

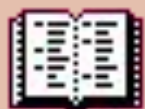


БАЗОВЫЙ КУРС ИНФОРМАТИКИ

Компьютер имеет то преимущество перед мозгом, что им пользуются
Габриэль Лауб



ЛОГИКА



ТЕМЫ

ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ

ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

ЗАДАЧИ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ



ИЗ ИСТОРИИ



ЛОГИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ ПК



ОБ АВТОРЕ



ВЫХОД



ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ

ЛОГИКА — наука, изучающая законы и формы мышления; учение о способах рассуждений и доказательств.

ПОНЯТИЕ — форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного предмета или класса однородных предметов. Понятия в языке выражаются словами.

СУЖДЕНИЕ — это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о предметах, признаках или их отношениях.

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ — форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, мы по определенным правилам вывода получаем суждение-заключение.



ТЕМЫ



ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

АЛГЕБРА ЛОГИКИ (или Булева алгебра) оперирует с **ЛОГИЧЕСКИМИ ПЕРЕМЕННЫМИ** – высказываниями и суждениями (предикатами)

ВЫСКАЗЫВАНИЯ – это конкретные частные утверждения, о которых можно судить, истинно оно или ложно. В естественных языках высказывания выражаются повествовательными предложениями.

ПРИМЕРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:

1. Земля- планета солнечной системы.
2. $5 \times 5 = 25$
3. Яблоки растут на хвойных деревья
4. Вода – жидкость
5. $2 > 3$





ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

СУЖДЕНИЯ (предикаты) – это утверждения о переменных.

Примеры суждений:

1. P – простое число
2. $X + Y > 0$
3. N – четное число

Суждения становятся высказываниями, если переменным придать числовые значения (пример: 3 – простое число).

Логические переменные могут принимать только два значения:

ИСТИННА - 1 или **ЛОЖЬ - 0**





ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

В приведенных предложениях выделите высказывания:

1. Москва расположена между Киевом и Одессой.
2. Есть ли на свете человек, который мог объять необъятное?
3. Я земной шар чуть не весь обошел!
4. Солнце есть спутник земли.
5. Если сумма квадратов двух сторон треугольника равна квадрату третьей, то он прямоугольный.
6. $2+3=4$
7. Сегодня отличная погода.
8. Железо – металл.
9. Если один угол в треугольнике прямой, то треугольник будет тупоугольным.
10. Который час?
11. Да здравствует 1 сентября!
12. Здесь нет высказываний.



ТЕМЫ



ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

КВАНТОРЫ

□ Выражение «для всякого x » в логике называется *квантором всеобщности* по переменной x

КВАНТОР ВСЕОБЩНОСТИ \forall (все, всякий, каждый).

Пример: Все следователи – юристы. Все кошки являются рыбами.

ИСТИННОСТЬ ВЫСКАЗЫВАНИЯ С КВАНТОРОМ ОБЩНОСТИ УСТАНОВЛИВАЕТСЯ ПУТЕМ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА, А ПОКАЗАТЬ ЛОЖНОСТЬ МОЖНО, ПРИВЕДЯ КОНТРИМЕР.

□ Выражение «существует x такое, что ...» в логике называется *квантором существования* по переменной x

КВАНТОР СУЩЕСТВОВАНИЯ \exists (некоторые, существуют).

Пример: Некоторые следователи имеют высшее образование. Некоторые студенты – отличники.

ИСТИННОСТЬ ВЫСКАЗЫВАНИЯ С КВАНТОРОМ СУЩЕСТВОВАНИЯ УСТАНОВЛИВАЕТСЯ ПРИ ПОМОЩИ КОНТРЕКТНОГО ПРИМЕРА, А ЧТОБЫ УБЕДИТЬСЯ В ЛОЖНОСТИ НЕОБХОДИМО ПРОВЕСТИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

КОНЪЮНКЦИЯ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «И» называется логическим умножением или **КОНЪЮНКЦИЕЙ**

Эта операция обозначается символами « \wedge » или « $\&$ ».
В программировании эту операцию обозначают «AND».

Таблица истинности

X	Y	$X \wedge Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример: X – «На столе лежит ручка»
Y – «На столе лежит карандаш»
 $X \wedge Y$ – «На столе лежит ручка и на столе лежит карандаш»





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

ДИЗЬЮНКЦИЯ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «ИЛИ» называется логическим сложением или **ДИЗЬЮНКЦИЕЙ**.

Эта операция обозначается символами « \vee » или «+».
В программировании эту операцию обозначают «OR».

Таблица истинности

X	Y	$X \vee Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Пример: X – «В библиотеке можно взять книгу»
Y – «В библиотеке можно просмотреть журнал»
 $X \vee Y$ – «В библиотеке можно взять книгу или в библиотеке можно просмотреть журнал»





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

СТРОГАЯ ДИЗЬЮНКЦИЯ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «**ЛИБО...ЛИБО**» называется **ИСКЛЮЧАЮЩИМ ИЛИ** или **СТРОГОЙ ДИЗЬЮНКЦИЕЙ**.

Эта операция обозначается символами « \vee » или « \oplus ».
В программировании эту операцию обозначают «**XOR**».

Таблица истинности

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Пример: X – «В библиотеке можно взять книгу»
Y – «В библиотеке можно просмотреть журнал»
 $X \oplus Y$ – «В библиотеке можно взять либо книгу, либо в библиотеке можно просмотреть журнал»





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

ИНВЕРСИЯ

Присоединение частицы НЕ к логической переменной называется логическим отрицанием или **ИНВЕРСИЕЙ**.

Эта операция обозначается символами « \square » или « \neg ».

В программировании эту операцию обозначают «NOT».

Таблица истинности

$\neg X$	X
0	1
1	0

Пример: X – «Точка O является центром круга»

Инверсия: «Точка O не является центром круга»





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

ИМПЛИКАЦИЯ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «ЕСЛИ..., ТО...» называется логическим следованием или **ИМПЛИКАЦИЕЙ**.

Эта операция обозначается символами « \rightarrow » или « \supset ».

В программировании саму логическую операцию обозначают «IMP», а союз «если...,то...» заменяют связкой «IF...THEN...».

Таблица истинности

X	Y	$X \rightarrow Y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

X – условие (посылка) Y – заключение (следствие)

Пример: X – «Треугольник равносторонний»

Y – «Треугольник равноугольный»

$X \Rightarrow Y$ – «Если треугольник равносторонний, то он равноугольный»

«Из лжи – все, что угодно».





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «...ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА» называется логическим равенством или **ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬЮ**.

Эта операция обозначается символами « \equiv » или « \leftrightarrow ». В программировании саму логическую операцию обозначают «EQV».

Таблица истинности

X	Y	$X \leftrightarrow Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример: X – «Компьютер может производить вычисления»

Y – «Компьютер включен»

Эквивалентность: ««Компьютер может производить вычисления тогда и только тогда, когда компьютер включен»»





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

Порядок выполнения операций

Инверсия

Конъюнкция

Дизъюнкция, строгая дизъюнкция

Импликация

Эквивалентность

Для изменения указанного порядка
используются круглые скобки.





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

1. Дайте название каждой логической операции:

- а) Если две прямые параллельны, то они пересекаются.
- б) Произведение равно нулю тогда и только тогда когда один из множителей равен нулю.
- в) Завтра я не пойду в школу.
- г) Зимой мы обычно ходим на лыжах или катаемся на коньках на нашем пруду.
- д) Я сделал домашнюю работу и получил за нее «пять».
- е) Принтер либо устройство вывода информации, либо устройство хранения информации.

2. Постройте отрицания приведенных ниже высказываний:

- а) водитель автомобиля не имеет права ехать на красный свет;
- б) существует параллелограмм с прямым углом;
- в) любое простое число нечетно;
- г) на улице сухо;
- д) в школу поставили новые компьютеры.





ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

3. Для каждой из приведенных формул придумайте по два высказывания:

а) $(A \wedge B) \Rightarrow C$ б) $\square B \vee C$

в) $(B \wedge C) \vee \square A$

4. Определите вид сложного высказывания, записав его структурной формулой

а) *ни сна, ни отдыха измученной душе;*

б) *что неясно представляешь, то неясно и высказываешь;*

в) *зимой мы поедem в деревню или остановимся в городе;*

г) *прямо – ближе, обдуманно – быстрее.*



ТЕМЫ



ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

Формула имеет нормальную форму, если в ней отсутствуют знаки эквивалентности, импликации, двойного отрицания, при этом знаки отрицания находятся только при переменных.

- 1) закон тождества $A=A$
- 2) закон двойного отрицания $(\neg(\neg A))=A$
- 3) закон противоречия $A \wedge (\neg A) = 0$
- 4) закон исключения третьего $A \vee (\neg A) = 1$
- 5) $A \rightarrow B = (\neg A) \vee B$
- 6) $A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee ((\neg A) \vee (\neg B))$
 $A \leftrightarrow B = ((\neg A) \vee B) \wedge (A \vee (\neg B))$
- 7) коммутативный закон: $A \wedge B = B \wedge A$
 $A \vee B = B \vee A$
- 8) ассоциативный закон: $((A \wedge B) \wedge C) = (A \wedge (B \wedge C))$
 $((A \vee B) \vee C) = (A \vee (B \vee C))$
- 9) дистрибутивный закон: $(A \wedge (B \vee C)) = ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$
 $(A \vee (B \wedge C)) = ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$





ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

10) закон поглощения: $A \wedge (A \vee B) = A$

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

11) закон идемпотентности: $A \wedge A = A$

$$A \vee A = A$$

12) законы исключения констант: $A \wedge 1 = A$
 $A \vee 1 = 1$

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \vee 0 = A$$

13) отрицание конъюнкций: $\neg(A \wedge B) = (\neg A) \vee (\neg B)$

14) отрицание дизъюнкций: $\neg(A \vee B) = (\neg A) \wedge (\neg B)$

$$\wedge(\neg B)$$

15) закон исключения: $(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge B) = B$
 $(A \vee B) \wedge ((\neg A) \vee B) = B$

= B





ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

В соответствии с законами логики определите результаты высказываний:

- а) в соседней комнате сейчас находится какой-то человек или неверно, что в соседней комнате сейчас находится какой-то человек;*
- б) неверно, что на столе лежит ручка или на столе лежит карандаш;*
- в) завтра будет вьюга и будет дождь или завтра не будет вьюги и будет дождь;*
- г) не является истинным, что Юра этого не делал.*





ЗАДАЧИ

ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НУЖНО:

1. Внимательно изучить условие.
2. Выделить элементарные высказывания и обозначить их – как принято – большими латинскими буквами.
3. Записать условие задачи на языке алгебры логики, соединив простые высказывания в сложные при помощи логических операций.
4. Полученное выражение упростить, используя законы логики.
5. Выбрать решение – набор значений простых высказываний, при котором выражение является истинным.
6. Проверить, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.





ЗАДАЧИ

- ✓ **Найдите значения логических выражений:**
 - а) $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0) = 1 \vee 1 = 1$; б) $((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$;*
 - в) $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$; г) $(0 \wedge 1) \wedge 1$;*
 - д) $1 \wedge (1 \wedge 1) \wedge 1$; е) $((1 \vee 0) \wedge (1 \wedge 1)) \wedge (0 \vee 1)$.*
- ✓ **Даны два простых высказывания:**
 $A = \{2 \cdot 2 = 4\}$, $B = \{2 \cdot 2 = 5\}$.
 Какие из составных высказываний истинны:
 - а) $\square A$; б) $\square B$;*
 - в) $A \wedge B$; г) $A \vee B$;*
 - д) $A \Rightarrow B$; е) $A \Leftrightarrow B$?*
- ✓ **Даны простые высказывания:**
 $A = \{\text{Принтер} - \text{устройство ввода информации}\}$
 $B = \{\text{Процессор} - \text{устройство обработки информации}\}$
 $C = \{\text{Монитор} - \text{устройство хранения информации}\}$
 $D = \{\text{Клавиатура} - \text{устройство ввода информации}\}$
 Определите истинность составных высказываний:
 - а) $(A \wedge B) \wedge (C \vee D)$; б) $(A \wedge B) \Rightarrow (B \wedge C)$;*
 - в) $(A \vee B) \Leftrightarrow (C \wedge D)$; г) $\square A \Leftrightarrow \square B$.*





ЗАДАЧИ

✓ Выполните поразрядное логическое сложение двоичных чисел
 а) 100 и 110 ; б) 1010 и 1000 ; в) 101010 и 111111 .

✓ Даны три числа в различных системах счисления:

а) $A=20_{10}$, $B=11_{16}$, $C=30_8$.

Переведите A , B , C в двоичную систему счисления и выполните поразрядно логические операции $(A \vee B \wedge C)$. Ответ дайте в десятичной системе счисления.

Решение: $20_{10} = 10100_2$ $11_{16} = 10001_2$ $30_8 = 11000_2$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee B \wedge C$
1	1	1	1	1
0	0	1	0	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0

б) $A=30_{10}$, $B=AF_{16}$, $C=56_8$.





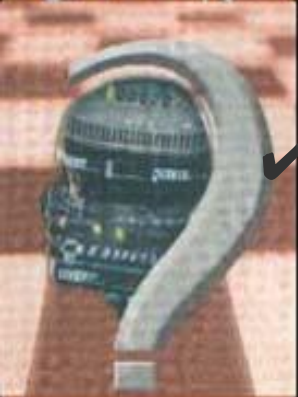
ЗАДАЧИ

✓ Составьте таблицу истинности для выражений:

$$A \vee B \wedge C; \quad (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee B \wedge C$	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
1	1	1	1	1		C	
1	0	0	0	1			
0	1	0	0	0			
0	0	1	0	0			
1	1	0	0	1			
1	0	1	0	1			
0	1	1	1	1			
0	0	0	0	0			





ЗАДАЧИ

Даны два сложных высказывания:

- а) если одно слагаемое делится на 3 и сумма делится на 3, то и другое слагаемое делится на 3;
- б) если одно слагаемое делится на 3, а другое слагаемое не делится на 3, то сумма не делится на 3.

Формализуйте эти высказывания и составлением таблиц истинности докажете, что полученные формулы эквивалентны.

Решение: Высказывание A - одно слагаемое делится на 3

Высказывание B - другое слагаемое делится на 3

Высказывание C - сумма делится на 3

$$F = A \wedge C \Rightarrow B \leftrightarrow A \wedge \neg B \Rightarrow \neg C$$

A	B	C	$\neg B$	$\neg C$	$A \wedge C$	$A \wedge C \Rightarrow B$	$A \wedge \neg B$	$A \wedge \neg B \Rightarrow \neg C$	$A \wedge C \Rightarrow B \leftrightarrow A \wedge \neg B \Rightarrow \neg C$
1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1	0	1	1





ЗАДАЧИ

✓ Даны два сложных высказывания:

а) если $a > b$ и $(b > 0$ или $b = 0)$, то $a > 0$;

б) если $a > b$ и $a > 0$, то $b > 0$ или $b = 0$.

Формализуйте эти высказывания и составлением таблиц истинности докажите, что полученные формулы эквивалентны.

✓ Докажите с помощью таблиц истинности равносильность следующих логических выражений:

а) $(A \Rightarrow B) \& (A \vee \square B)$

б) $(A \Leftrightarrow B) \& (\square A \& \square B)$





ЗАДАЧИ

✓ Каждую из приведенных формул упростите так, чтобы знак отрицания был отнесен только к простым высказываниям:

a) $\neg(A \vee B) \wedge \Box C = \Box A \wedge \Box B \wedge \Box C$

б) $\neg(\Box A \vee B)$

в) $\neg(A \wedge \Box B) \vee \Box C$

✓ Используя законы логики упростите выражения:

a) $A \vee (B \wedge A) = A \vee (A \wedge B) = A$

б) $C \vee (A \wedge B) \vee (\Box A \wedge B)$

в) $A \wedge (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

г) $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \Box C)$

д) $(A \vee \Box A) \wedge B$





ЗАДАЧИ

✓ Определите, кто из подозреваемых участвовал в преступлении, если известно:

- 1) Если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал;
- 2) Если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал.

Решение: $F = \neg I \vee P \Rightarrow C \quad \wedge \quad \neg I \Rightarrow \neg C$ ответ: Иванов

И	П	С	$\neg I$	$\neg C$	$\neg I \vee P$	$\neg I \vee P \Rightarrow C$	$\neg I \Rightarrow \neg C$	F
1	1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	1	0





ЗАДАЧИ

✓ Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель, хорошо знавший ребят, высказал предположения:

1. *Аня пойдет в кино только тогда, когда пойдут Вика и Сергей;*
2. *Аня и Сергей пойдут в кино вместе или же оба останутся дома;*
3. *Чтобы Сергей пошел в кино, необходимо, чтобы пошла Вика.*

Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из ребят пошел в кино?

✓ В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка – А, В, С, D. Известно, что:

1. *Если А нарушил, то и В нарушил правила обмена валюты.*
2. *Если В нарушил, то и С нарушил или А не нарушал.*
3. *Если D не нарушал, то А нарушил, а С не нарушал.*
4. *Если D нарушил, то и А нарушил.*

Кто из подозреваемых нарушил правила обмена валюты?





ЗАКЛЮЧЕНИЕ

К помощи логики человек прибегает очень часто: распутывая противоречивые показания, составляя различные расписания и во многих других случаях.

Среди задач, для решения которых привлекается ЭВМ, немало таких, которые по традиции принято называть логическими. Кто не знает шуточной задачи о перевозке волка, козы и капусты с одного берега на другой! В такой задаче властвует не арифметика, а умение правильно рассуждать.

В жизни некоторые суждения и связи между ними бывают столь противоречивыми, что такие твердые логические орешки не под силу раскусить даже вдумчивому математику. Тогда на помощь в решении таких логических задач привлекают ЭВМ. Необходимо подчеркнуть, что умение использовать логические операции (**AND, OR, NOT, EQV, IMP**) повышают эффективность программирования. Именно формируя условия в операторе условной передачи управления (**IF...THEN**), программист использует логические операции.

В основе теории создания и работы дискретных преобразователей информации (вентили, сумматоры, триггеры и т.д.) лежат аппарат алгебры логики, сведения о двоичной арифметике и теории кодирования





ТЕМЫ



Пясецкая Анна Андреевна

Учитель информатики и ИКТ МОУ Черкасской средней школы