# Алгоритмы на графах

## Топологическая сортировка отсечением вершин

*Югов Иван Олегович*
*МОУ Гимназия №10, г. Тверь*

# Нахождение компонент связности

В первой строке файла *input.txt* заданы целые $n$ и $m$ — соответственно число вершин и число рёбер неориентированного графа ($1 \le n \le 10\,000$, $0 \le m \le 50\,000$). В следующих $m$ строках файла заданы пары номеров вершин, соединённых рёбрами.

В файл *output.txt* вывести единственное число — количество компонент связности графа.

Ограничение по времени — 1 сек.

Ограничение по памяти — 16 Мб.

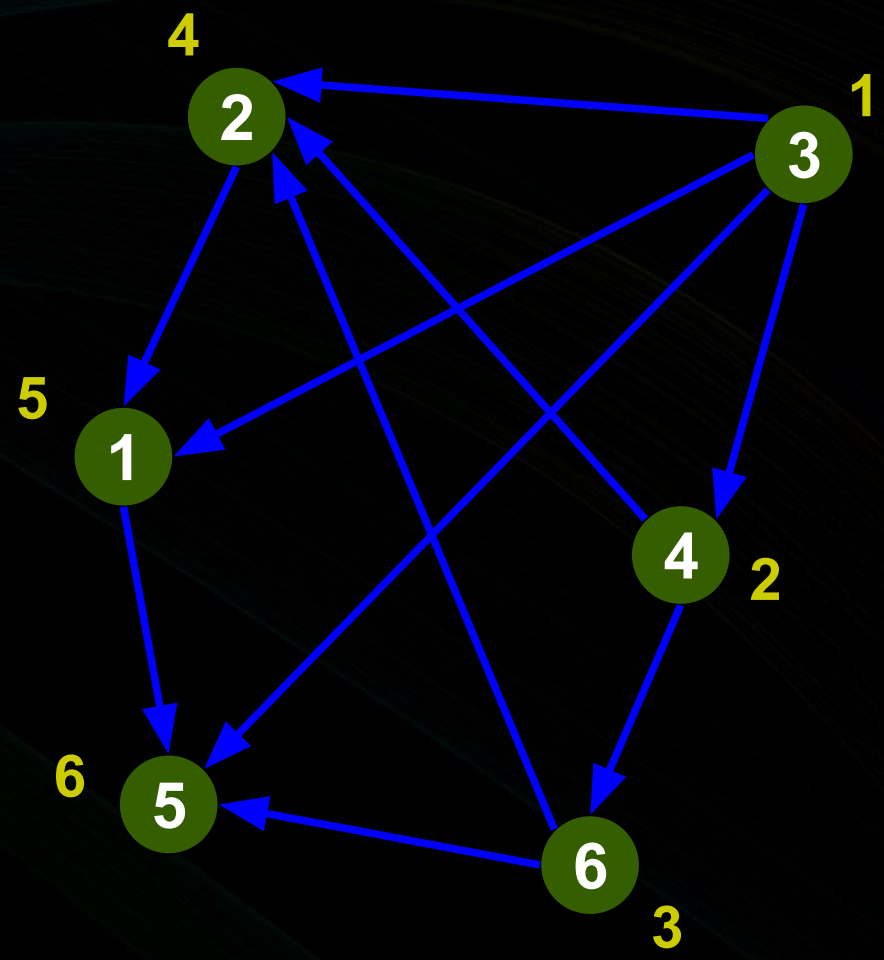
# Домашнее задание

1. Сколько различных путей есть в дереве с $n$ вершинами?
2. Какое максимальное количество циклов (длиной 3 и более) может быть в неориентированном графе с $n$ вершинами?
3. Какое максимальное количество циклов (длиной 3 и более) может быть в неориентированном графе с $n$ вершинами и $k$ компонентами связности?
4. Написать программу, определяющую количество компонент связности, с использованием матрицы смежности.
5. Написать программу, определяющую максимальный размер компоненты связности, с использованием списка смежности.

# Топологическая сортировка

Дан ориентированный ациклический граф.

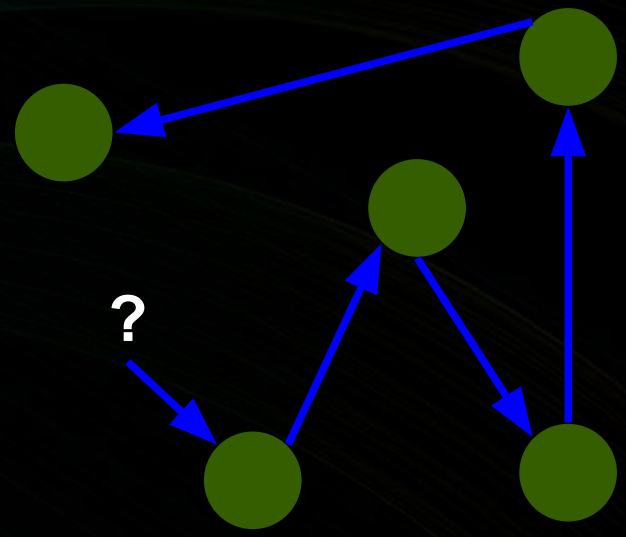
**Топологической сортировкой** называется присвоение номеров вершинам: любая дуга направлена из вершины с меньшим номером в вершину с бóльшим номером.



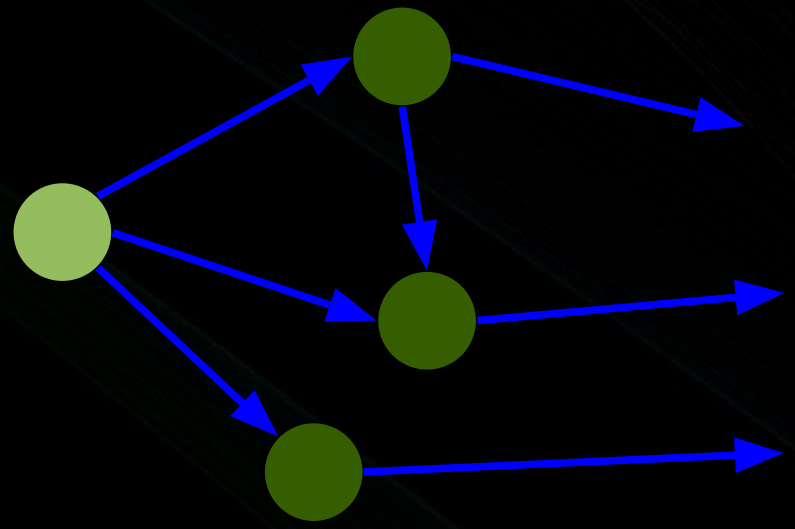
# Топологическая сортировка

Почему это возможно?

Всегда найдётся вершина, в которую не входит ни одно ребро.




Такой вершине можно присвоить минимальное значение, после чего убрать её из графа.



# Топологическая сортировка

Как быстро определить вершины, в которые не входит ни одно ребро?

Будем хранить входящую степень каждой вершины:

- массив deg_in длины $n$, deg_in[i]— число соседей $i$-й вершины.

Pascal

```
...
a[u, v] := True;
Inc(deg_in[v]);
...
```

C

```
...
a[u, v] = TRUE;
deg_in[v]++;
...
```

# Топологическая сортировка

- массив order длины n, order[i] — присвоенный $i$-й вершине порядковый номер при топологической сортировке;
- currorder — текущий присваиваемый номер.

Pascal

```
for i := 1 to n do
 order[i] := 0;
currorder := 0;
TopSort;

TopSort:
 for i := 1 to n do
  for j := 1 to n do
   if (deg_in[j] = 0) and
                  (order[j] = 0) then
   begin
    Inc(currorder);
    order[j] := currorder;
    for <u - сосед j-й вершины> do
     Dec(deg_in[u]);
   end;
```

C

```
for(i = 0; i < n; i++)
 order[i] = 0;
currorder = 0;
TopSort;

TopSort:
 for(i = 0; i < n; i++)
  for(j = 0; j < n; j++)
   if((!deg_in[j]) && (!order[j]))
   {
    order[j] = ++currorder;
    for(<u - сосед i-й вершины>)
     deg_in[u]--;
   };
```

# Топологическая сортировка

В первой строке файла *input.txt* заданы целые $n$ и $m$ — соответственно число вершин и число рёбер ориентированного графа ($1 \le n \le 10\,000$, $0 \le m \le 50\,000$). В следующих $m$ строках файла заданы пары номеров вершин, соединённых рёбрами.

В файл *output.txt* вывести номера, которые приобретут вершины после топологической сортировки. $i$-е число означает номер, приобретённый $i$-й вершиной.

Ограничение по времени — 3 сек.

Ограничение по памяти — 16 Мб.

# Топологическая сортировка

В первой строке файла *input.txt* заданы целые $n$ и $m$ — соответственно число вершин и число рёбер ориентированного графа ($1 \le n \le 10\,000$, $0 \le m \le 50\,000$). В следующих m строках файла заданы пары номеров вершин, соединённых рёбрами.

В файл *output.txt* вывести упорядоченные топологически номера вершин.

Ограничение по времени — 3 сек.

Ограничение по памяти — 16 Мб.

# Домашнее задание

Предприятие «Авто-2010» выпускает двигатели известных во всём мире автомобилей. Двигатель состоит ровно из $n$ деталей, пронумерованных от 1 до $n$, при этом деталь с номером $i$ изготавливается за $p_i$ секунд. Специфика предприятия «Авто-2010» заключается в том, что там одновременно может изготавливаться лишь одна деталь двигателя. Для производства некоторых деталей необходимо иметь предварительно изготовленный набор других деталей.

Генеральный директор «Авто-2010» поставил перед предприятием амбициозную задачу — за наименьшее время изготовить деталь с номером 1, чтобы представить её на выставке.

Требуется написать программу, которая по заданным зависимостям порядка производства между деталями найдёт наименьшее время, за которое можно произвести деталь с номером 1.

# Домашнее задание

Первая строка входного файла *details.in* содержит число $n$ ($1 \le n \le 10\,000$) — количество деталей двигателя. Вторая строка содержит $n$ натуральных чисел $p_1, p_2, \ldots, p_n$, определяющих время изготовления каждой детали в секундах. Время для изготовления каждой детали не превосходит $10^9$ секунд. Каждая из последующих $n$ строк входного файла описывает характеристики производства деталей. Здесь $i$-я строка содержит число деталей $k_i$, которые требуются для производства детали с номером $i$, а также их номера. Сумма всех чисел $k_i$ не превосходит 200000. Известно, что не существует циклических зависимостей в производстве деталей.

В первой строке выходного файла *details.out* должны содержаться два числа: минимальное время ( в секундах), необходимое для скорейшего производства детали с номером 1 и число $k$ деталей, которые необходимы для этого производства. Во второй строке требуется вывести через пробел $k$ чисел — номера деталей в том порядке, в котором их следует производить для скорейшего производтсва детали с номером 1.

Ограничение по времени — 2 сек. Ограничение по памяти — 64 Мб.

# Домашнее задание

# Источники

Курс «Базовые алгоритмы для школьников» (Станкевич А. С., Абакумов К. В., Мухачёва М. А.)

«Интернет-уинверситет информационных технологий»

http://www.intuit.ru/department/algorithms/basicalgos/