

Тема 2. Абстрактный автомат

Лекция 3
Описание автомата

Способы задания автомата

- Существуют два способа задания автомата:
 - Табличный
 - Графовый
- Автоматы удобно описывать с помощью таблиц, а для наглядности использовать графы

Табличный способ (1)

- При табличном описании задают две таблицы, одна из которых раскрывает функцию переходов (см. таблицу 1.1), а другая - функцию выходов (см. таблицу 1.2)
- Число строк таблиц m равно числу состояний автомата, т.е. $m = |Q|$
- Число столбцов таблиц n равно числу символов входного алфавита, т.е. $n = |X|$
- В позиции первой таблицы записывают значения очередных состояний автомата $q[t+1] \in Q$, в которые он переходит для каждой пары $(q[t], x[t]) \in (Q \bullet X)$
- В позиции второй таблицы записывают значения символов выходного алфавита $y[t] \in Y$, которые генерирует автомат для каждой пары $(q[t], x[t]) \in (Q \bullet X)$
- Если в таблицах 1 и 2 определены значения $q[t+1] \in Q$ и $y[t] \in Y$ для каждой пары $(q[t], x[t]) \in (Q \bullet X)$, то есть заполнены все позиции таблиц, то дано описание детерминированного автомата

Табличный способ (2)

Таблица 1.1 – Функция переходов

Детерминированный автомат $\psi: (Q \bullet X) \rightarrow Q$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	x_1	x_2	...	x_n
q_1	q	q	...	q
q_1	q	q	...	q
...
q_m	q	q	...	q

Таблица 1.2 – Функция выходов

Детерминированный автомат $\phi: (Q \bullet X) \rightarrow Y$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	x_1	x_2	...	x_n
q_1	y	y	...	y
q_1	y	y	...	y
...
q_m	y	y	...	y

- Обычно эти таблицы совмещают в одну, которая раскрывает оператор поведения $(\psi, \phi): (Q \bullet X) \rightarrow (Q \bullet Y)$ (см. таблицу 1.3)
- В позициях этой таблицы записывают пары $(q[t+1], y[t])$ для каждой пары $(q[t], x[t])$

Табличный способ (3)

Таблица 1.3

Детерминированный автомат Мили (ψ, ϕ): $(Q \cdot X) \rightarrow (Q \cdot Y)$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	x_1	x_2	...	x_n
q_1	q, y	q, y	...	q, y
q_1	q, y	q, y	...	q, y
...
q_m	q, y	q, y	...	q, y

Таблица 1.4

Детерминированный автомат Мура $\psi: (Q \cdot X) \rightarrow Q; \phi: Q \rightarrow Y$					
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$				Выход
	x_1	x_2	...	x_n	$y \in Y$
q_1	q	q	...	q	y_1
q_1	q	q	...	q	y_2
...	
q_m	q	q	...	q	y_m

1. Таблицы абстрактного автомата совпадают с таблицами автомата Мили
2. Поэтому таблица 1.3 описывает поведение автомата Мили
3. Таблица автомата Мура (табл.1.4) несколько отличается от таблицы автомата Мили, так как $\phi: Q \rightarrow Y$. Значение выходного символа приписывают, как метку, состоянию автомата
4. Описание С-автомата есть объединение таблиц 1.3 и 1.4. Так как в таблицах 1.3 и 1.4 определены все позиции, то такими таблицами дано описание детерминированных автоматов

Табличный способ (4): задание абстрактного недетерминированного автомата

- В практике проектирования автоматов встречаются случаи, когда функции переходов и/или выходов не определены для некоторых значений символов входного алфавита. В этом случае говорят, что автомат **недетерминированный** или **частично определенный**
- При описании таких автоматов неопределенные позиции таблиц помечаются символом "*"
- В таблицах 1.5, 1.6, 1.7 и 1.8 приведено описание недетерминированных автоматов

Таблица 1.1 – Функция переходов

Таблица 1.2 – Функция выходов

Недетерминированный автомат $\psi: (Q \cdot X) \rightarrow Q$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	x_1	x_2	...	x_n
q_1	q	*	...	q
q_1	q	q	...	*
...
q_m	*	q	...	q

Недетерминированный автомат $\phi: (Q \cdot X) \rightarrow Y$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	x_1	x_2	...	x_n
q_1	y	*	...	y
q_1	*	y	...	y
...
q_m	*	y	...	*

Табличный способ (5): задание недетерминированных автоматов Мили и Мура

Таблица 1.7

Недетерминированный автомат Мили $(\psi, \phi): (Q \cdot X) \rightarrow (Q \cdot Y)$					
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$				
	x_1	x_2	...	x_n	
q_1	q, y	*	...	q, y	
q_1	q, y	q, y	...	*	
...	
q_m	*	q, y	...	q, y	

Таблица 1.8

Недетерминированный автомат Мура $\psi: (Q \cdot X) \rightarrow Q; \phi: Q \rightarrow Y$					
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$				Выход
	x_1	x_2	...	x_n	$y \in Y$
q_1	q	*	...	q	y_1
q_1	q	q	...	*	*
...	
q_m	*	q	...	q	y_m

Задание автомата графом: определение таблиц соединения состояний

- Поведение автомата удобно анализировать с помощью графов, вершинами которого являются элементы множества $q \in Q$, тогда
 - вершина-исток есть образ текущего состояния $q[t]$
 - вершина-сток - образ очередного состояния $q[t+1]$
 - дуги отображают переход автомата из одного состояния в другое ($q[t]$, $q[t+1]$) под воздействием $x[t] \in X$
- Для описания автомата с помощью графов удобно воспользоваться **таблицами соединений состояний** автомата
 - Строки и столбцы такой таблицы представляют символы $q \in Q$
 - Число строк и столбцов таблицы равно m
 - Строки этой таблицы характеризуют текущее состояние, т.е. $q[t]$, а столбцы - очередное, т.е. $q[t+1]$
 - Позиции таблицы заполняют значениями пары $(x[t]/y[t])$ для соответствующего перехода автомата из текущего состояния в очередное

Задание автомата графом: таблицы соединения состояний

Таблица 1.9

Недетерминированный автомат Мили $(\psi, \phi): (Q \times X) \rightarrow (Q \times Y)$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	q_1	q_2	...	q_m
q_1	x/y	x/y	...	x/y
q_1	x/y	x/y	...	x/y
...
q_m	x/y	x/y	...	x/y

Таблица 1.10

Недетерминированный автомат Мура $\psi: (Q \times X) \rightarrow Q; \phi: Q \rightarrow Y$					
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$				Выход $y \in Y$
	q_1	q_2	...	q_m	
q_1	x	x	...	x	y_1
q_1	x	x	...	x	y_2
...	
q_m	x	x	...	x	y_m

- Таблицей 1.9 дано описание соединений состояний автомата Мили
- Таблицей 1.10 - автомата Мура
- Для автомата Мили на дугах графа указывают пару (входной символ/выходной символ)
- Для автомата Мура на дугах графа указывают только входной символ, определяющий переход автомата из одного состояния в другое, а выходной символ y , приписывают к каждой вершине графа

Задание автомата графом: условия использования

При начертании графа детерминированного автомата следует соблюдать следующие условия:

- 1) для каждого символа $x \in X$ есть дуга, исходящая из вершины $q \in Q$
- 2) каждый символ $x \in X$ у каждой вершины-истока $q \in Q$ принадлежит только одной дуге
- 3) если между двумя вершинами $q \in Q$ существует несколько дуг, что может быть обусловлено переходом автомата из состояния $q_s \in Q$ в состояние $q_t \in Q$ при различных символах на входе, то есть $x_i \neq x_j$, то эти дуги могут быть заменены одной дугой с указанием дизъюнктивной связи этих состояний например
 - если $y_u \neq y_v$, то на дуге следует указать $(x_i/y_u \vee x_j/y_v)$
 - если $y_u = y_v = y$, то - $(x_i \vee x_j)/y$

Контрольные вопросы

1. Объясните таблицы переходов, выхода, поведения и соединения состояний детерминированного автомата Мили
2. Объясните таблицы переходов, выхода, поведения и соединения состояний детерминированного автомата Мура
3. Объясните таблицы переходов, выхода, поведения и соединения состояний недетерминированного автомата Мили
4. Объясните таблицы переходов, выхода, поведения и соединения состояний недетерминированного автомата Мура
5. Описать автомат M с алфавитом $X=Y=\{0,1\}$, который, исходя из начального состояния q_0 , перерабатывает входную последовательность α в задержанную на два такта последовательность $\beta=(00\alpha)$
6. Описать автомат M с двумя состояниями, который переводит десятичные цифры $0,1, \dots,9$ поданные на вход, в двоичные последовательности $0000,0001, \dots,1001$ соответственно, а двоичные последовательности $0000,0001, \dots,1111$, в десятичные записи $0,1, \dots,15$ соответственно
7. Описать автомат M с алфавитом $X=Y=\{0,1\}$, который печатает на выходе '1', если непосредственно перед этим он считал четыре '1' последовательно, в противном случае печатает "0". Автомат работает до тех пор, пока не считает три "0" последовательно, после чего печатает лишь '0'