

Алгоритмы на графах

Топологическая сортировка отсечением вершин

*Югов Иван Олегович
МОУ Гимназия №10, г. Тверь*

Нахождение компонент связности

В первой строке файла *input.txt* заданы целые n и m — соответственно число вершин и число рёбер неориентированного графа ($1 \leq n \leq 10\,000$, $0 \leq m \leq 50\,000$). В следующих m строках файла заданы пары номеров вершин, соединённых рёбрами.

В файл *output.txt* вывести единственное число — количество компонент связности графа.

Ограничение по времени — 1 сек.

Ограничение по памяти — 16 Мб.

Домашнее задание

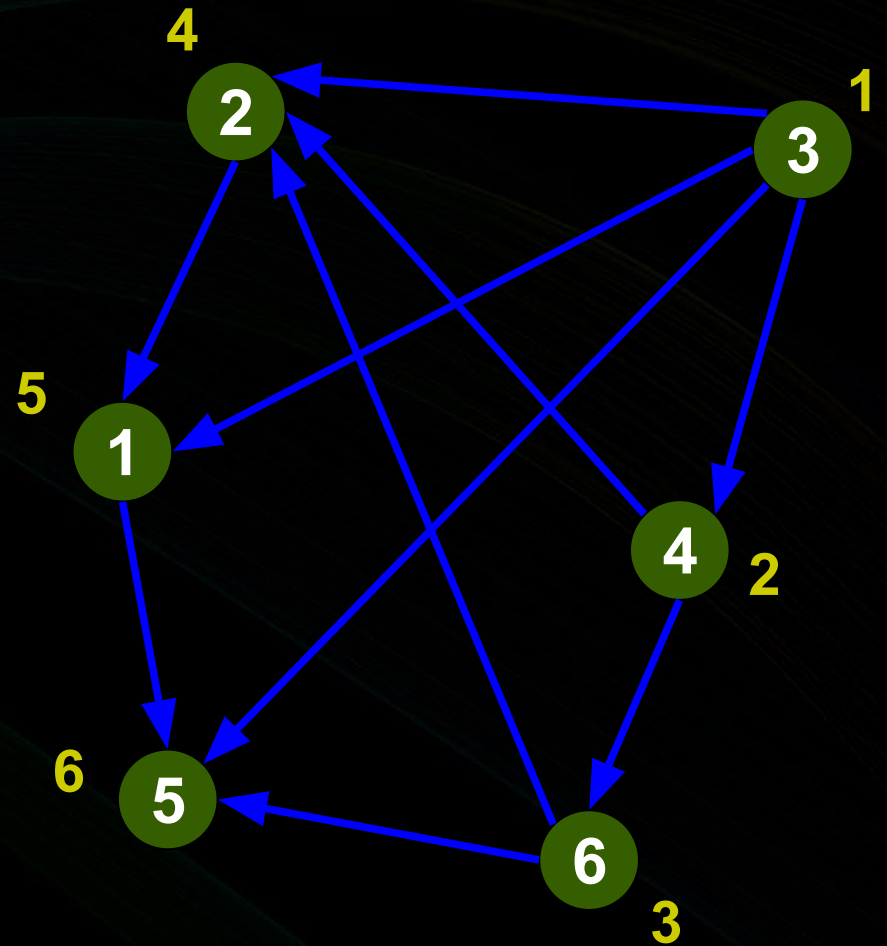
1. Сколько различных путей есть в дереве с n вершинами?
2. Какое максимальное количество циклов (длиной 3 и более) может быть в неориентированном графе с n вершинами?
3. Какое максимальное количество циклов (длиной 3 и более) может быть в неориентированном графе с n вершинами и k компонентами связности?
4. Написать программу, определяющую количество компонент связности, с использованием матрицы смежности.
5. Написать программу, определяющую максимальный размер компоненты связности, с использованием списка смежности.

Топологическая сортировка

Дан ориентированный ациклический граф.

Топологической сортировкой

называется присвоение номеров вершинам: любая дуга направлена из вершины с меньшим номером в вершину с бóльшим номером.

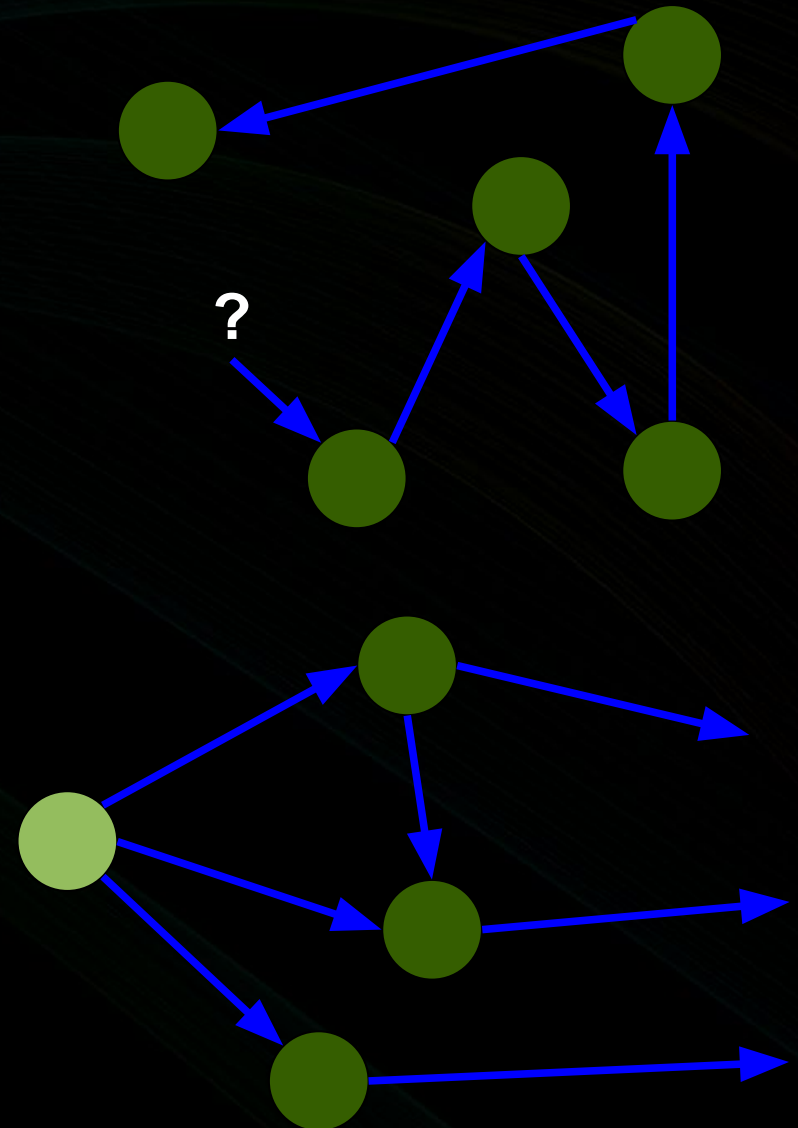


Топологическая сортировка

Почему это возможно?

Всегда найдётся
вершина, в которую
не входит ни одно
ребро.

Такой вершине
можно присвоить
минимальное
значение, после
чего убрать её из
графа.



Топологическая сортировка

Как быстро определить вершины, в которые не входит ни одно ребро?

Будем хранить входящую степень каждой вершины:

- массив `deg_in` длины n , `deg_in[i]`— число соседей i -й вершины.

Pascal

```
...  
a[u, v] := True;  
Inc(deg_in[v]);  
...
```

C

```
...  
a[u, v] = TRUE;  
deg_in[v]++;  
...
```

Топологическая сортировка

- массив `order` длины `n`, `order[i]` — присвоенный i -й вершине порядковый номер при топологической сортировке;
- `currorder` — текущий присваиваемый номер.

Pascal

```
for i := 1 to n do
  order[i] := 0;
currorder := 0;
TopSort;

TopSort:
  for i := 1 to n do
    for j := 1 to n do
      if (deg_in[j] = 0) and
          (order[j] = 0) then
        begin
          Inc(currorder);
          order[j] := currorder;
          for <u - сосед j-й вершины> do
            Dec(deg_in[u]);
        end;
```

C

```
for(i = 0; i < n; i++)
  order[i] = 0;
currorder = 0;
TopSort;

TopSort:
  for(i = 0; i < n; i++)
    for(j = 0; j < n; j++)
      if((!deg_in[j]) && (!order[j]))
      {
        order[j] = ++currorder;
        for(<u - сосед i-й вершины>)
          deg_in[u]--;
      };
```

Топологическая сортировка

В первой строке файла *input.txt* заданы целые n и m — соответственно число вершин и число рёбер ориентированного графа ($1 \leq n \leq 10\,000$, $0 \leq m \leq 50\,000$). В следующих m строках файла заданы пары номеров вершин, соединённых рёбрами.

В файл *output.txt* вывести номера, которые приобретут вершины после топологической сортировки. i -е число означает номер, приобретённый i -й вершиной.

Ограничение по времени — 3 сек.

Ограничение по памяти — 16 Мб.

Топологическая сортировка

В первой строке файла *input.txt* заданы целые n и m — соответственно число вершин и число рёбер ориентированного графа ($1 \leq n \leq 10\,000$, $0 \leq m \leq 50\,000$). В следующих m строках файла заданы пары номеров вершин, соединённых рёбрами.

В файл *output.txt* вывести упорядоченные топологически номера вершин.

Ограничение по времени — 3 сек.

Ограничение по памяти — 16 Мб.

Домашнее задание

Предприятие «Авто-2010» выпускает двигатели известных во всём мире автомобилей. Двигатель состоит ровно из n деталей, пронумерованных от 1 до n , при этом деталь с номером i изготавливается за p_i секунд. Специфика предприятия «Авто-2010» заключается в том, что там одновременно может изготавливаться лишь одна деталь двигателя. Для производства некоторых деталей необходимо иметь предварительно изготовленный набор других деталей.

Генеральный директор «Авто-2010» поставил перед предприятием амбициозную задачу — за наименьшее время изготовить деталь с номером 1, чтобы представить её на выставке.

Требуется написать программу, которая по заданным зависимостям порядка производства между деталями найдёт наименьшее время, за которое можно произвести деталь с номером 1.

Домашнее задание

Первая строка входного файла *details.in* содержит число n ($1 \leq n \leq 10\,000$) — количество деталей двигателя. Вторая строка содержит n натуральных чисел p_1, p_2, \dots, p_n , определяющих время изготовления каждой детали в секундах. Время для изготовления каждой детали не превосходит 10^9 секунд. Каждая из последующих n строк входного файла описывает характеристики производства деталей. Здесь i -я строка содержит число деталей k_i , которые требуются для производства детали с номером i , а также их номера. Сумма всех чисел k_i не превосходит 200000. Известно, что не существует циклических зависимостей в производстве деталей.

В первой строке выходного файла *details.out* должны содержаться два числа: минимальное время (в секундах), необходимое для скорейшего производства детали с номером 1 и число k деталей, которые необходимы для этого производства. Во второй строке требуется вывести через пробел k чисел — номера деталей в том порядке, в котором их следует производить для скорейшего производства детали с номером 1.

Ограничение по времени — 2 сек. Ограничение по памяти — 64 Мб.

Домашнее задание

Источники

Курс «Базовые алгоритмы для школьников»
(Станкевич А. С., Абакумов К. В., Мухачёва
М. А.)

«Интернет-университет информационных
технологий»

<http://www.intuit.ru/department/algorithms/basicalgos/>