

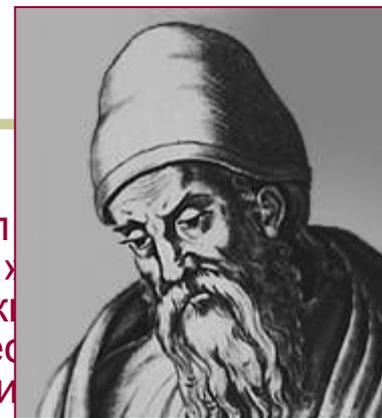
Программирование цикла.

Алгоритм Евклида.

*Цель урока: освоить
программирование циклов с
предусловием на примере
Алгоритма Евклида.*

Алгоритм Евклида

ЕВКЛИД, древнегреческий математик. Работал в Александрии в 3 в. до н. э. Главный труд «Начала» (13 книг), содержащий основы античной математики: элементарной геометрии, теории чисел, общей теории отношений и метода определения площадей и объемов, включавшего элементы теории пределов. оказал огромное влияние на развитие математики. Работы по астрономии, оптике, теории музыки.



Постановка задачи:

- Требуется составить программу определения наибольшего общего делителя (НОД) двух натуральных чисел

НОД

НОД двух натуральных чисел- это самое большое натуральное число, на которое они делятся нацело.

НАПРИМЕР: $\text{НОД}(12,18)=6$

Постановка задачи:

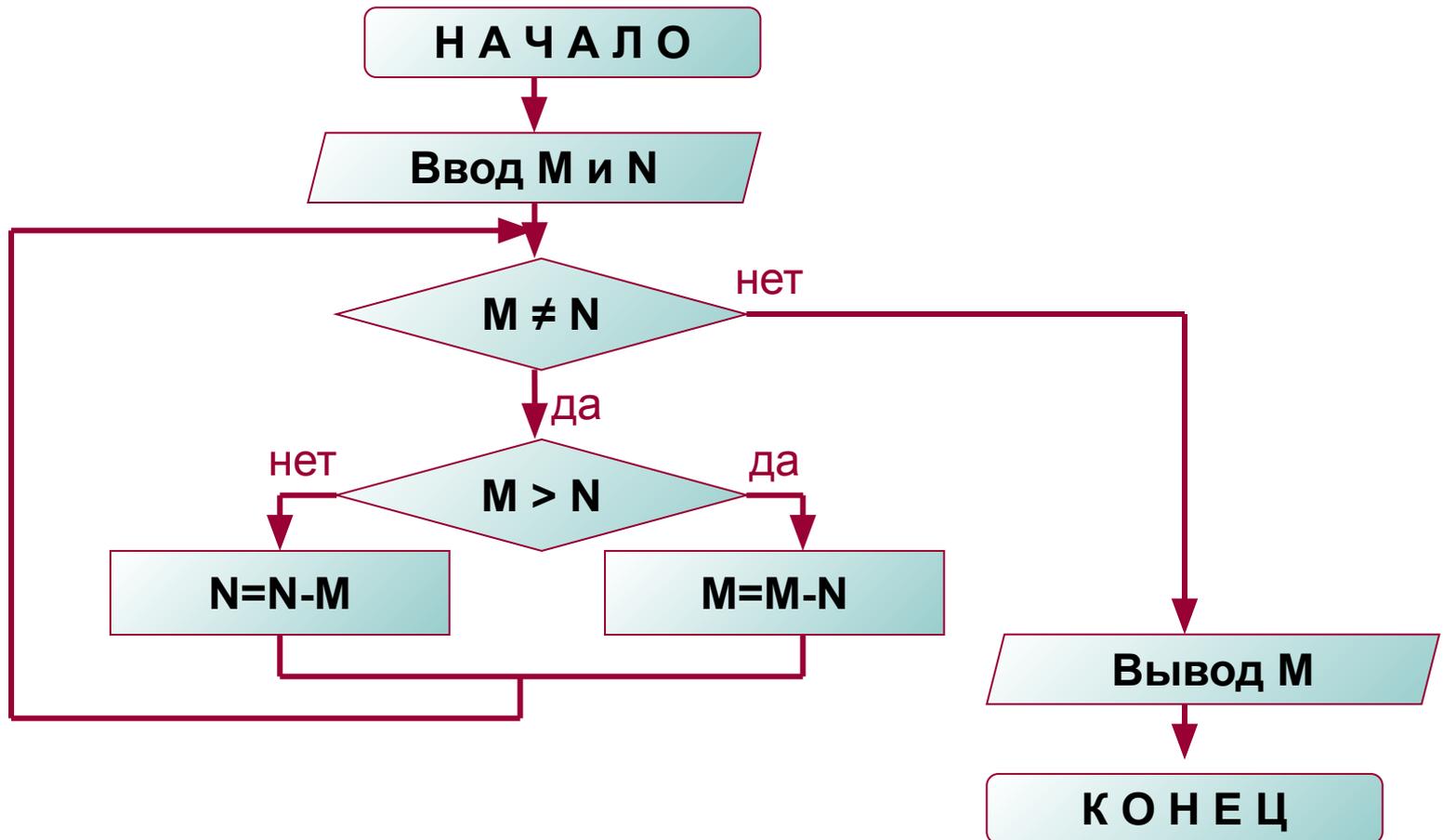
- Дано: M и N
- Найти: НОД(M,N)

НОД

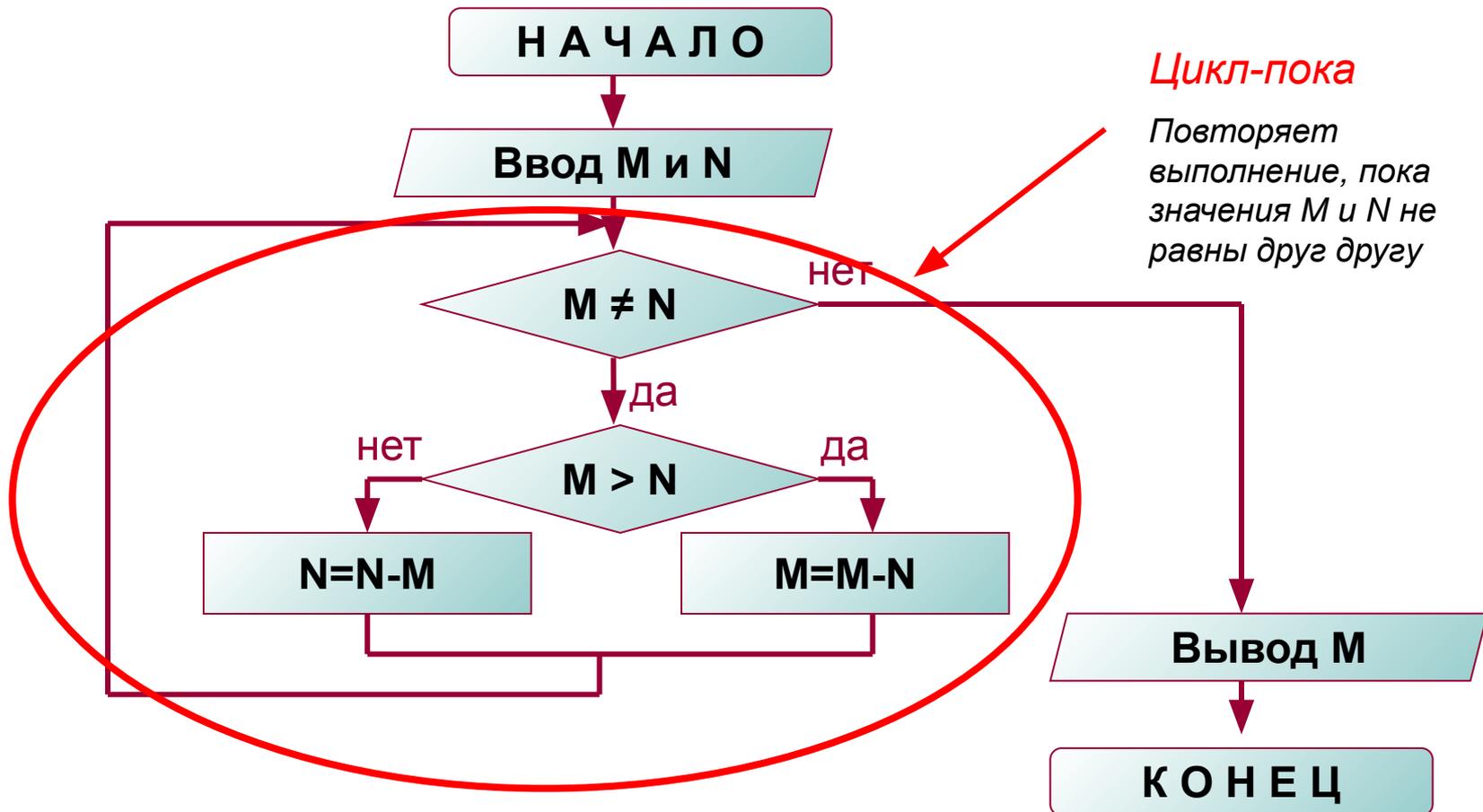
АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА:

- 1) Если два числа равны,
то ответ любое из них
иначе перейти к 2)
- 2) Заменить большее число разностью
большого и меньшего из чисел
- 3) Вернуться к 1)

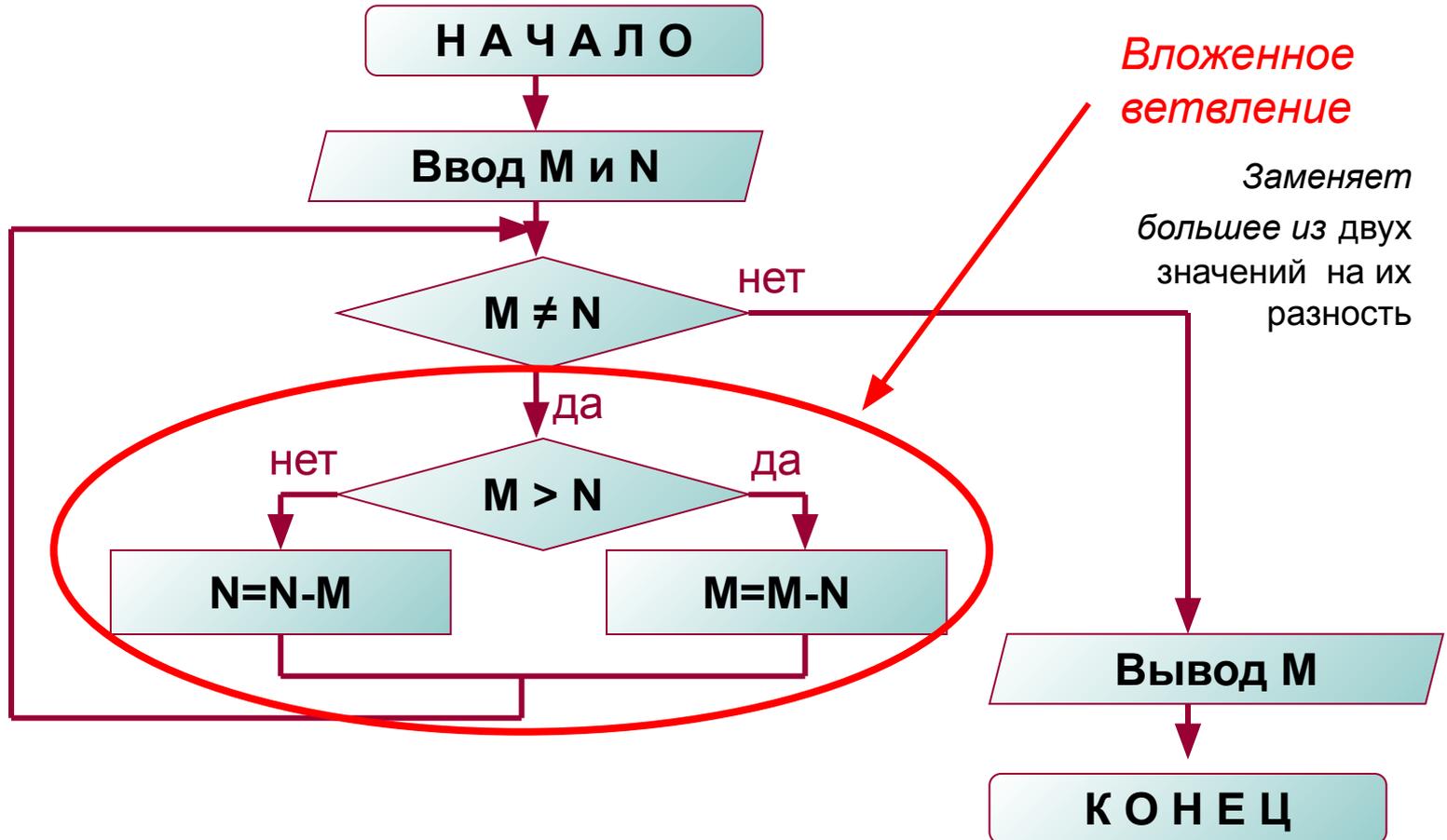
Блок-схема алгоритма Евклида



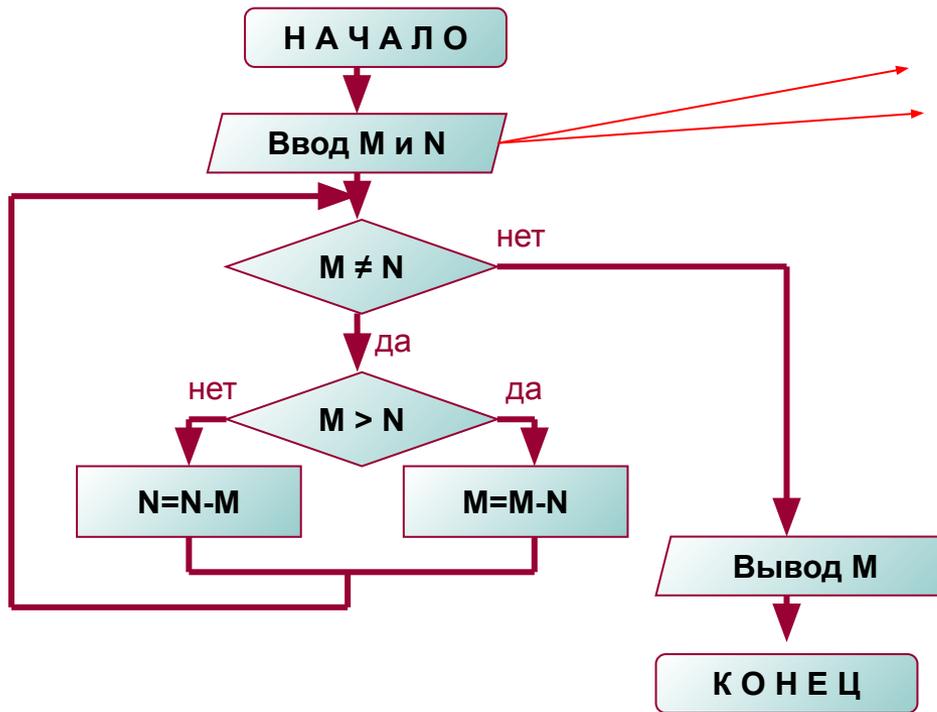
Структура алгоритма Евклида



Структура алгоритма Евклида

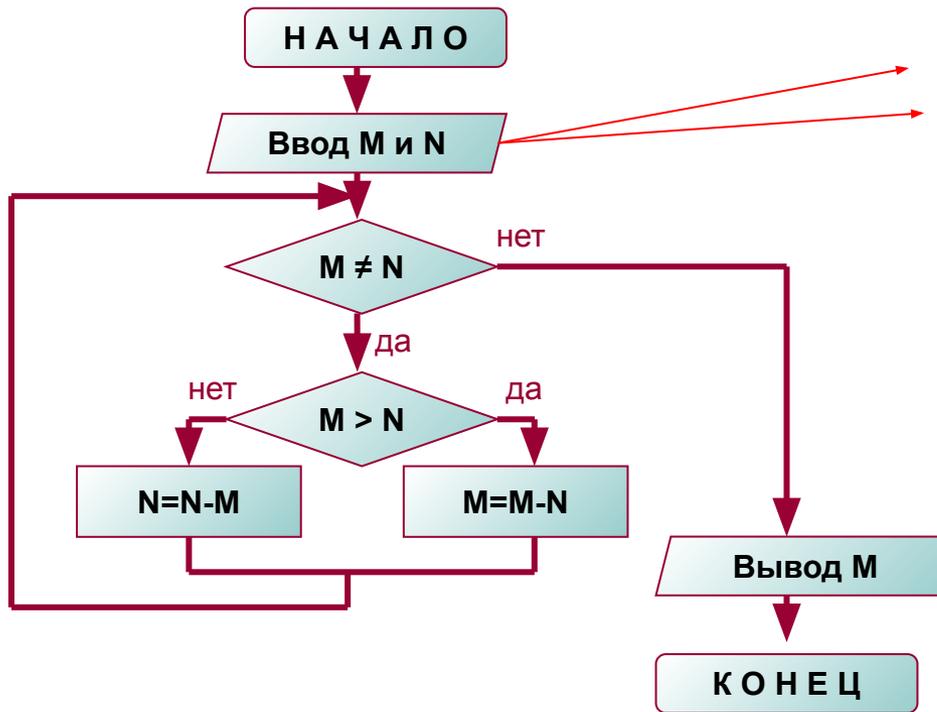


Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



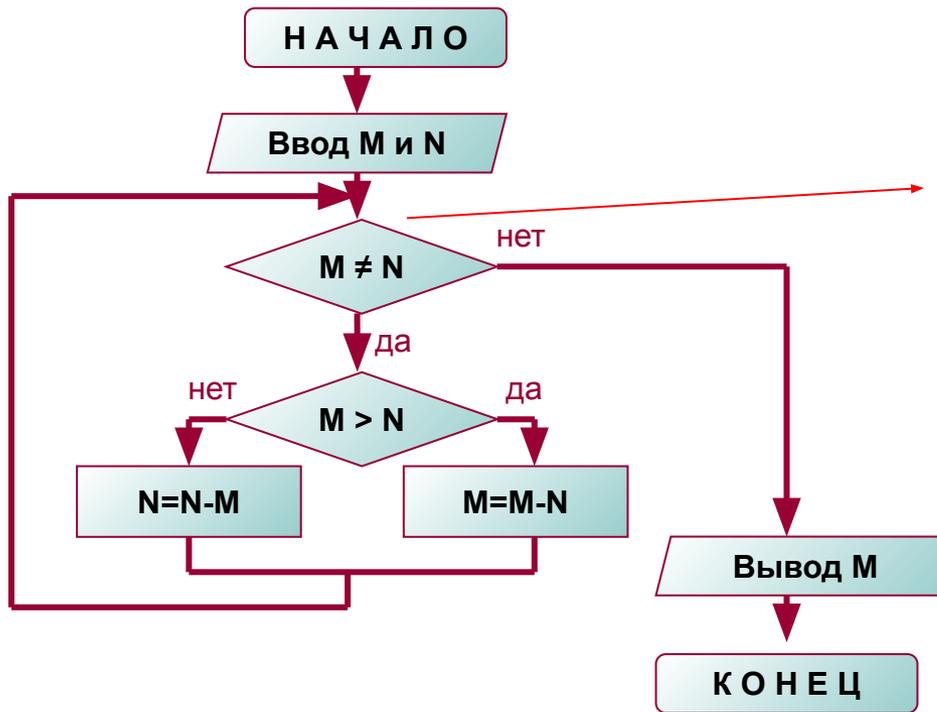
шаг	операция	M	N	условие
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



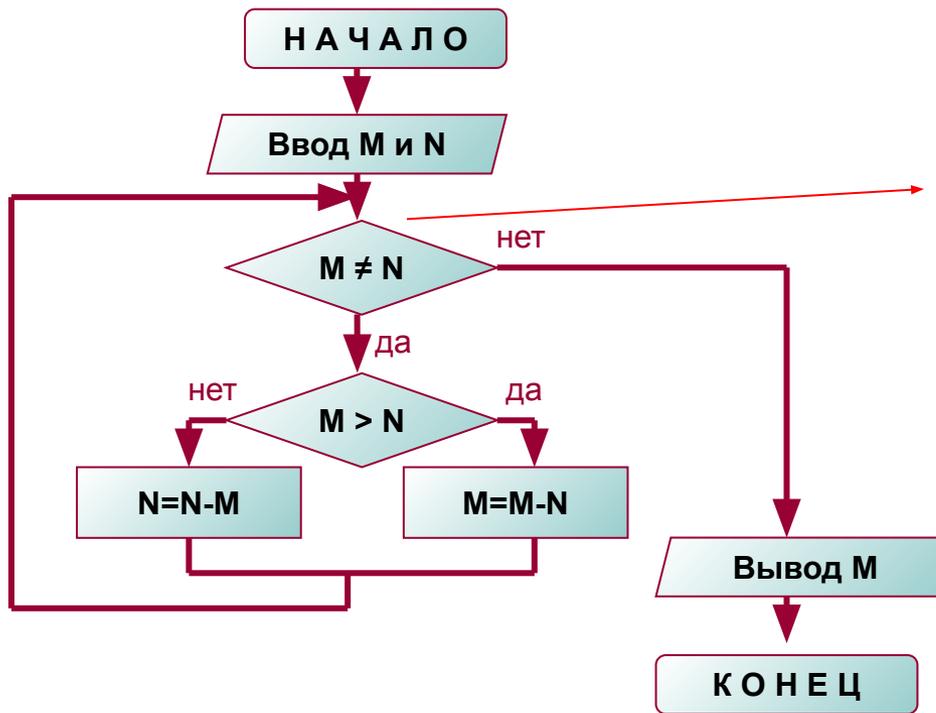
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



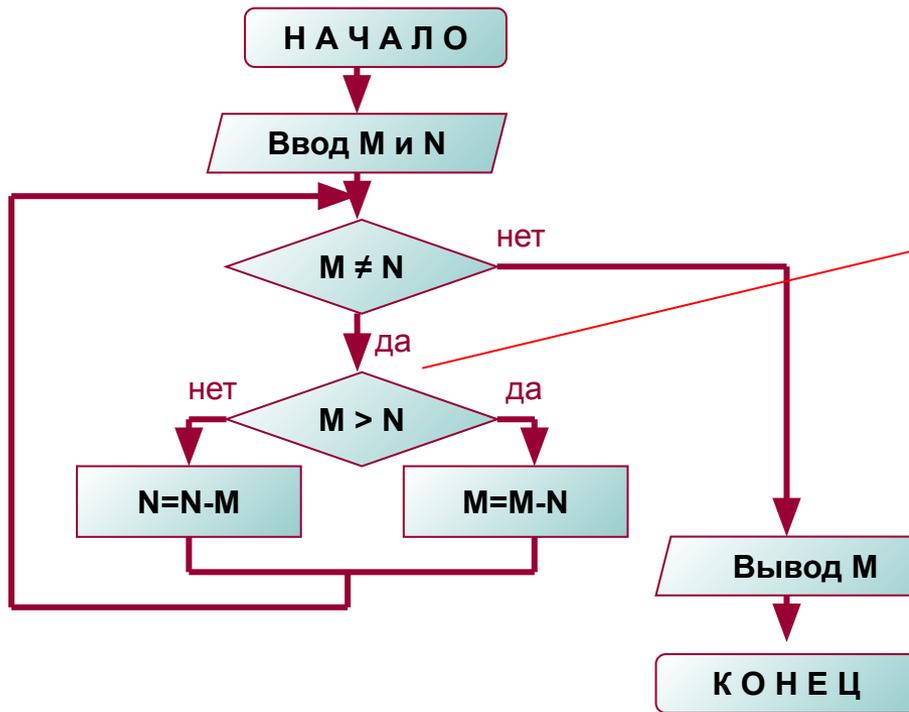
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



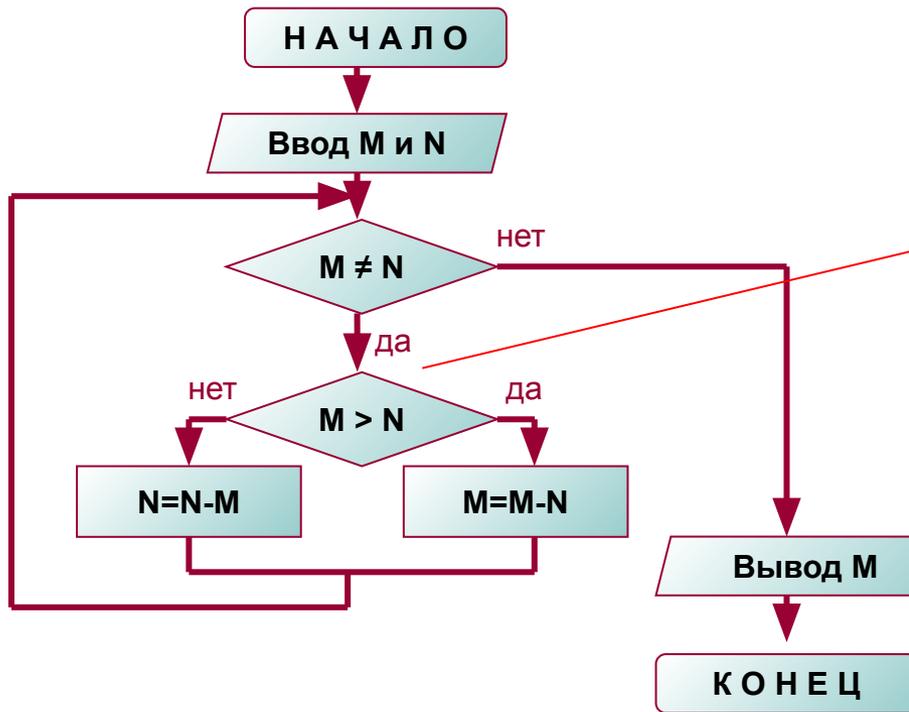
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	M ≠ N			32≠24, да
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



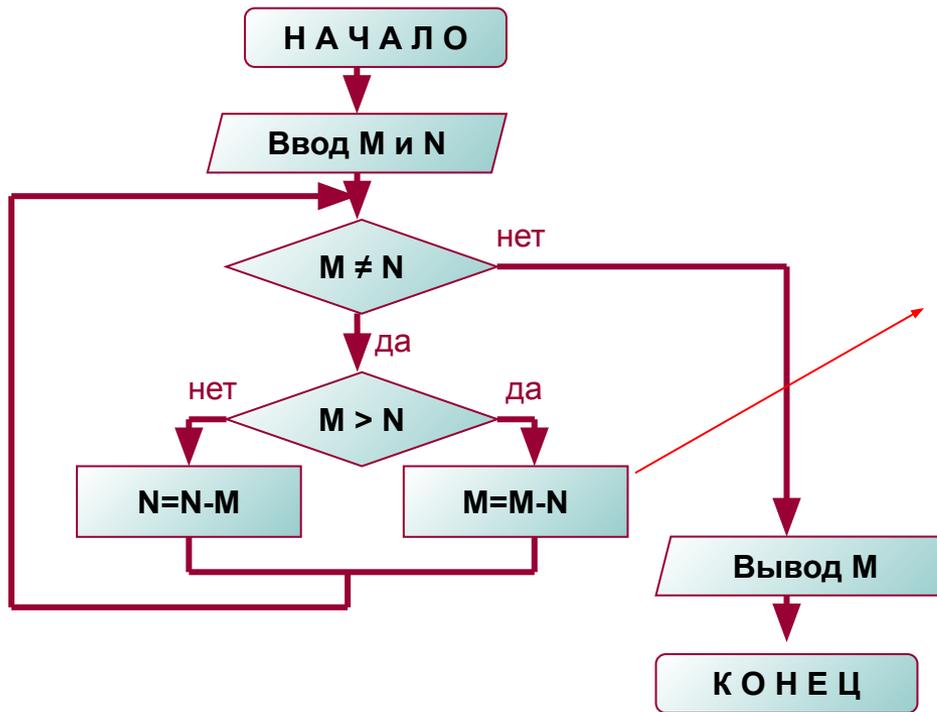
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	M ≠ N			32≠24, да
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



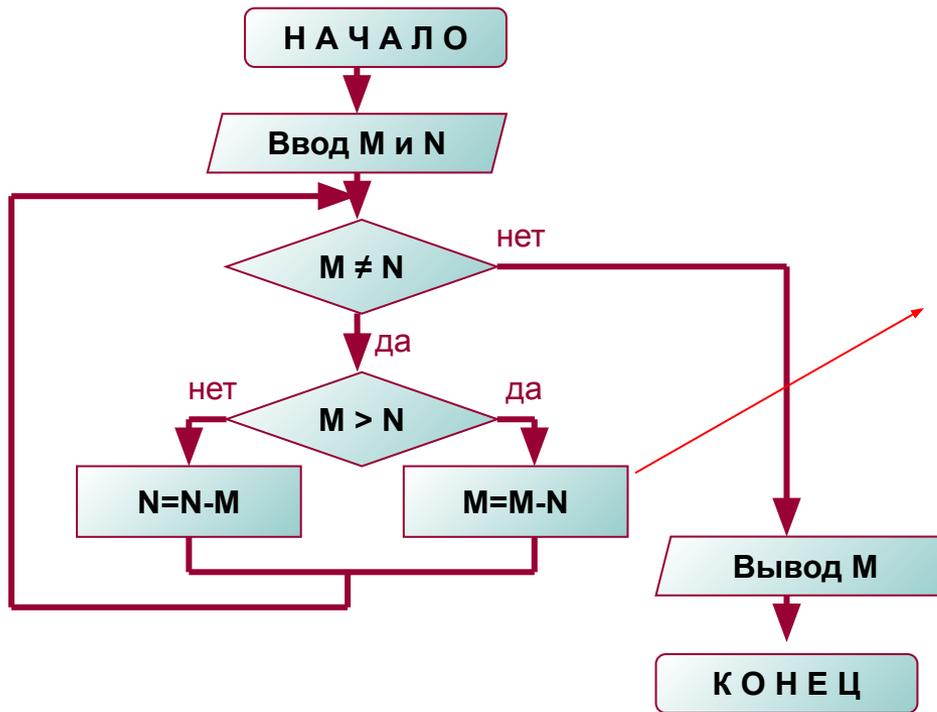
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			32≠24, да
4	$M > N$			32 > 24, да
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



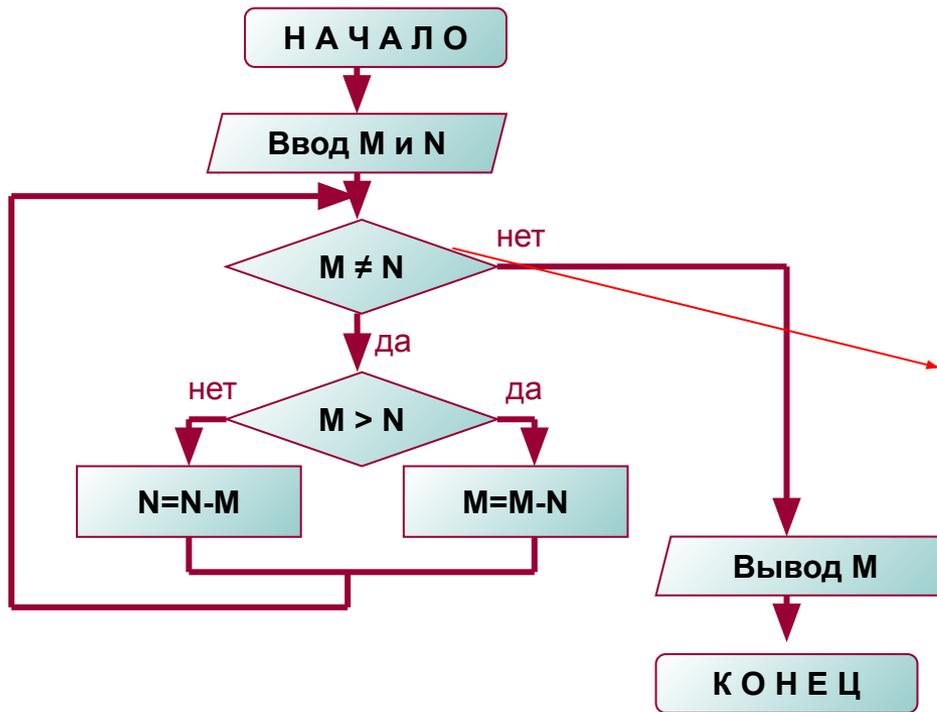
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



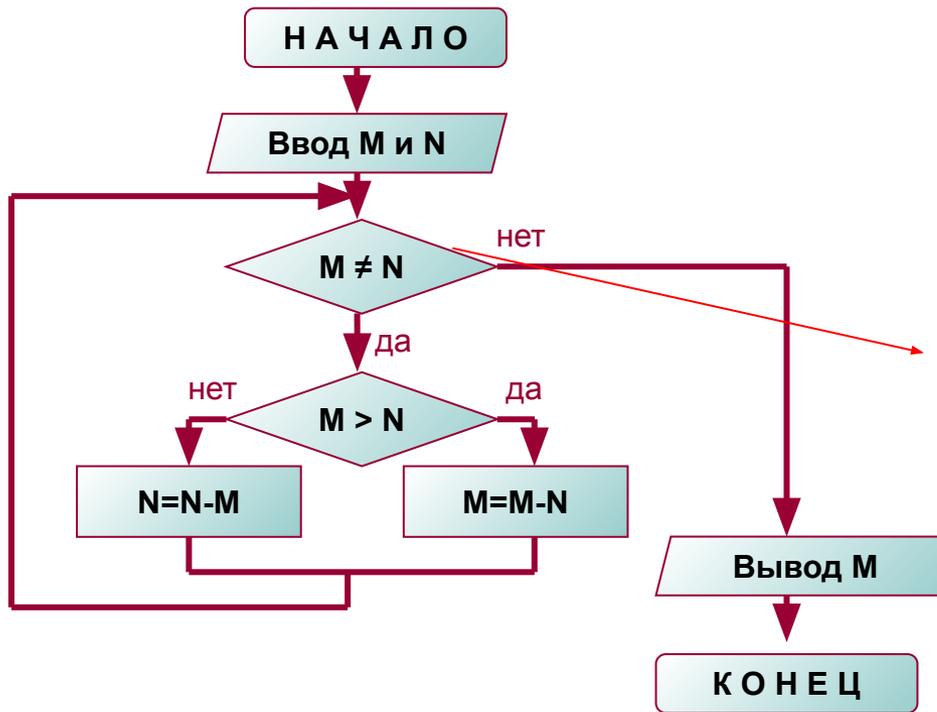
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



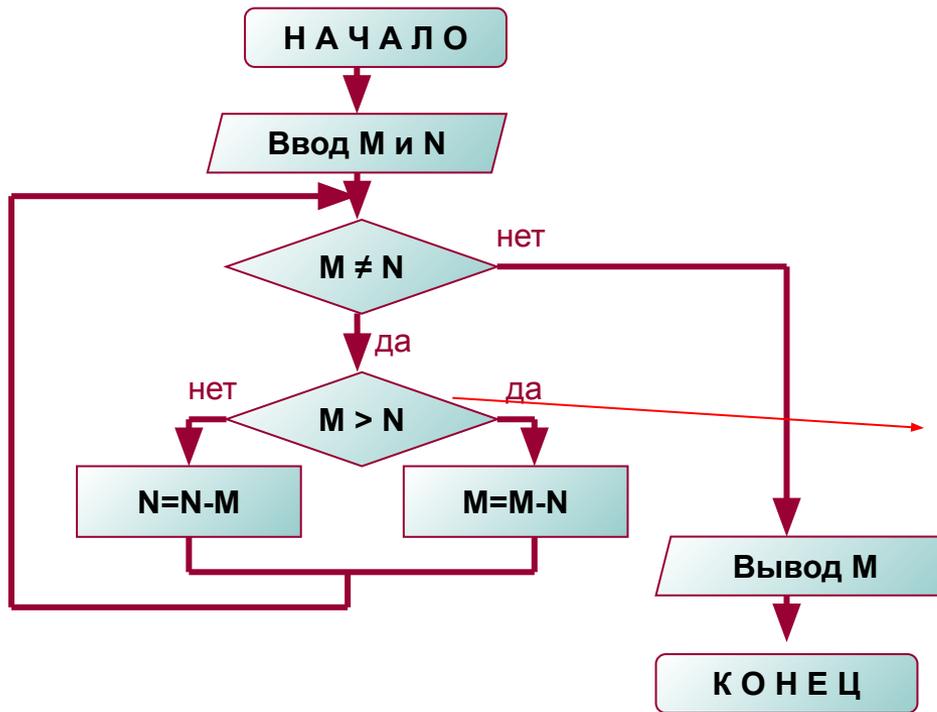
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



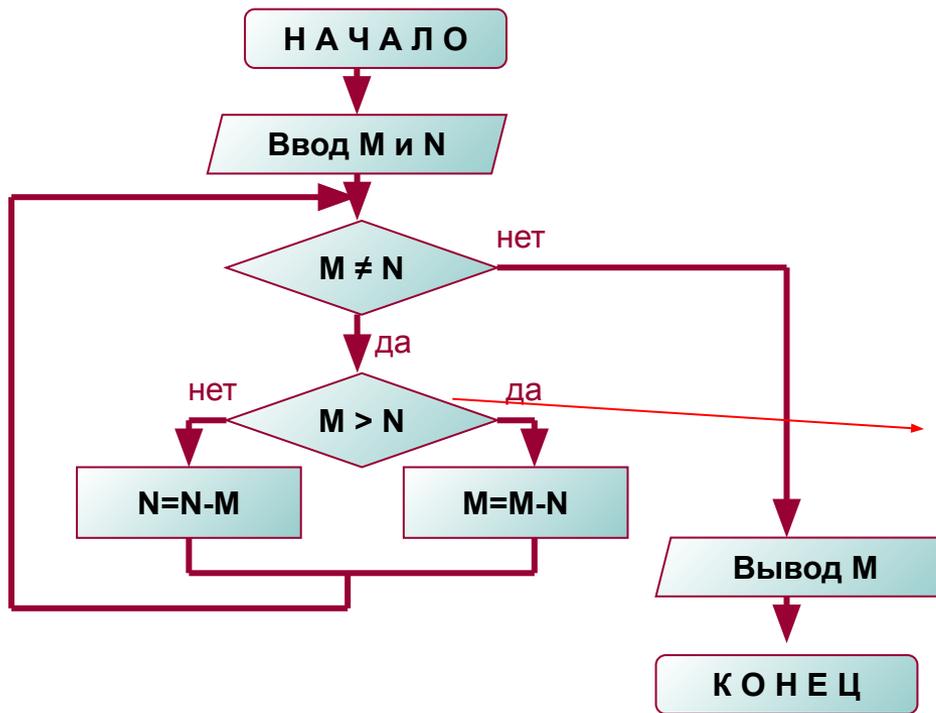
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



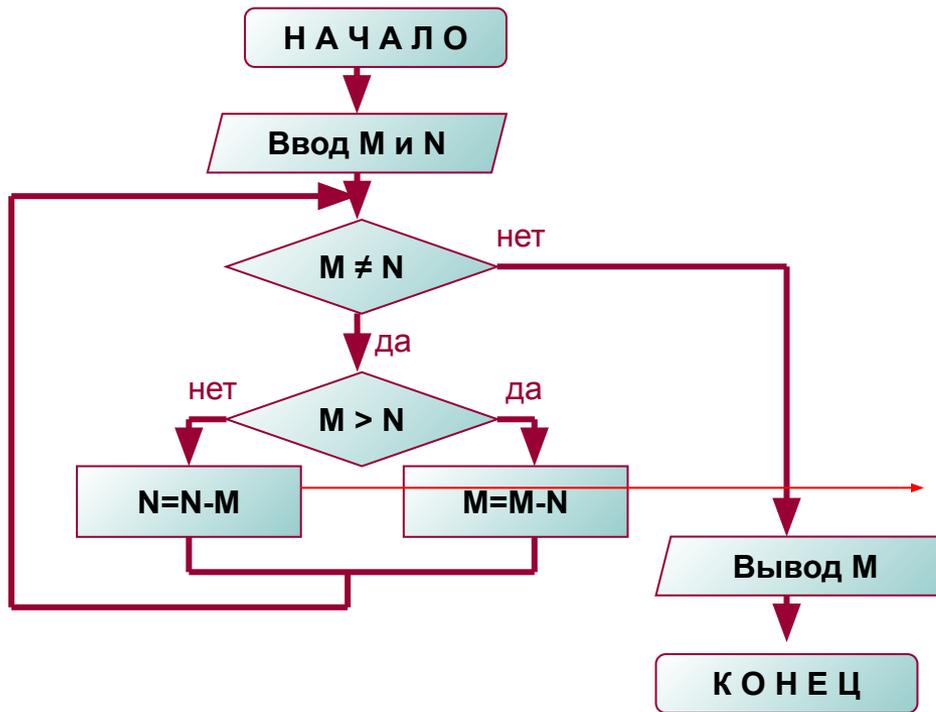
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



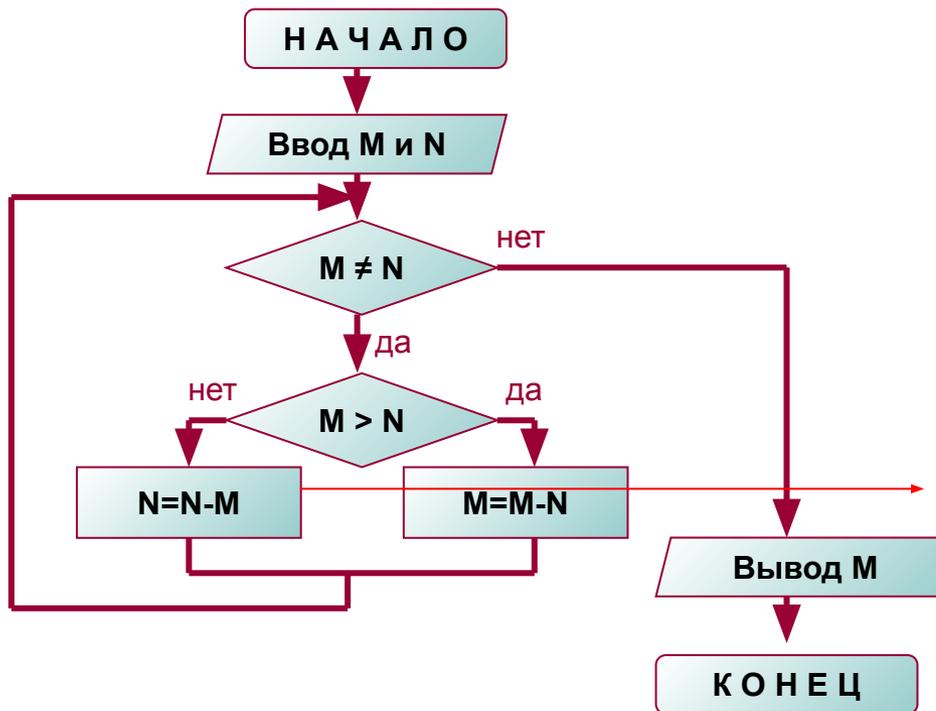
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



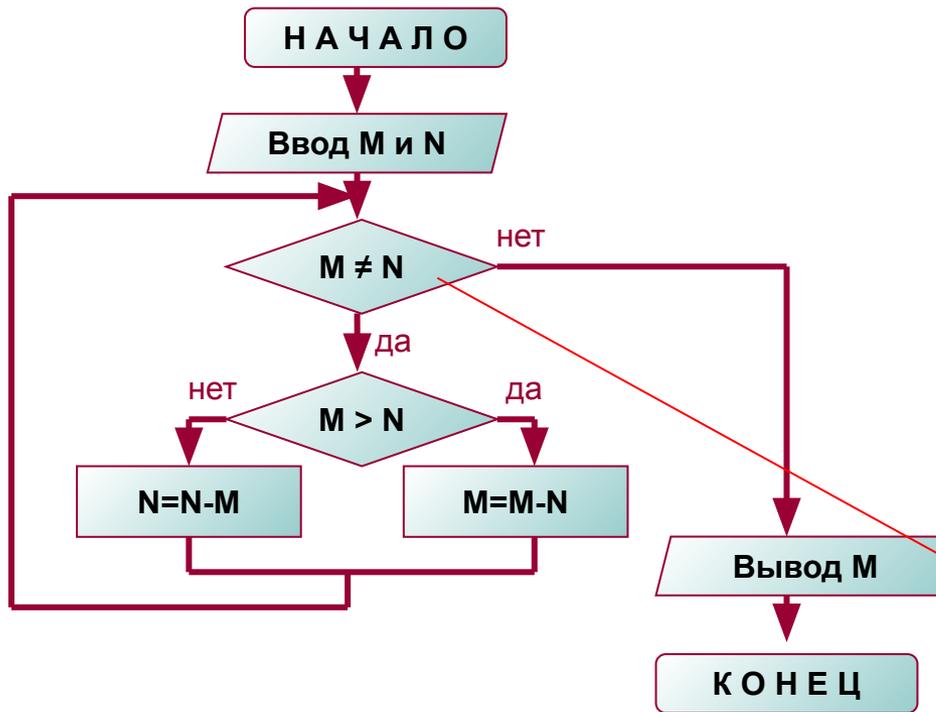
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



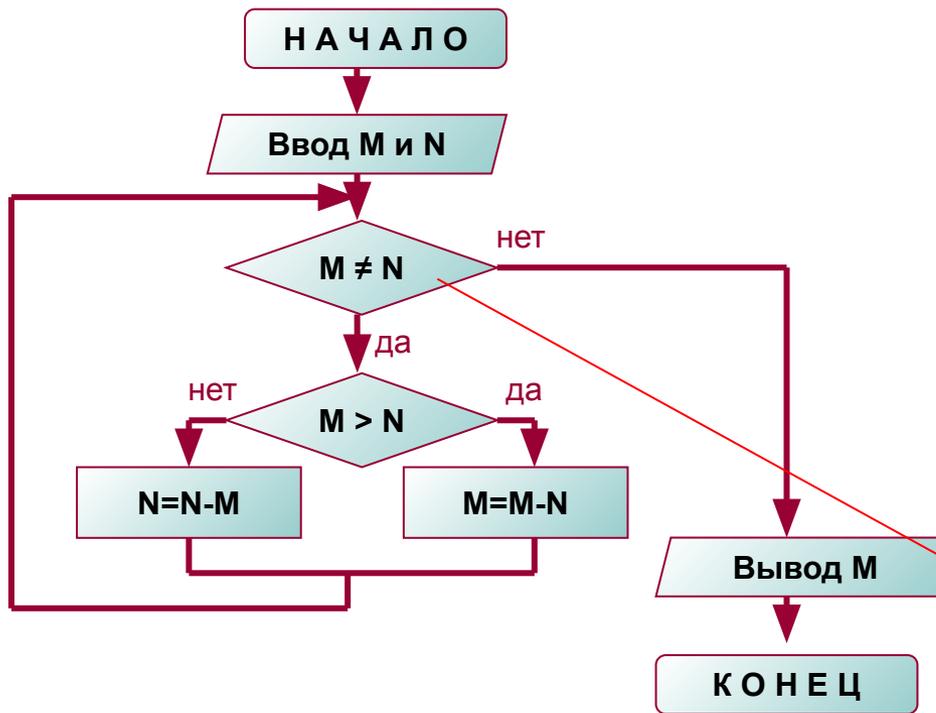
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



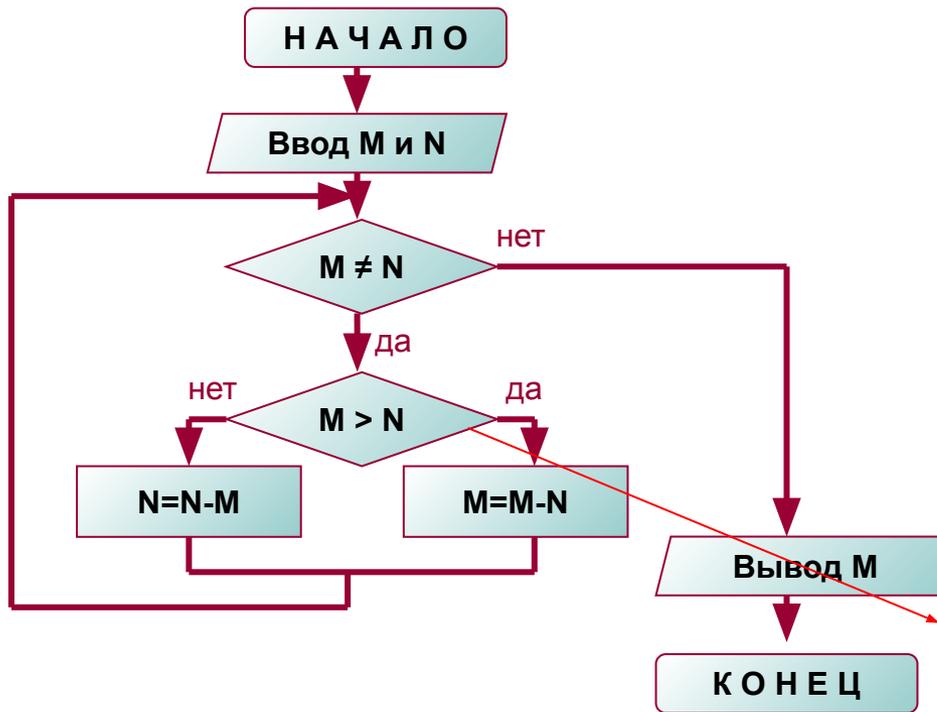
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9				
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



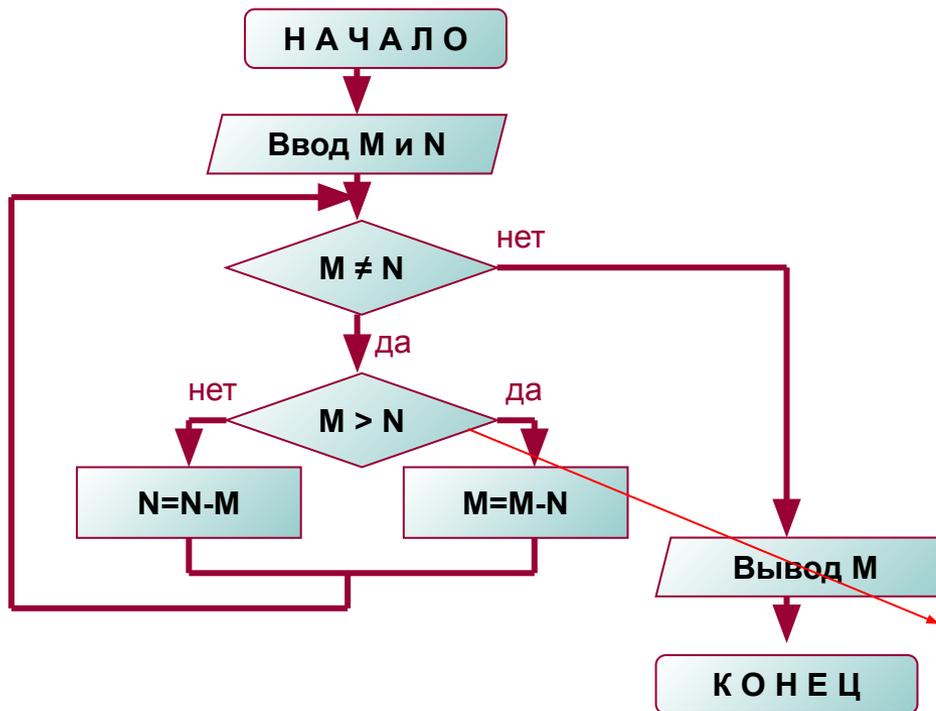
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



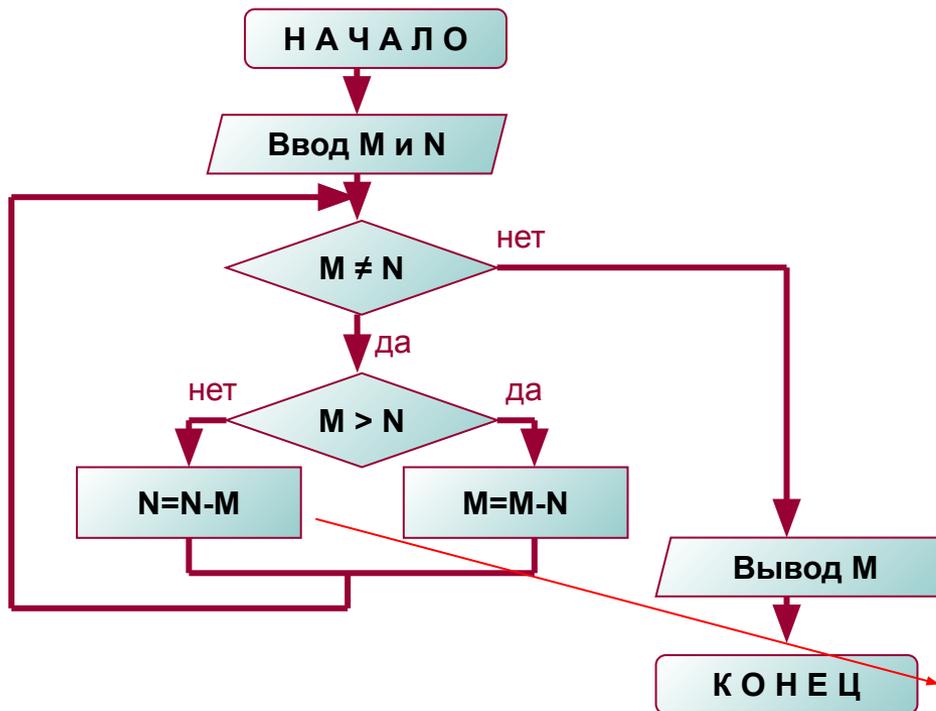
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10				
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



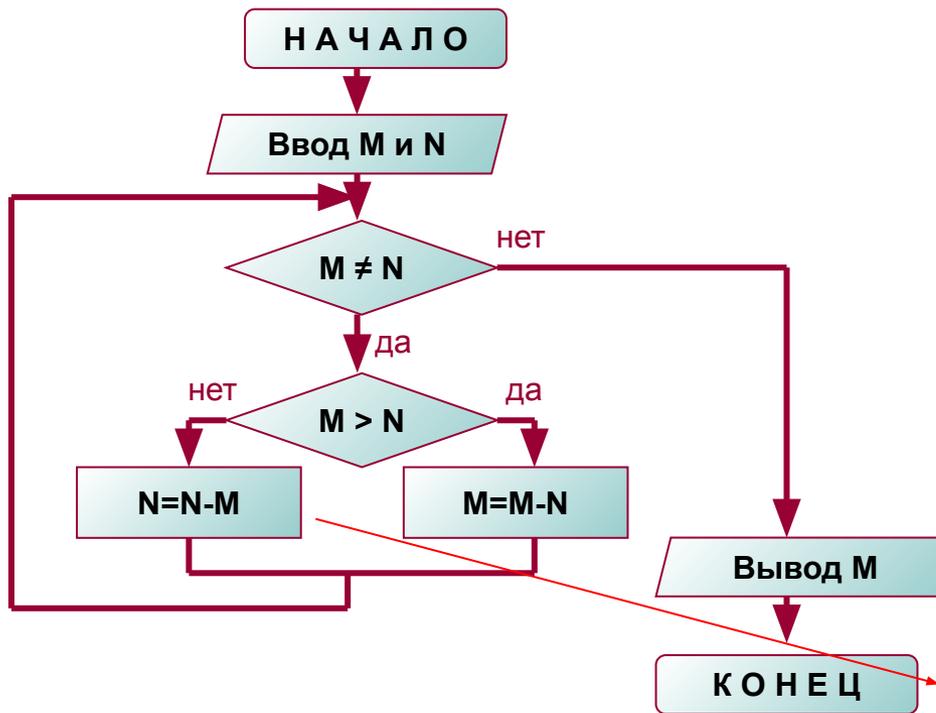
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10	$M > N$			$8 > 16$, нет
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



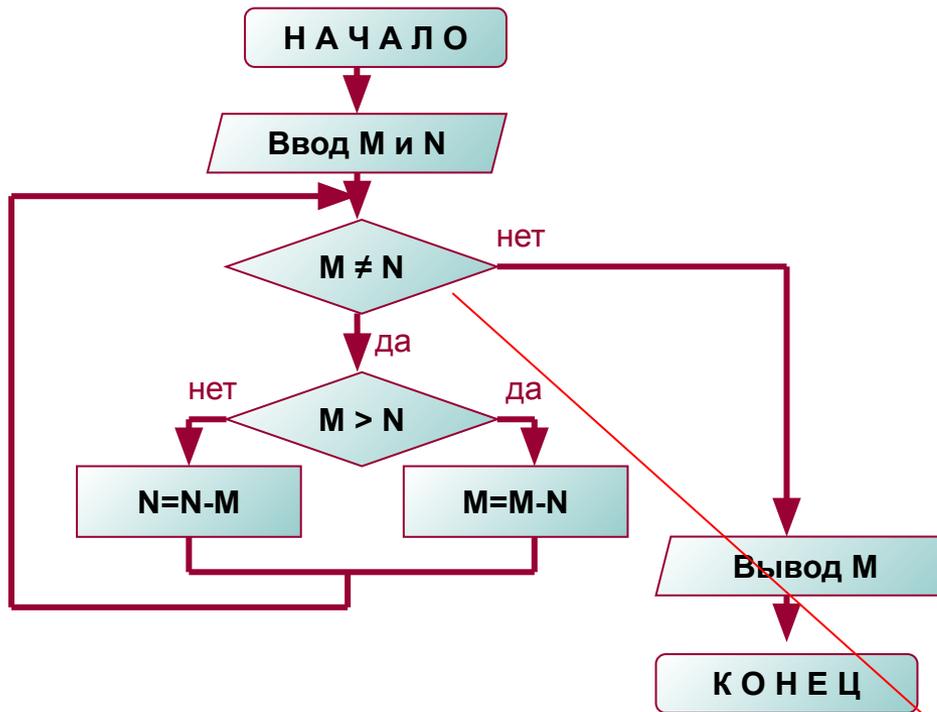
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10	$M > N$			$8 > 16$, нет
11				
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



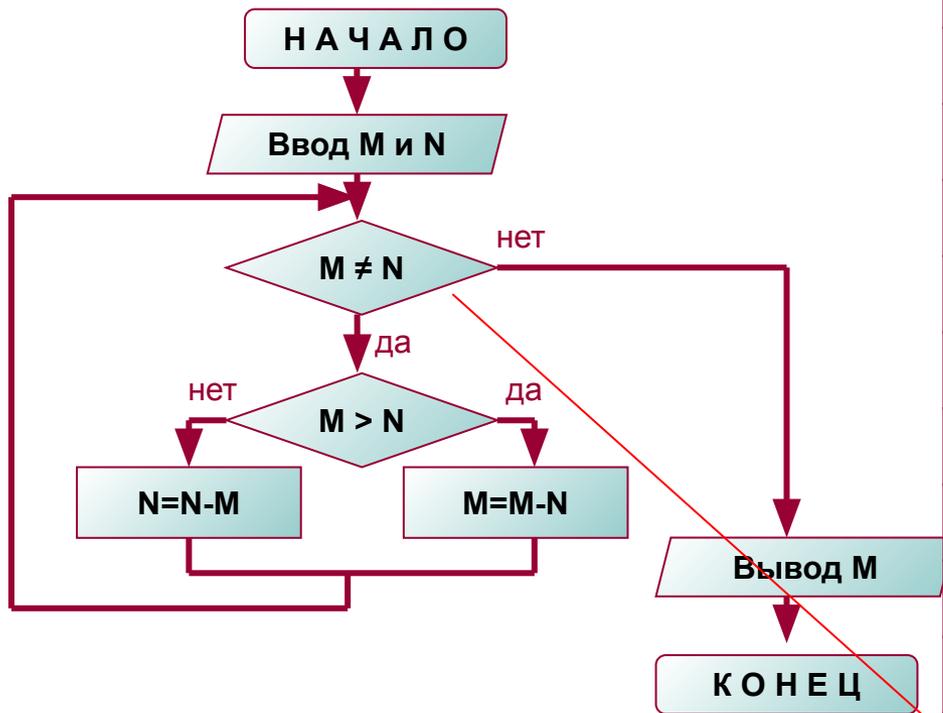
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10	$M > N$			$8 > 16$, нет
11	$N = N - M$	8	8	
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



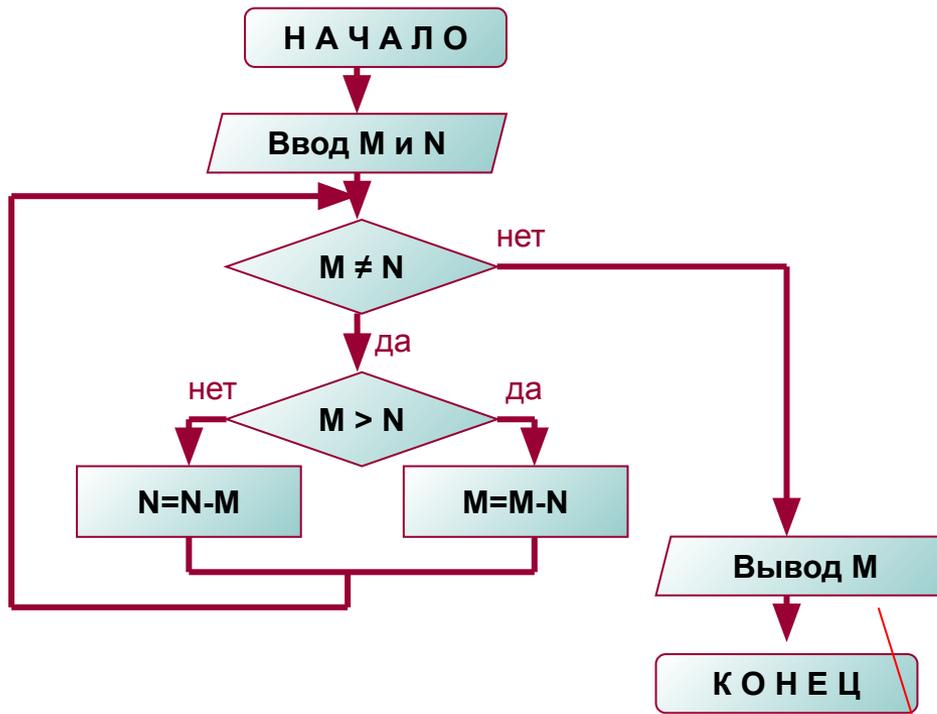
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10	$M > N$			$8 > 16$, нет
11	$N = N - M$	8	8	
12				
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**



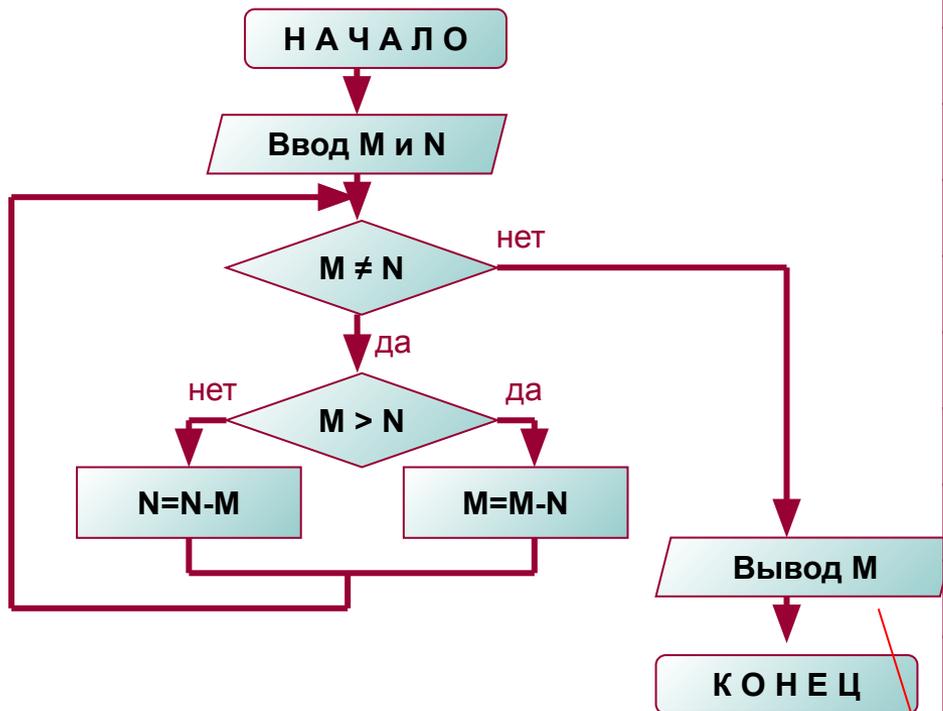
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10	$M > N$			$8 > 16$, нет
11	$N = N - M$	8	8	
12	$M \neq N$			$8 \neq 8$ нет
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида $M=32, N=24$



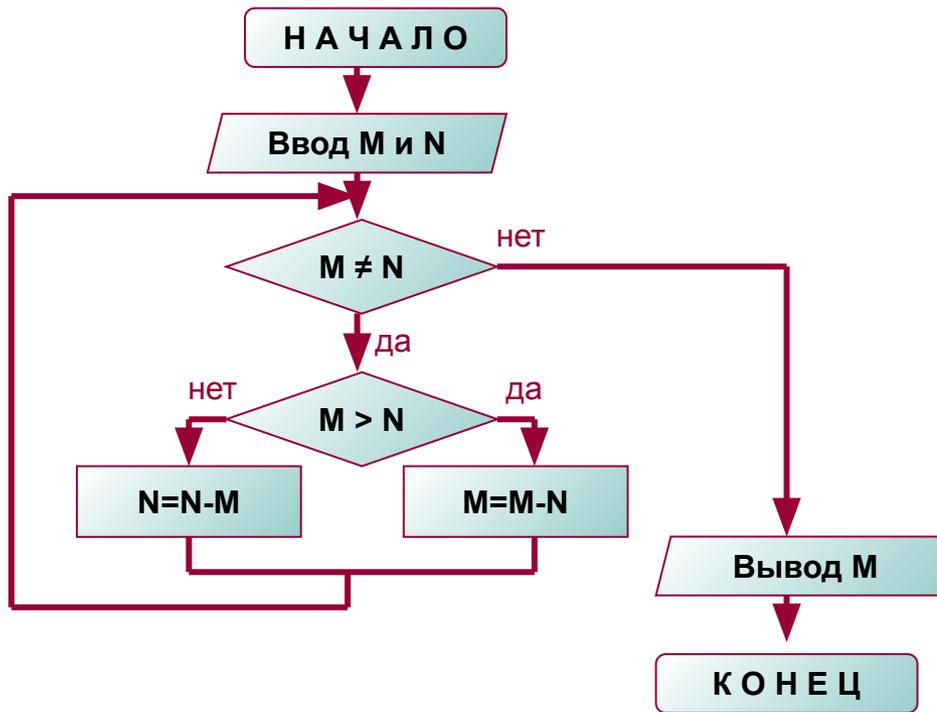
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10	$M > N$			$8 > 16$, нет
11	$N = N - M$	8	8	
12	$M \neq N$			$8 \neq 8$ нет
13				

Трассировочная таблица алгоритма Евклида $M=32, N=24$



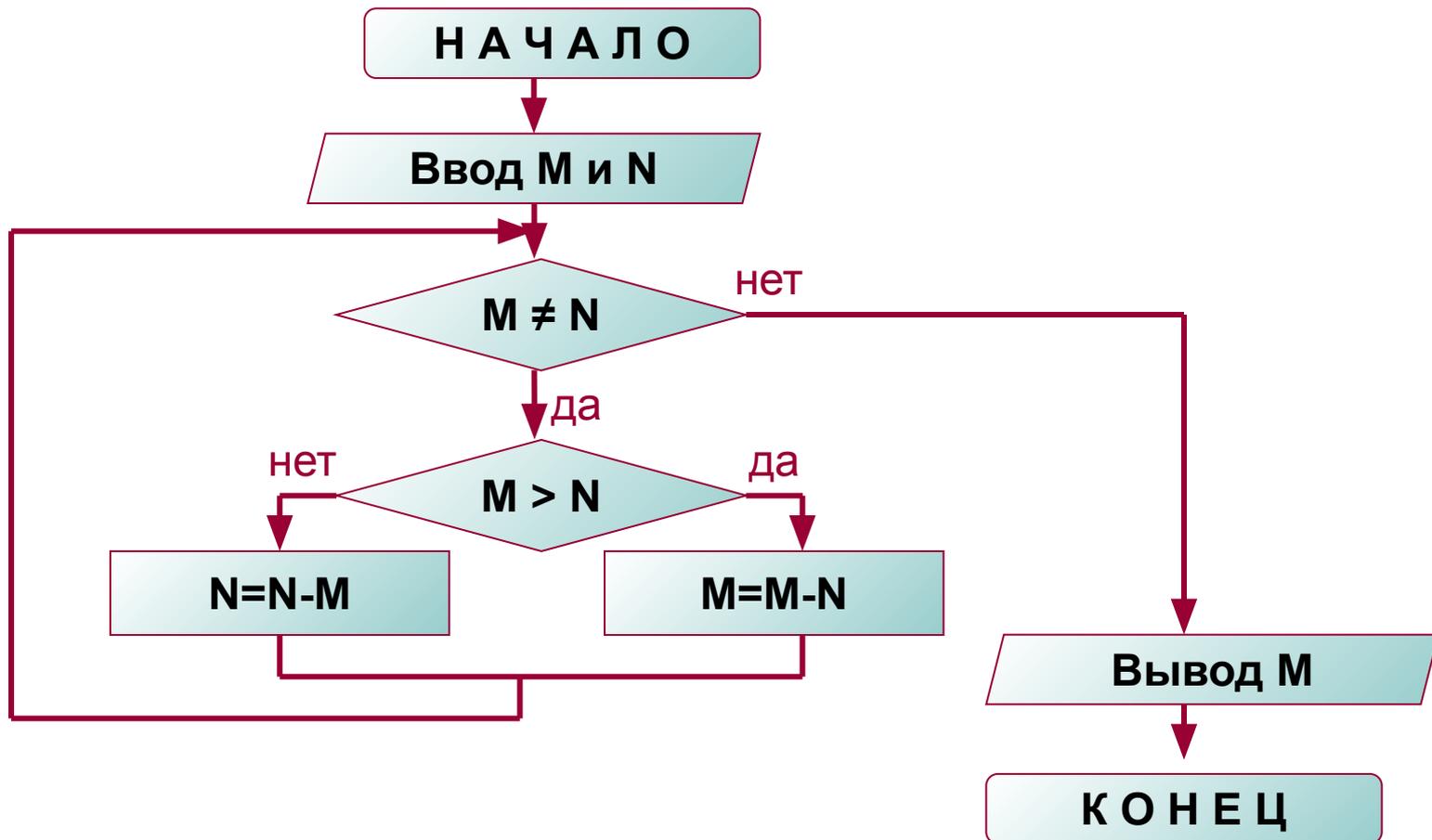
шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10	$M > N$			$8 > 16$, нет
11	$N = N - M$	8	8	
12	$M \neq N$			$8 \neq 8$ нет
13	Вывод M	8		

Трассировочная таблица алгоритма Евклида **M=32, N=24**

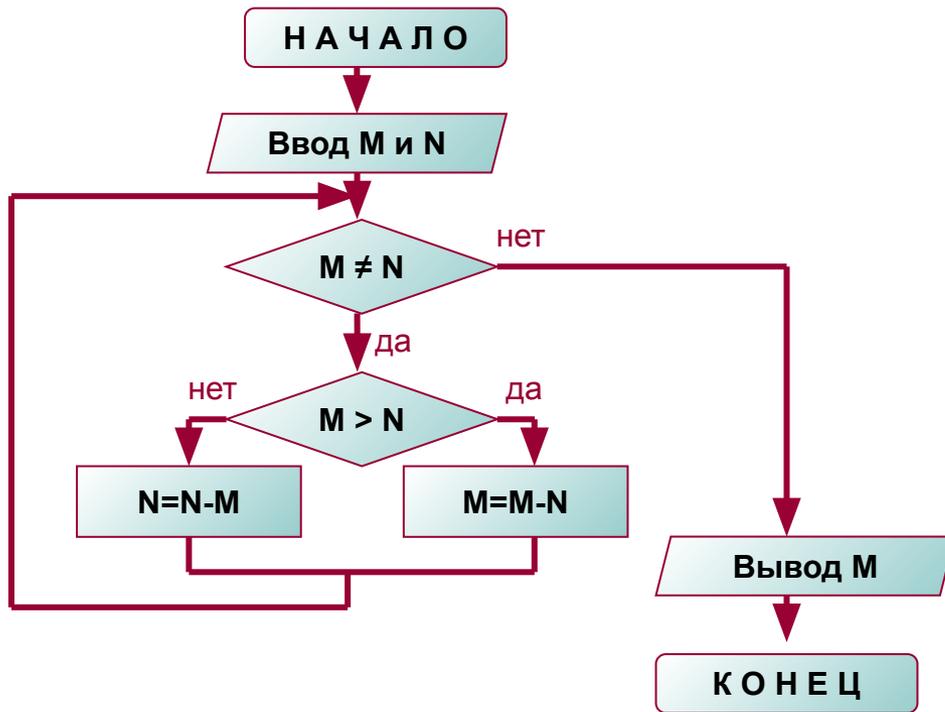


шаг	операция	M	N	условие
1	Ввод M	32		
2	Ввод N	32	24	
3	$M \neq N$			$32 \neq 24$, да
4	$M > N$			$32 > 24$, да
5	$M = M - N$	8	24	
6	$M \neq N$			$8 \neq 24$, да
7	$M > N$			$8 > 24$, нет
8	$N = N - M$	8	16	
9	$M \neq N$			$8 \neq 16$, да
10	$M > N$			$8 > 16$, нет
11	$N = N - M$	8	8	
12	$M \neq N$			$8 \neq 8$ нет
13	Вывод M	8		

Блок-схема алгоритма Евклида



Программа на Паскале



```
Program Evklid;  
var m,n:integer;  
Begin
```

```
  writeln('Введите m и n');  
  readln (m,n);  
  while m<>n do  
  begin
```

```
    If m>n  
    then m:=m-n  
    else n:=n-m
```

```
  end;  
  write ('НОД=',m);
```

```
end.
```

Отладка и тестирование задачи на ПК:

- Выполнить на ПК программу.
Протестировать ее на значениях

1) $M = 32$

$N = 24$

2) $M = 696$

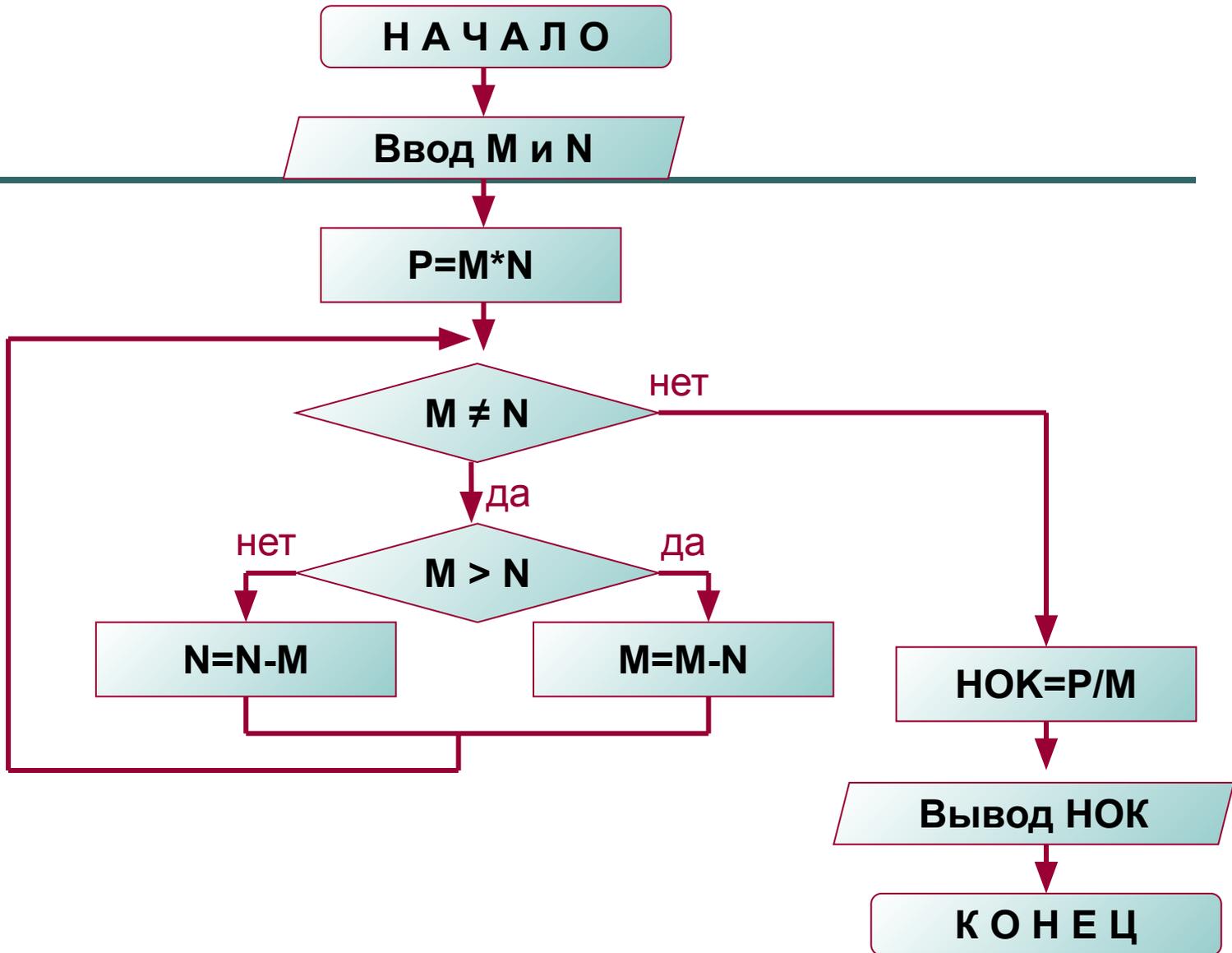
$N = 234$



Постановка задачи:

- Составить программу нахождения наименьшего общего кратного (НОК) двух чисел, используя формулу:

$$A \times B = \text{НОД}(A, B) \times \text{НОК}(A, B)$$



Источники материала:

«Информатика и ИКТ- 9» учебник И.Г.Семакин. Л.А. Залогова. С.В. Русаков.
Л.В. Шестакова, М: Бином, 2012 г.