

**Элементы  
математической  
логики**  
**Алгебра суждений  
(логика  
высказываний)**



УТВЕРЖДЕНИЕ  
НА ОБРАТНОЙ  
СТОРОНЕ  
ЭТОЙ КАРТОЧКИ  
**ИСТИННО**

Парадокс  
с карточкой  
математика  
П. Журдена



УТВЕРЖДЕНИЕ  
НА ОБРАТНОЙ  
СТОРОНЕ  
ЭТОЙ КАРТОЧКИ  
**ЛОЖНО**

Основная задача логики высказываний заключается в том, чтобы на основании истинности или ложности простых высказываний определить истинность или ложность сложных высказываний.

Среди сложных высказываний можно выделить:

- соединительные,
- разделительные,
- условные,
- эквивалентные,
- высказывания с внешним отрицанием.

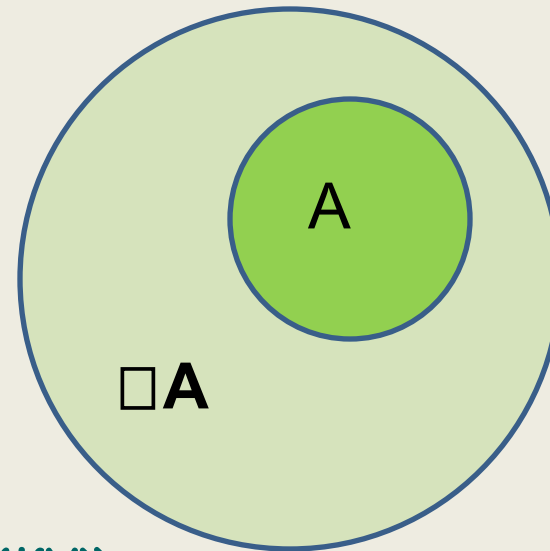
Для булевых переменных определены следующие логические операции:

- 1) **Инверсия** (логическое отрицание)  
 $\bar{\square}$ ,  $\neg$ , not, не, (неверно, что...)
- 2) **Конъюнкция** (логическое умножение)  
 $\times$ ,  $\wedge$ , &, and, и
- 3) **Дизъюнкция** (логическое сложение)  
 $+$ ,  $\vee$ , or, или
- 4) **Импликация** (следование)  $\rightarrow$ , если..., то...
- 5) **Двойная импликация или эквиваленция**  
(равносильность)  $\leftrightarrow$ , =

# 1. Инверсия (логическое отрицание)

Имея суждение  $A$ , можно образовать новое суждение, которое читается как «не  $A$ » или «неверно, что  $A$ ». ( $\neg A$ ,  $\square A$ )

$A$	$\square A$



$A$  = «Мы любим информатику»

$\square A$  = «Мы **не** любим информатику»

## 2. Конъюнкция (логическое умножение)

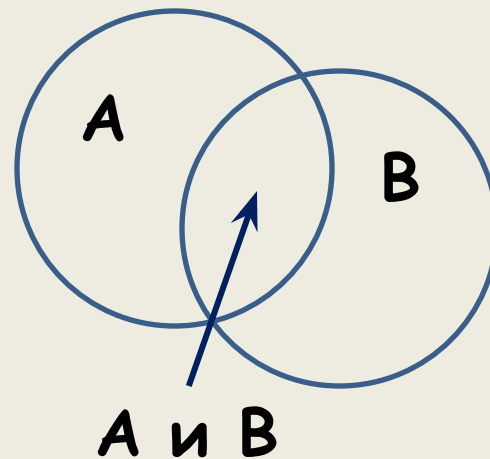
Конъюнкция двух высказываний  $A$  и  $B$

соответствует союзу «и» ( $A * B$ ,  $AB$ ,  $A \wedge B$ ).

Связка «и» в составных суждениях предполагает одновременную истинность составляющих суждений.

A	B	$A \wedge B$

«Число 6 делится на 2 и на 3»



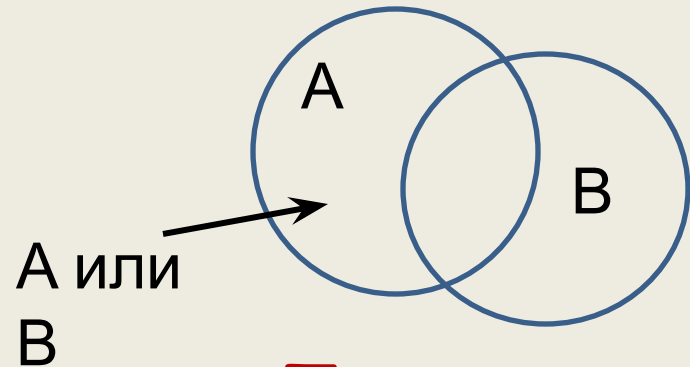
### 3. Дизъюнкция (логическое сложение)

Дизъюнкция двух суждений соответствует союзу «или» ( $A + B$ ,  $A \vee B$ ).

Составное суждение со связкой «или» считается истинным, если истинно хотя бы одно из составных суждений, и считается ложным, если ложны все его составляющие.

A	B	$A \vee B$

Объединяющее «или»



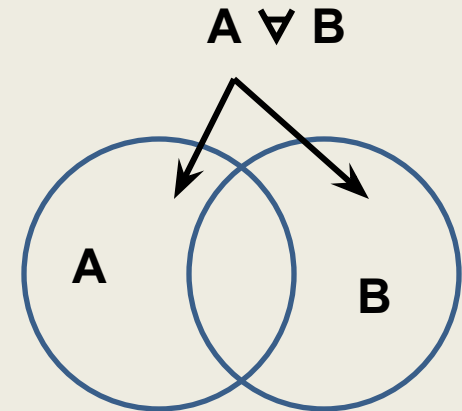
«Петров является программистом или Петров является студентом»

Разъединяющее «или» (либо А, либо В) -  $A \oplus B$

(разность) -  $A \nabla B$

A	B	$A \nabla B$

«Петров совершил преступление,  
или Петров не совершал  
преступления»





## 4. Импликация (следование)

$A \rightarrow B$  (Если  $A$ , то  $B$ . Из  $A$  следует  $B$ )

Импликация ложна только в одном случае:

«из истины не может следовать ложь,  
из лжи - все, что угодно».

«Если  $2 \times 2 = 5$ , то  $2 + 2 = 5$ »

«Если  $2 \times 2 = 5$ , то  $2 + 2 = 4$ »

A	B	$A \rightarrow B$

# Эквиваленция (равносильность, двойная импликация)

Суждения  $A$  и  $B$  называются равносильными или эквивалентными, если они одновременно истинны или одновременно ложны.

$A = B$ ;  $A \leftrightarrow B$ ;  $A \Leftrightarrow B$ ;  $A \equiv B$

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A = B</b>

$A$  = «Этот треугольник равносторонний»

$B$  = «Этот треугольник равноугольный»

# Приоритетность логических операций

1. Инверсия
2. Конъюнкция
3. Дизъюнкция
4. Импликация
5. Эквиваленция



Всю совокупность формул логики высказываний можно разделить на 3 класса:

- 1) **нейтральные** или **выполнимые** - выражения принимают значения как «истинно» так и «ложно»;
- 2) **тождественно-истинные формулы** или **тавтологии** - выражения принимают значения «истинно» независимо от логических значений входящих в них переменных;
- 3) **тождественно-ложные формулы** - выражения принимают значения «ложно» независимо от логических значений входящих в них переменных.