

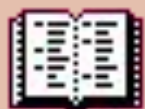


# БАЗОВЫЙ КУРС ИНФОРМАТИКИ

Компьютер имеет то преимущество перед мозгом, что им пользуются  
Габриэль Лауб



ЛОГИКА



# ТЕМЫ

ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ

ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

ЗАДАЧИ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ



ИЗ ИСТОРИИ



ЛОГИЧЕСКИЕ  
ОСНОВЫ ПК



ОБ АВТОРЕ



ВЫХОД



# ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ

**ЛОГИКА** — наука, изучающая законы и формы мышления; учение о способах рассуждений и доказательств.

**ПОНЯТИЕ** — форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного предмета или класса однородных предметов. Понятия в языке выражаются словами.

**СУЖДЕНИЕ** — это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о предметах, признаках или их отношениях.

**УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ** — форма мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений, называемых посылками, мы по определенным правилам вывода получаем суждение-заключение.





# ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

**АЛГЕБРА ЛОГИКИ** (или Булева алгебра) оперирует с **ЛОГИЧЕСКИМИ ПЕРЕМЕННЫМИ** – высказываниями и суждениями (предикатами)

**ВЫСКАЗЫВАНИЯ** – это конкретные частные утверждения, о которых можно судить, истинно оно или ложно. В естественных языках высказывания выражаются повествовательными предложениями.

## ПРИМЕРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:

1. Земля- планета солнечной системы.
2.  $5 \times 5 = 25$
3. Яблоки растут на хвойных деревья
4. Вода – жидкость
5.  $2 > 3$





# ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

**СУЖДЕНИЯ** (предикаты) – это утверждения о переменных.

*Примеры суждений:*

1.  $P$  – простое число
2.  $X + Y > 0$
3.  $N$  – четное число

Суждения становятся высказываниями, если переменным придать числовые значения (пример: 3 – простое число).

Логические переменные могут принимать только два значения:

**ИСТИННА - 1** или **ЛОЖЬ – 0**





# ПОНЯТИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

**В приведенных предложениях выделите высказывания:**

1. Москва расположена между Киевом и Одессой.
2. Есть ли на свете человек, который мог объять необъятное?
3. Я земной шар чуть не весь обошел!
4. Солнце есть спутник земли.
5. Если сумма квадратов двух сторон треугольника равна квадрату третьей, то он прямоугольный.
6.  $2+3=4$
7. Сегодня отличная погода.
8. Железо – металл.
9. Если один угол в треугольнике прямой, то треугольник будет тупоугольным.
10. Который час?
11. Да здравствует 1 сентября!
12. Здесь нет высказываний.





# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## КВАНТОРЫ

□Выражение «для всякого  $x$ » в логике называется *квантором всеобщности* по переменной  $x$

КВАНТОР ВСЕОБЩНОСТИ  $\forall$  (все, всякий, каждый ).

*Пример: Все следователи – юристы. Все кошки являются рыбами.*

ИСТИННОСТЬ ВЫСКАЗЫВАНИЯ С КВАНТОРОМ ОБЩНОСТИ УСТАНОВЛИВАЕТСЯ ПУТЕМ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА, А ПОКАЗАТЬ ЛОЖНОСТЬ МОЖНО, ПРИВЕДЯ КОНТРИМЕР.

□Выражение «существует  $x$  такое, что ...» в логике называется *квантором существования* по переменной  $x$

КВАНТОР СУЩЕСТВОВАНИЯ  $\exists$  (некоторые, существуют).

*Пример: Некоторые следователи имеют высшее образование. Некоторые студенты – отличники.*

ИСТИННОСТЬ ВЫСКАЗЫВАНИЯ С КВАНТОРОМ СУЩЕСТВОВАНИЯ УСТАНОВЛИВАЕТСЯ ПРИ ПОМОЩИ КОНТРЕКТНОГО ПРИМЕРА, А ЧТОБЫ УБЕДИТЬСЯ В ЛОЖНОСТИ НЕОБХОДИМО ПРОВЕСТИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.





# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## КОНЪЮНКЦИЯ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «И» называется логическим умножением или **КОНЪЮНКЦИЕЙ**

Эта операция обозначается символами « $\wedge$ » или « $\&$ ».  
В программировании эту операцию обозначают «AND».

*Таблица истинности*

X	Y	$X \wedge Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

*Пример:* X – «На столе лежит ручка»  
Y – «На столе лежит карандаш»  
 $X \wedge Y$  – «На столе лежит ручка и на столе лежит карандаш»







# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## ДИЗЬЮНКЦИЯ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «ИЛИ» называется логическим сложением или **ДИЗЬЮНКЦИЕЙ**.

Эта операция обозначается символами « $\vee$ » или «+».  
В программировании эту операцию обозначают «OR».

*Таблица истинности*

X	Y	$X \vee Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

*Пример:* X – «В библиотеке можно взять книгу»  
Y – «В библиотеке можно просмотреть журнал»  
 $X \vee Y$  – «В библиотеке можно взять книгу или в библиотеке можно просмотреть журнал»





# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## СТРОГАЯ ДИЗЬЮНКЦИЯ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «**ЛИБО...ЛИБО**» называется **ИСКЛЮЧАЮЩИМ ИЛИ** или **СТРОГОЙ ДИЗЬЮНКЦИЕЙ**.

Эта операция обозначается символами « $\vee$ » или « $\oplus$ ».  
В программировании эту операцию обозначают «**XOR**».

*Таблица истинности*

X	Y	$X \oplus Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

*Пример:* X – «В библиотеке можно взять книгу»  
Y – «В библиотеке можно просмотреть журнал»  
 $X \oplus Y$  – «В библиотеке можно взять либо книгу, либо в библиотеке можно просмотреть журнал»





# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## ИНВЕРСИЯ

Присоединение частицы НЕ к логической переменной называется логическим отрицанием или **ИНВЕРСИЕЙ**.

Эта операция обозначается символами « $\square$ » или « $\neg$ ».

В программировании эту операцию обозначают «NOT».

*Таблица истинности*

$\neg X$	$X$
0	1
1	0

*Пример:*  $X$  – «Точка  $O$  является центром круга»

Инверсия: «Точка  $O$  не является центром круга»





# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## ИМПЛИКАЦИЯ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «ЕСЛИ..., ТО...» называется логическим следованием или **ИМПЛИКАЦИЕЙ**.

Эта операция обозначается символами « $\rightarrow$ » или « $\supset$ ».

В программировании саму логическую операцию обозначают «IMP», а союз «если...,то...» заменяют связкой «IF...THEN...».

*Таблица истинности*

X	Y	$X \rightarrow Y$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

X – условие (посылка) Y – заключение (следствие)

*Пример:* X – «Треугольник равносторонний»

Y – «Треугольник равноугольный»

$X \Rightarrow Y$  – «Если треугольник равносторонний, то он равноугольный»

«Из лжи – все, что угодно».





# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

Соединение двух логических переменных с помощью союза «...ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА» называется логическим равенством или **ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬЮ**.

Эта операция обозначается символами « $\equiv$ » или « $\leftrightarrow$ ». В программировании саму логическую операцию обозначают «EQV».

Таблица истинности

X	Y	$X \leftrightarrow Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример: X – «Компьютер может производить вычисления»

Y – «Компьютер включен»

Эквивалентность: ««Компьютер может производить вычисления тогда и только тогда, когда компьютер включен»





# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

## Порядок выполнения операций

Инверсия

Конъюнкция

Дизъюнкция, строгая дизъюнкция

Импликация

Эквивалентность

Для изменения указанного порядка  
используются круглые скобки.





# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

1. Дайте название каждой логической операции:

- а) Если две прямые параллельны, то они пересекаются.
- б) Произведение равно нулю тогда и только тогда когда один из множителей равен нулю.
- в) Завтра я не пойду в школу.
- г) Зимой мы обычно ходим на лыжах или катаемся на коньках на нашем пруду.
- д) Я сделал домашнюю работу и получил за нее «пять».
- е) Принтер либо устройство вывода информации, либо устройство хранения информации.

2. Постройте отрицания приведенных ниже высказываний:

- а) водитель автомобиля не имеет права ехать на красный свет;
- б) существует параллелограмм с прямым углом;
- в) любое простое число нечетно;
- г) на улице сухо;
- д) в школу поставили новые компьютеры.





## ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

3. Для каждой из приведенных формул придумайте по два высказывания:

а)  $(A \wedge B) \Rightarrow C$  б)  $\square B \vee C$

в)  $(B \wedge C) \vee \square A$

4. Определите вид сложного высказывания, записав его структурной формулой

а) *ни сна, ни отдыха измученной душе;*

б) *что неясно представляешь, то неясно и высказываешь;*

в) *зимой мы поедem в деревню или остановимся в городе;*

г) *прямо – ближе, обдуманно – быстрее.*



ТЕМЫ







# ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

Формула имеет нормальную форму, если в ней отсутствуют знаки эквивалентности, импликации, двойного отрицания, при этом знаки отрицания находятся только при переменных.

- 1) закон тождества  $A=A$
- 2) закон двойного отрицания  $(\neg(\neg A))=A$
- 3) закон противоречия  $A \wedge (\neg A) = 0$
- 4) закон исключения третьего  $A \vee (\neg A) = 1$
- 5)  $A \rightarrow B = (\neg A) \vee B$
- 6)  $A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee ((\neg A) \vee (\neg B))$   
 $A \leftrightarrow B = ((\neg A) \vee B) \wedge (A \vee (\neg B))$
- 7) коммутативный закон:  $A \wedge B = B \wedge A$   
 $A \vee B = B \vee A$
- 8) ассоциативный закон:  $((A \wedge B) \wedge C) = (A \wedge (B \wedge C))$   
 $((A \vee B) \vee C) = (A \vee (B \vee C))$
- 9) дистрибутивный закон:  $(A \wedge (B \vee C)) = ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$   
 $(A \vee (B \wedge C)) = ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$





## ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

10) закон поглощения:  $A \wedge (A \vee B) = A$

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

11) закон идемпотентности:  $A \wedge A = A$

$$A \vee A = A$$

12) законы исключения констант:  $A \wedge 1 = A$

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \vee 0 = A$$

13) отрицание конъюнкций:  $\neg(A \wedge B) = (\neg A) \vee (\neg B)$

$$\vee(\neg B)$$

14) отрицание дизъюнкций:  $\neg(A \vee B) = (\neg A) \wedge (\neg B)$

$$\wedge(\neg B)$$

15) закон исключения:  $(A \wedge B) \vee ((\neg A) \wedge B) = B$

$$(A \vee B) \wedge ((\neg A) \vee B)$$

$$= B$$





## ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

**В соответствии с законами логики определите результаты высказываний:**

- а) в соседней комнате сейчас находится какой-то человек или неверно, что в соседней комнате сейчас находится какой-то человек;*
- б) неверно, что на столе лежит ручка или на столе лежит карандаш;*
- в) завтра будет вьюга и будет дождь или завтра не будет вьюги и будет дождь;*
- г) не является истинным, что Юра этого не делал.*





## ЗАДАЧИ

*ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НУЖНО:*

1. Внимательно изучить условие.
2. Выделить элементарные высказывания и обозначить их – как принято – большими латинскими буквами.
3. Записать условие задачи на языке алгебры логики, соединив простые высказывания в сложные при помощи логических операций.
4. Полученное выражение упростить, используя законы логики.
5. Выбрать решение – набор значений простых высказываний, при котором выражение является истинным.
6. Проверить, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.





## ЗАДАЧИ

- ✓ **Найдите значения логических выражений:**
  - а)  $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0) = 1 \vee 1 = 1$ ; б)  $((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$ ;*
  - в)  $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$ ; г)  $(0 \wedge 1) \wedge 1$ ;*
  - д)  $1 \wedge (1 \wedge 1) \wedge 1$ ; е)  $((1 \vee 0) \wedge (1 \wedge 1)) \wedge (0 \vee 1)$ .*
- ✓ **Даны два простых высказывания:**  
 $A = \{2 \cdot 2 = 4\}$ ,  $B = \{2 \cdot 2 = 5\}$ .  
 Какие из составных высказываний истинны:
  - а)  $\square A$ ; б)  $\square B$ ;*
  - в)  $A \wedge B$ ; г)  $A \vee B$ ;*
  - д)  $A \Rightarrow B$ ; е)  $A \Leftrightarrow B$ ?*
- ✓ **Даны простые высказывания:**  
 $A = \{\text{Принтер} - \text{устройство ввода информации}\}$   
 $B = \{\text{Процессор} - \text{устройство обработки информации}\}$   
 $C = \{\text{Монитор} - \text{устройство хранения информации}\}$   
 $D = \{\text{Клавиатура} - \text{устройство ввода информации}\}$   
 Определите истинность составных высказываний:
  - а)  $(A \wedge B) \wedge (C \vee D)$ ; б)  $(A \wedge B) \Rightarrow (B \wedge C)$ ;*
  - в)  $(A \vee B) \Leftrightarrow (C \wedge D)$ ; г)  $\square A \Leftrightarrow \square B$ .*





## ЗАДАЧИ

✓ Выполните поразрядное логическое сложение двоичных чисел  
 а)  $100$  и  $110$ ; б)  $1010$  и  $1000$ ; в)  $101010$  и  $111111$ .

✓ Даны три числа в различных системах счисления:

а)  $A=20_{10}$ ,  $B=11_{16}$ ,  $C=30_8$ .

Переведите  $A$ ,  $B$ ,  $C$  в двоичную систему счисления и выполните поразрядно логические операции  $(A \vee B \wedge C)$ . Ответ дайте в десятичной системе счисления.

Решение:  $20_{10} = 10100_2$        $11_{16} = 10001_2$        $30_8 = 11000_2$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee B \wedge C$
1	1	1	1	1
0	0	1	0	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0

б)  $A=30_{10}$ ,  $B=AF_{16}$ ,  $C=56_8$ .





## ЗАДАЧИ

✓ Составьте таблицу истинности для выражений:

$$A \vee B \wedge C; \quad (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

A	B	C	$B \wedge C$	$A \vee B \wedge C$	$A \vee B$	$A \vee C$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
1	1	1	1	1		C	
1	0	0	0	1			
0	1	0	0	0			
0	0	1	0	0			
1	1	0	0	1			
1	0	1	0	1			
0	1	1	1	1			
0	0	0	0	0			







# ЗАДАЧИ

Даны два сложных высказывания:

а) если одно слагаемое делится на 3 и сумма делится на 3, то и другое слагаемое делится на 3;

б) если одно слагаемое делится на 3, а другое слагаемое не делится на 3, то сумма не делится на 3.

Формализуйте эти высказывания и составлением таблиц истинности докажете, что полученные формулы эквивалентны.

Решение: Высказывание  $A$  - одно слагаемое делится на 3

Высказывание  $B$  - другое слагаемое делится на 3

Высказывание  $C$  - сумма делится на 3

$$F = A \wedge C \Rightarrow B \leftrightarrow A \wedge \neg B \Rightarrow \neg C$$

A	B	C	$\neg B$	$\neg C$	$A \wedge C$	$A \wedge C \Rightarrow B$	$A \wedge \neg B$	$A \wedge \neg B \Rightarrow \neg C$	$A \wedge C \Rightarrow B \leftrightarrow A \wedge \neg B \Rightarrow \neg C$
1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1	0	1	1





## ЗАДАЧИ

✓ Даны два сложных высказывания:

*a) если  $a > b$  и  $(b > 0$  или  $b = 0)$ , то  $a > 0$ ;*

*б) если  $a > b$  и  $a > 0$ , то  $b > 0$  или  $b = 0$ .*

*Формализуйте эти высказывания и составлением таблиц истинности докажете, что полученные формулы эквивалентны.*

✓ Докажите с помощью таблиц истинности равносильность следующих логических выражений:

*a)  $(A \Rightarrow B) \& (A \vee \square B)$*

*б)  $(A \Leftrightarrow B) \& (\square A \& \square B)$*





## ЗАДАЧИ

✓ Каждую из приведенных формул упростите так, чтобы знак отрицания был отнесен только к простым высказываниям:

*a)  $\neg(A \vee B) \wedge \Box C = \Box A \wedge \Box B \wedge \Box C$*

*б)  $\neg(\Box A \vee B)$*

*в)  $\neg(A \wedge \Box B) \vee \Box C$*

✓ Используя законы логики упростите выражения:

*a)  $A \vee (B \wedge A) = A \vee (A \wedge B) = A$*

*б)  $C \vee (A \wedge B) \vee (\Box A \wedge B)$*

*в)  $A \wedge (A \vee B) \wedge (A \vee C)$*

*г)  $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \Box C)$*

*д)  $(A \vee \Box A) \wedge B$*





# ЗАДАЧИ

✓ Определите, кто из подозреваемых участвовал в преступлении, если известно:

- 1) Если Иванов не участвовал или Петров участвовал, то Сидоров участвовал;
- 2) Если Иванов не участвовал, то Сидоров не участвовал.

Решение:  $F = \neg I \vee P \Rightarrow C \quad \wedge \quad \neg I \Rightarrow \neg C$       ответ: Иванов

И	П	С	$\neg I$	$\neg C$	$\neg I \vee P$	$\neg I \vee P \Rightarrow C$	$\neg I \Rightarrow \neg C$	F
1	1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0
0	0	0	1	1	1	0	1	0





## ЗАДАЧИ

✓ Аня, Вика и Сергей решили пойти в кино. Учитель, хорошо знавший ребят, высказал предположения:

1. *Аня пойдет в кино только тогда, когда пойдут Вика и Сергей;*
2. *Аня и Сергей пойдут в кино вместе или же оба останутся дома;*
3. *Чтобы Сергей пошел в кино, необходимо, чтобы пошла Вика.*

**Когда ребята пошли в кино, оказалось, что учитель немного ошибся: из трех его утверждений истинными оказались только два. Кто из ребят пошел в кино?**

✓ В нарушении правил обмена валюты подозреваются четыре работника банка – А, В, С, D. Известно, что:

1. *Если А нарушил, то и В нарушил правила обмена валюты.*
2. *Если В нарушил, то и С нарушил или А не нарушал.*
3. *Если D не нарушал, то А нарушил, а С не нарушал.*
4. *Если D нарушил, то и А нарушил.*

**Кто из подозреваемых нарушил правила обмена валюты?**





## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

К помощи логики человек прибегает очень часто: распутывая противоречивые показания, составляя различные расписания и во многих других случаях.

Среди задач, для решения которых привлекается ЭВМ, немало таких, которые по традиции принято называть логическими. Кто не знает шуточной задачи о перевозке волка, козы и капусты с одного берега на другой! В такой задаче властвует не арифметика, а умение правильно рассуждать.

В жизни некоторые суждения и связи между ними бывают столь противоречивыми, что такие твердые логические орешки не под силу раскусить даже вдумчивому математику. Тогда на помощь в решении таких логических задач привлекают ЭВМ. Необходимо подчеркнуть, что умение использовать логические операции (**AND, OR, NOT, EQV, IMP**) повышают эффективность программирования. Именно формируя условия в операторе условной передачи управления (**IF...THEN**), программист использует логические операции.

В основе теории создания и работы дискретных преобразователей информации (вентили, сумматоры, триггеры и т.д.) лежат аппарат алгебры логики, сведения о двоичной арифметике и теории кодирования



ТЕМЫ



ТЕМЫ



## Пясецкая Анна Андреевна

Учитель информатики и ИКТ МОУ Черкасской средней школы