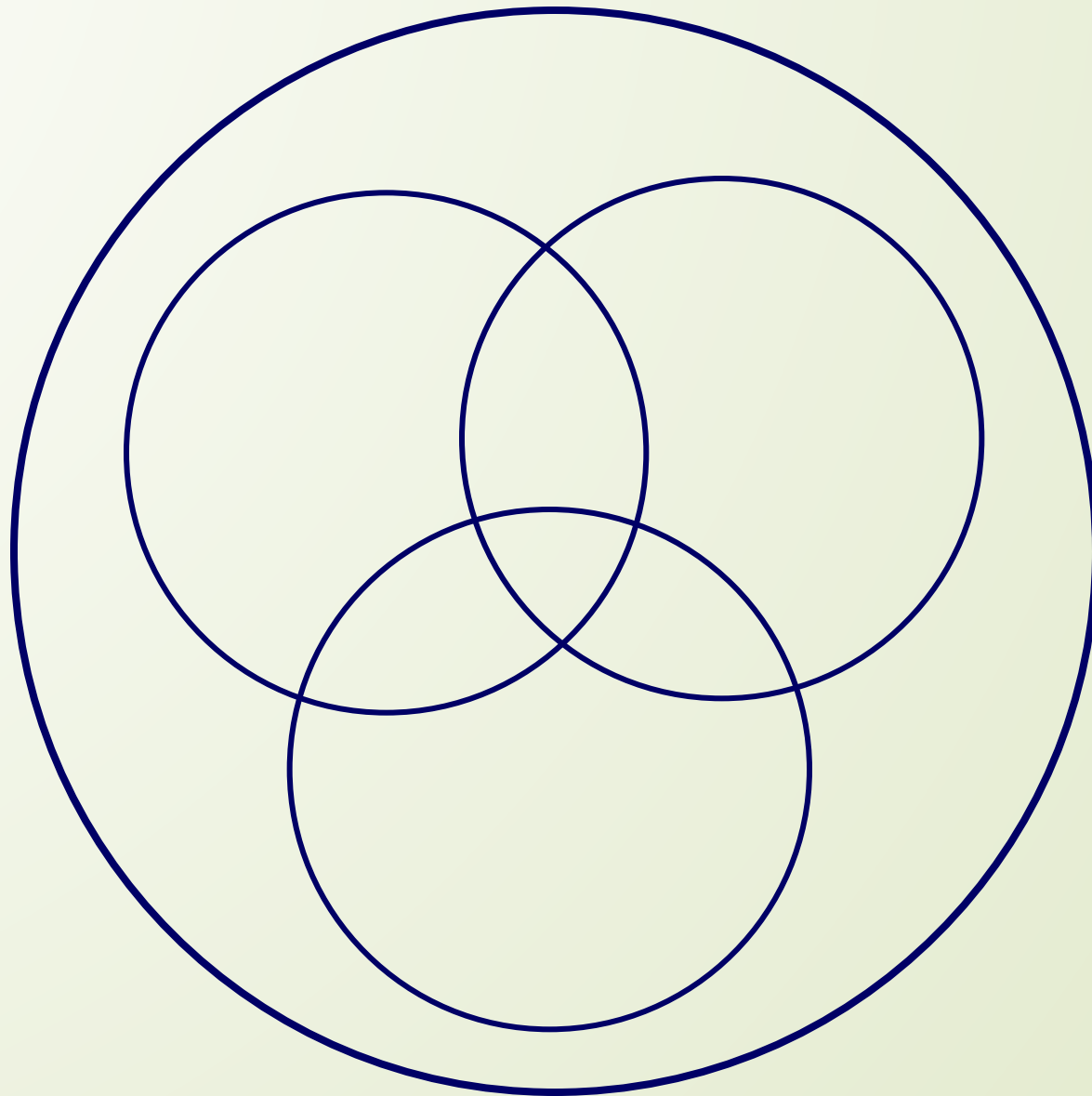




Задача 6. После зимних каникул классный руководитель спросил, кто из ребят ходил в театр, кино или цирк. Оказалось, что из 36 учеников класса двое не были ни в кино, ни в театре, ни в цирке. В кино побывало 25 человек, в театре – 11, в цирке – 17; и в кино, и в театре – 6; и в кино, и в цирке – 10; и в театре, и в цирке – 4.


Сколько человек побывало и в кино, и в театре, и в цирке?

Решение с помощью кругов Эйлера



A decorative graphic on the left side of the slide. It features a dark red arrow pointing to the right, positioned at the top. Below the arrow, several thin, curved lines in shades of grey and black sweep downwards and to the right, creating a sense of movement and framing the text.

ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ УСТРОЙСТВА КОМПЬЮТЕРА



Логические элементы – это электронные схемы с одним или несколькими входами и одним выходом, через которые проходят электрические сигналы, представляющие цифры 0 или 1.

Принцип работы логических элементов наглядно изображает таблица истинности

Логический элемент НЕ (NO)

Выражение $Y = \overline{X}$



Таблица истинности:

X	Y
0	1
1	0

Логический элемент И (AND)

Выражение $Z = X \wedge Y$



Таблица истинности:

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логический элемент ИЛИ (OR)

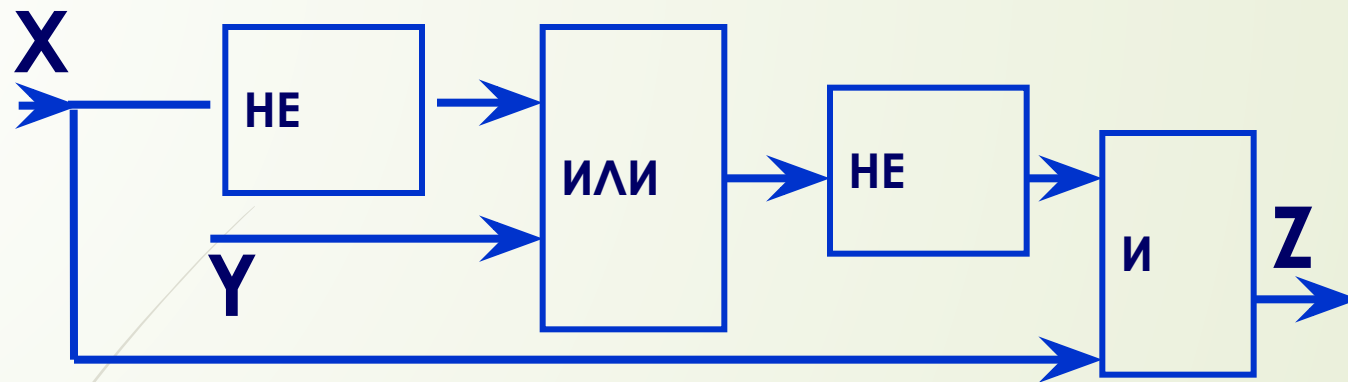
Выражение $Z = X \vee Y$



Таблица истинности:

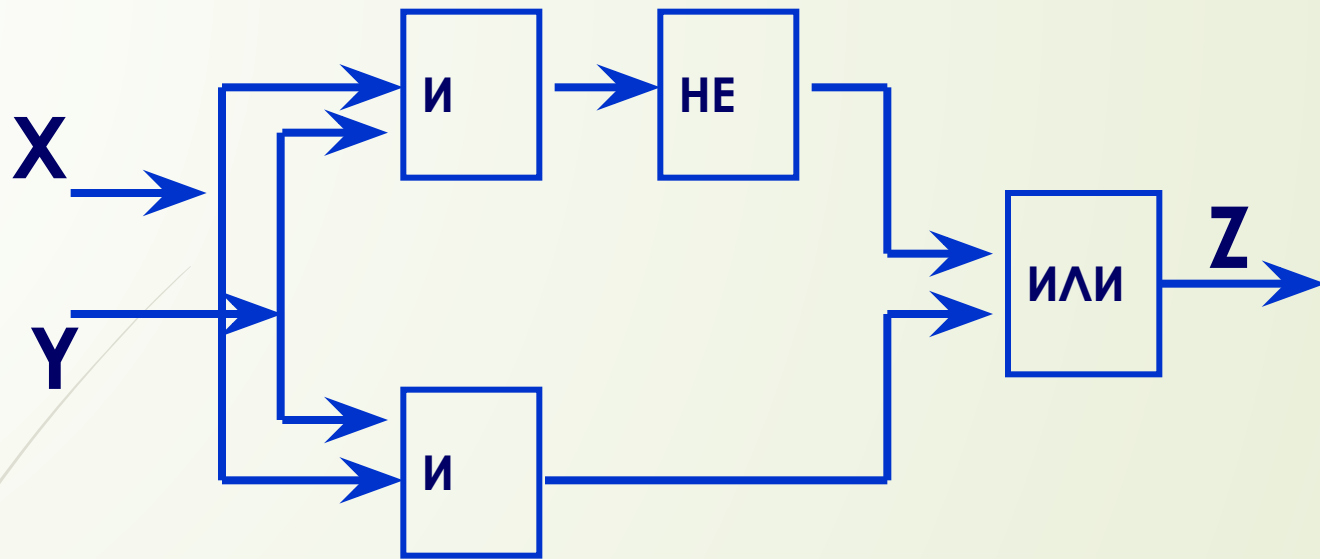
X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Задание 1.



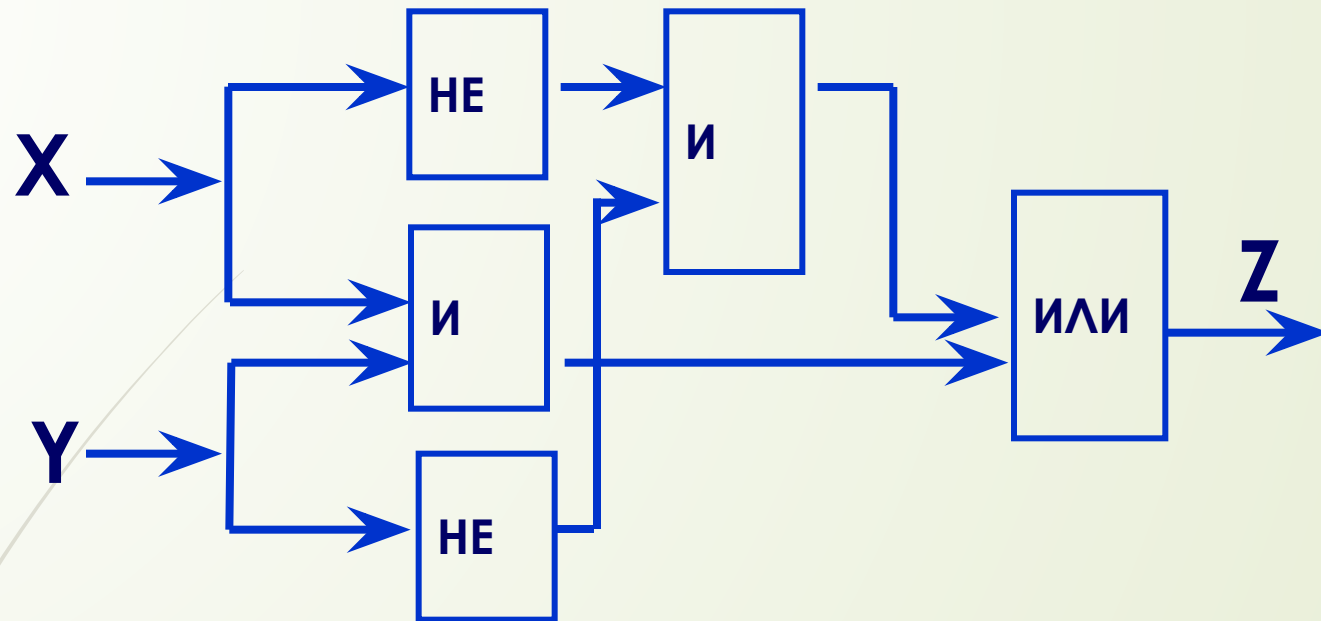
X	Y				Z

Задание 2.



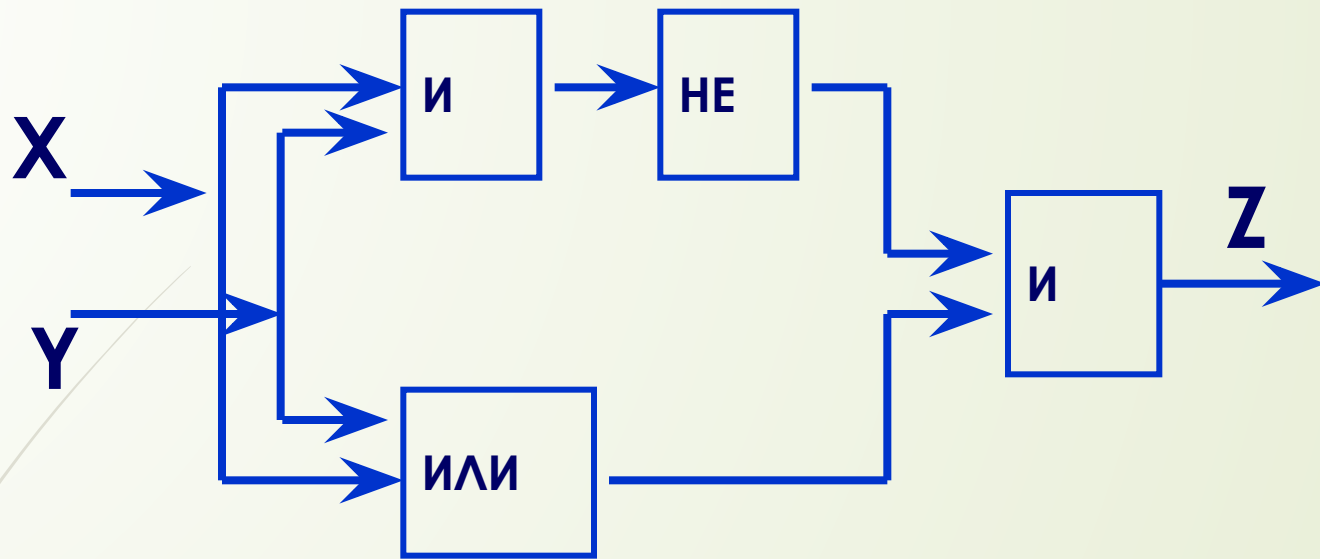
X	Y				Z

Задание 3.



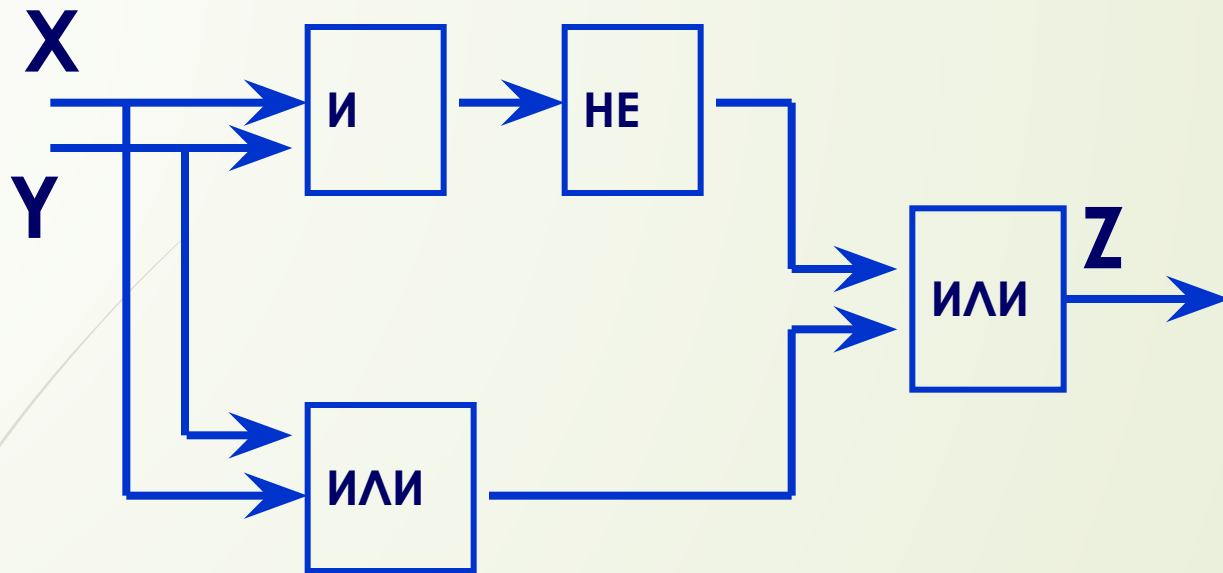
X	Y					Z

Задание 4.



X	Y				Z

Задание 5.



X	Y				Z

