

# Тема 2. Абстрактный автомат

Лекция 3  
Описание автомата

# Способы задания автомата

---

- Существуют два способа задания автомата:
  - Табличный
  - Графовый
- Автоматы удобно описывать с помощью таблиц, а для наглядности использовать графы

# Табличный способ (1)

---

- При табличном описании задают две таблицы, одна из которых раскрывает функцию переходов (см. таблицу 1.1), а другая - функцию выходов (см. таблицу 1.2)
- Число строк таблиц  $m$  равно числу состояний автомата, т.е.  $m = |Q|$
- Число столбцов таблиц  $n$  равно числу символов входного алфавита, т.е.  $n = |X|$
- В позиции первой таблицы записывают значения очередных состояний автомата  $q[t+1] \in Q$ , в которые он переходит для каждой пары  $(q[t], x[t]) \in (Q \bullet X)$
- В позиции второй таблицы записывают значения символов выходного алфавита  $y[t] \in Y$ , которые генерирует автомат для каждой пары  $(q[t], x[t]) \in (Q \bullet X)$
- Если в таблицах 1 и 2 определены значения  $q[t+1] \in Q$  и  $y[t] \in Y$  для каждой пары  $(q[t], x[t]) \in (Q \bullet X)$ , то есть заполнены все позиции таблиц, то дано описание детерминированного автомата

# Табличный способ (2)

Таблица 1.1 – Функция переходов

Детерминированный автомат $\psi: (Q \bullet X) \rightarrow Q$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$q_1$	$q$	$q$	...	$q$
$q_1$	$q$	$q$	...	$q$
...	...	...	...	...
$q_m$	$q$	$q$	...	$q$

Таблица 1.2 – Функция выходов

Детерминированный автомат $\phi: (Q \bullet X) \rightarrow Y$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$q_1$	$y$	$y$	...	$y$
$q_1$	$y$	$y$	...	$y$
...	...	...	...	...
$q_m$	$y$	$y$	...	$y$

- Обычно эти таблицы совмещают в одну, которая раскрывает оператор поведения  $(\psi, \phi): (Q \bullet X) \rightarrow (Q \bullet Y)$  (см. таблицу 1.3)
- В позициях этой таблицы записывают пары  $(q[t+1], y[t])$  для каждой пары  $(q[t], x[t])$

# Табличный способ (3)

Таблица 1.3

Детерминированный автомат Мили ( $\psi, \phi$ ): $(Q \cdot X) \rightarrow (Q \cdot Y)$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$q_1$	$q, y$	$q, y$	...	$q, y$
$q_1$	$q, y$	$q, y$	...	$q, y$
...	...	...	...	...
$q_m$	$q, y$	$q, y$	...	$q, y$

Таблица 1.4

Детерминированный автомат Мура $\psi: (Q \cdot X) \rightarrow Q; \phi: Q \rightarrow Y$					
Текущее состояние $e \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$				Выход $y \in Y$
	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$	
$q_1$	$q$	$q$	...	$q$	$y_1$
$q_1$	$q$	$q$	...	$q$	$y_2$
...	...	...	...	...	
$q_m$	$q$	$q$	...	$q$	$y_m$

1. Таблицы абстрактного автомата совпадают с таблицами автомата Мили
2. Поэтому таблица 1.3 описывает поведение автомата Мили
3. Таблица автомата Мура (табл.1.4) несколько отличается от таблицы автомата Мили, так как  $\phi: Q \rightarrow Y$ . Значение выходного символа приписывают, как метку, состоянию автомата
4. Описание С-автомата есть объединение таблиц 1.3 и 1.4. Так как в таблицах 1.3 и 1.4 определены все позиции, то такими таблицами дано описание детерминированных автоматов

# Табличный способ (4): задание абстрактного недетерминированного автомата

- В практике проектирования автоматов встречаются случаи, когда функции переходов и/или выходов не определены для некоторых значений символов входного алфавита. В этом случае говорят, что автомат **недетерминированный** или **частично определенный**
- При описании таких автоматов неопределенные позиции таблиц помечаются символом "\*"
- В таблицах 1.5, 1.6, 1.7 и 1.8 приведено описание недетерминированных автоматов

Таблица 1.1 – Функция переходов

Таблица 1.2 – Функция выходов

Недетерминированный автомат $\psi: (Q \cdot X) \rightarrow Q$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$q_1$	q	*	...	q
$q_1$	q	q	...	*
...	...	...	...	...
$q_m$	*	q	...	q

Недетерминированный автомат $\phi: (Q \cdot X) \rightarrow Y$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$q_1$	y	*	...	y
$q_1$	*	y	...	y
...	...	...	...	...
$q_m$	*	y	...	*

# Табличный способ (5): задание недетерминированных автоматов Мили и Мура

Таблица 1.7

Недетерминированный автомат Мили $(\psi, \phi): (Q \cdot X) \rightarrow (Q \cdot Y)$					
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$				
	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$	
$q_1$	$q, y$	*	...	$q, y$	
$q_1$	$q, y$	$q, y$	...	*	
...	...	...	...	...	
$q_m$	*	$q, y$	...	$q, y$	

Таблица 1.8

Недетерминированный автомат Мура $\psi: (Q \cdot X) \rightarrow Q; \phi: Q \rightarrow Y$					
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$				Выход
	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$	$y \in Y$
$q_1$	$q$	*	...	$q$	$y_1$
$q_1$	$q$	$q$	...	*	*
...	...	...	...	...	
$q_m$	*	$q$	...	$q$	$y_m$

# Задание автомата графом: определение таблиц соединения состояний

- Поведение автомата удобно анализировать с помощью графов, вершинами которого являются элементы множества  $q \in Q$ , тогда
  - вершина-исток есть образ текущего состояния  $q[t]$
  - вершина-сток - образ очередного состояния  $q[t+1]$
  - дуги отображают переход автомата из одного состояния в другое ( $q[t]$ ,  $q[t+1]$ ) под воздействием  $x[t] \in X$
- Для описания автомата с помощью графов удобно воспользоваться **таблицами соединений состояний** автомата
  - Строки и столбцы такой таблицы представляют символы  $q \in Q$
  - Число строк и столбцов таблицы равно  $m$
  - Строки этой таблицы характеризуют текущее состояние, т.е.  $q[t]$ , а столбцы - очередное, т.е.  $q[t+1]$
  - Позиции таблицы заполняют значениями пары  $(x[t]/y[t])$  для соответствующего перехода автомата из текущего состояния в очередное



# Задание автомата графом: таблицы соединения состояний

Таблица 1.9

Недетерминированный автомат Мили $(\psi, \phi): (Q \times X) \rightarrow (Q \times Y)$				
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$			
	$q_1$	$q_2$	...	$q_m$
$q_1$	$x/y$	$x/y$	...	$x/y$
$q_1$	$x/y$	$x/y$	...	$x/y$
...	...	...	...	...
$q_m$	$x/y$	$x/y$	...	$x/y$

Таблица 1.10

Недетерминированный автомат Мура $\psi: (Q \times X) \rightarrow Q; \phi: Q \rightarrow Y$					
Текущее состояние $q \in Q$	Символы входного алфавита $x \in X$				Выход $y \in Y$
	$q_1$	$q_2$	...	$q_m$	
$q_1$	$x$	$x$	...	$x$	$y_1$
$q_1$	$x$	$x$	...	$x$	$y_2$
...	...	...	...	...	
$q_m$	$x$	$x$	...	$x$	$y_m$

- Таблицей 1.9 дано описание соединений состояний автомата Мили
- Таблицей 1.10 - автомата Мура
- Для автомата Мили на дугах графа указывают пару (входной символ/выходной символ)
- Для автомата Мура на дугах графа указывают только входной символ, определяющий переход автомата из одного состояния в другое, а выходной символ  $y$ , приписывают к каждой вершине графа

# Задание автомата графом: условия использования

При начертании графа детерминированного автомата следует соблюдать следующие условия:

- 1) для каждого символа  $x \in X$  есть дуга, исходящая из вершины  $q \in Q$
- 2) каждый символ  $x \in X$  у каждой вершины-истока  $q \in Q$  принадлежит только одной дуге
- 3) если между двумя вершинами  $q \in Q$  существует несколько дуг, что может быть обусловлено переходом автомата из состояния  $q_s \in Q$  в состояние  $q_t \in Q$  при различных символах на входе, то есть  $x_i \neq x_j$ , то эти дуги могут быть заменены одной дугой с указанием дизъюнктивной связи этих состояний например
  - если  $y_u \neq y_v$ , то на дуге следует указать  $(x_i/y_u \vee x_j/y_v)$
  - если  $y_u = y_v = y$ , то  $-(x_i \vee x_j)/y$

# Контрольные вопросы

---

1. Объясните таблицы переходов, выхода, поведения и соединения состояний детерминированного автомата Мили
2. Объясните таблицы переходов, выхода, поведения и соединения состояний детерминированного автомата Мура
3. Объясните таблицы переходов, выхода, поведения и соединения состояний недетерминированного автомата Мили
4. Объясните таблицы переходов, выхода, поведения и соединения состояний недетерминированного автомата Мура
5. Описать автомат  $M$  с алфавитом  $X=Y=\{0,1\}$ , который, исходя из начального состояния  $q_0$ , перерабатывает входную последовательность  $\alpha$  в задержанную на два такта последовательность  $\beta=(00\alpha)$
6. Описать автомат  $M$  с двумя состояниями, который переводит десятичные цифры  $0,1, \dots,9$  поданные на вход, в двоичные последовательности  $0000,0001, \dots,1001$  соответственно, а двоичные последовательности  $0000,0001, \dots,1111$ , в десятичные записи  $0,1, \dots,15$  соответственно
7. Описать автомат  $M$  с алфавитом  $X=Y=\{0,1\}$ , который печатает на выходе '1', если непосредственно перед этим он считал четыре '1' последовательно, в противном случае печатает "0". Автомат работает до тех пор, пока не считает три "0" последовательно, после чего печатает лишь '0'