

# Динамические структуры данных

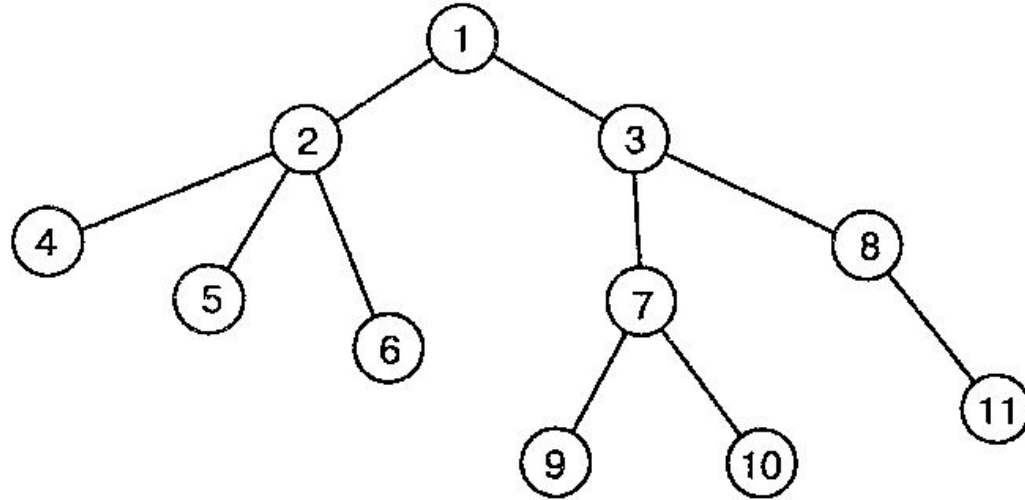
---

Прикладное программирование

# Деревья – основные понятия

---

Связной граф без циклов называется деревом.  
Пример дерева приведен на рисунке.



# Деревья – основные понятия

---

- Следующие определения дерева эквивалентны. Граф  $G=(V, E)$ , где  $|V| =N$  и  $|E| =M$  является деревом, если:
  - $G$  – связный граф и  $M=N-1$ ;
  - $G$  – ациклический граф и  $M=N-1$ ;
  - любые две несовпадающие вершины графа  $G$  соединяет единственная простая цепь;
  - $G$  – ациклический граф, обладающий тем свойством, что если какую-либо пару несмежных вершин соединить ребром, то полученный граф будет содержать ровно один цикл.

# Деревья – основные понятия

---

- Терминология, связанная с понятием дерева:
- корнем дерева называют единственную вершину, находящуюся вверху «перевернутого» дерева;
- самые нижние вершины дерева называют листьями;
- вершину называют внутренней, если она не является ни корнем и ни листом;
- о вершине, которая находится непосредственно над другой вершиной, говорят, что она – родитель (предок), а вершина, которая расположена непосредственно под другой вершиной, называется потомком.

# Деревья – основные понятия

---

- На рисунке вершина с номером 1 – корень; вершины с номерами 4, 5, 6, 9, 10, 11 – листья; вершины 2, 3, 7, 8 – внутренние; вершина 3 – родитель вершины 7; вершина 8 – потомок вершины 3.

# Деревья – основные понятия

---

Считают, что корень дерева расположен на первом уровне. Его потомки находятся на втором уровне и т. д. Максимальный уровень какой-либо вершины дерева называется глубиной или высотой дерева. Число потомков вершины называется ее степенью. Максимальное значение этих степеней есть степень дерева. Степень дерева на рисунке, приведенном выше, равна трем.

# Деревья – основные понятия

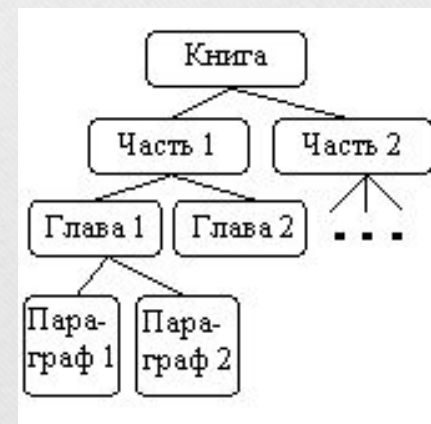
---

- Деревья в программировании используются значительно чаще, чем графы. Так, на построении деревьев основаны многие алгоритмы сортировки и поиска. Компиляторы в процессе перевода программы с языка высокого уровня на машинный язык представляют фрагменты программы в виде деревьев, которые называются синтаксическими.

# Деревья – основные понятия

---

- Деревья естественно применять всюду, где имеются какие-либо иерархические структуры, т.е. структуры, которые могут вкладываться друг в друга. Примером может служить оглавление книги.





# Деревья – основные понятия

---

- Суть двоичных деревьев, широко распространенных в программировании, следует из названия. Степень дерева равна двум. Вершина (узел) дерева может иметь не более двух потомков, их называют левыми и правыми.

# Деревья – основные понятия

---

Двоичные (бинарные) деревья поиска (подкласс двоичных деревьев) характеризуются тем, что значение информационного поля, связанного с вершиной дерева, больше любого соответствующего значения из левого поддерева и меньше, чем содержимое любого узла его правого поддерева.

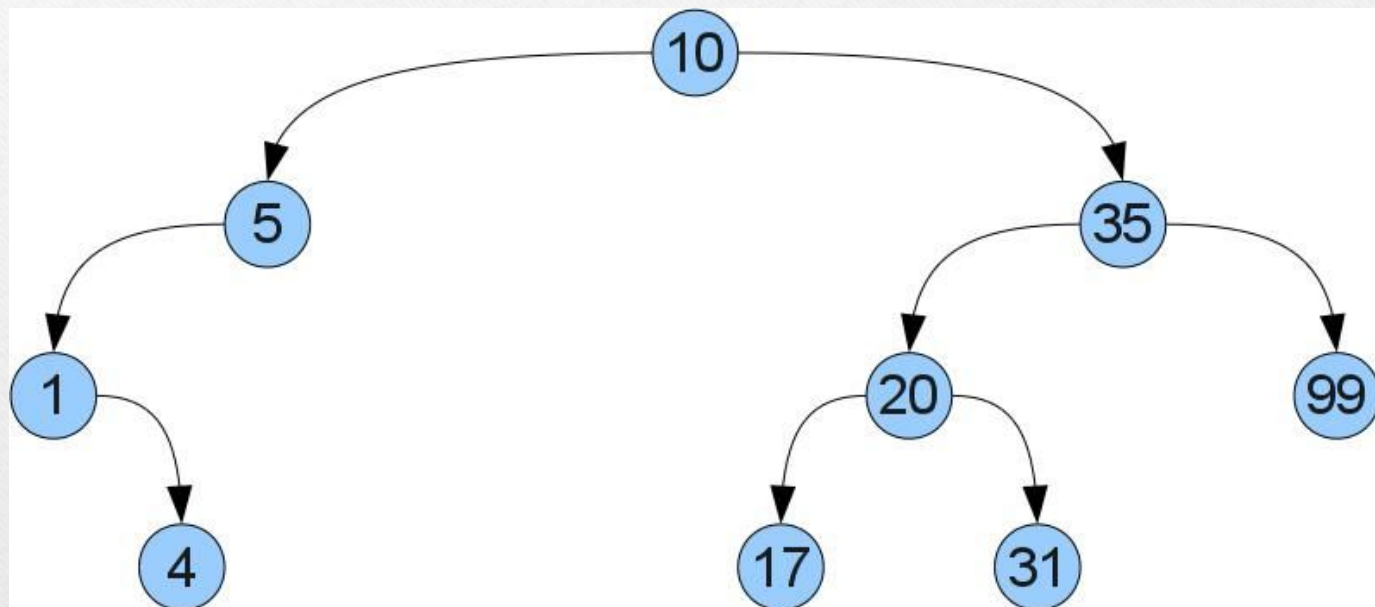
# Описание двоичного дерева

---

- `struct node`
- `{`
- `int info; // Информационное поле`
- `node *l, *r; // Левая и Правая часть дерева`
- `};`
- `node * tree=NULL; // Объявляем переменную, тип которой структура Дерево`

# Вид двоичного дерева

---

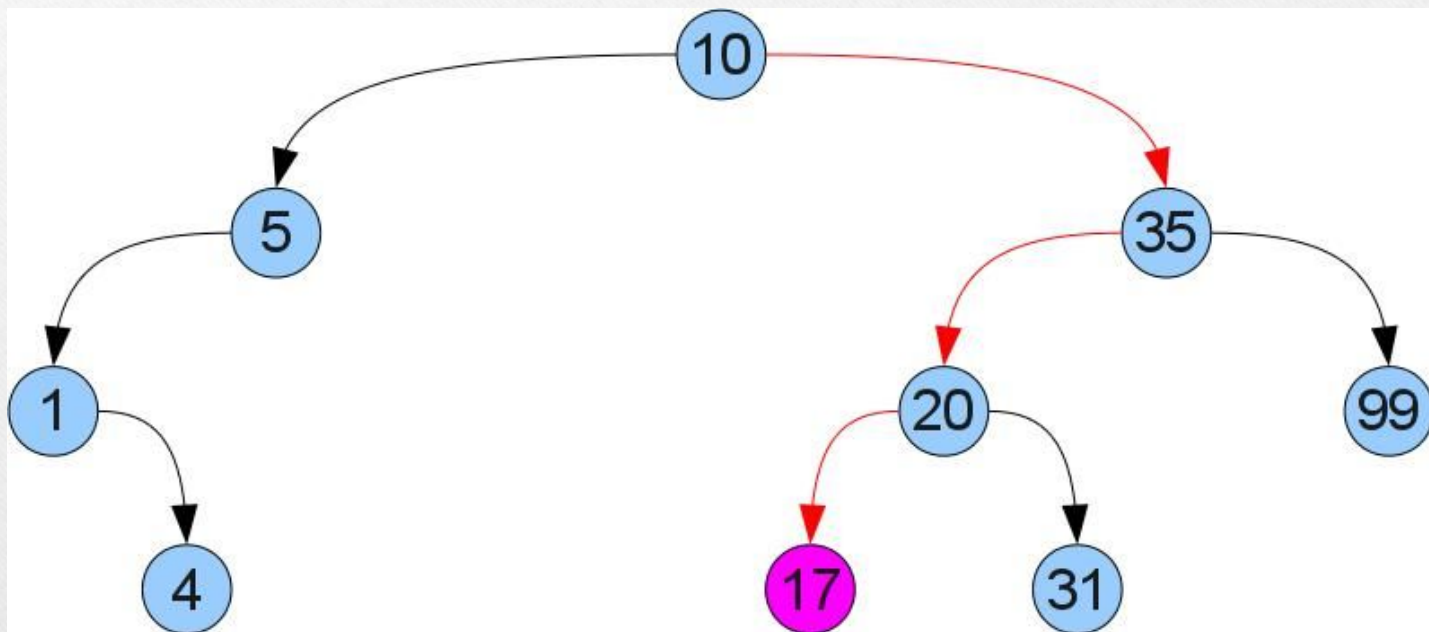


# Вид двоичного дерева

---

- Что же нам дает такое упорядочивание? То, что мы легко можем отыскать требуемый ключ  $x$  в дереве! Просто сравним  $x$  со значением в корне. Если они равны, то мы нашли требуемое. Если же  $x$  меньше (больше), то он может оказаться только в левом (соответственно правом) поддереве.

# Вид двоичного дерева



# Основные операции с деревом

---

- Основные операции:
- вставка элемента в дерево;
- удаление элемента из дерева;
- обход дерева.

# Добавление элемента в дерево

---

- То, что указано в описании - это структура, описывающая звено дерева. По ходу выполнения программы звенья будут создаваться и дописываться к существующим по указанным правилам. Сама эта структура – это фундамент очень простого бинарного дерева.



# Добавление элемента в дерево

---

- Заполнение простого бинарного дерева разделено на три основные части, а именно – Если дерево пустое, то надо создать первый элемент. Этот элемент будет корнем дерева. После создания первого элемента надо выделить память для возможных ветвей.
- Если дерево что-то содержит, то проверяется условие, согласно которому мы размещаем в дереве элементы.

# Добавление элемента в дерево

---

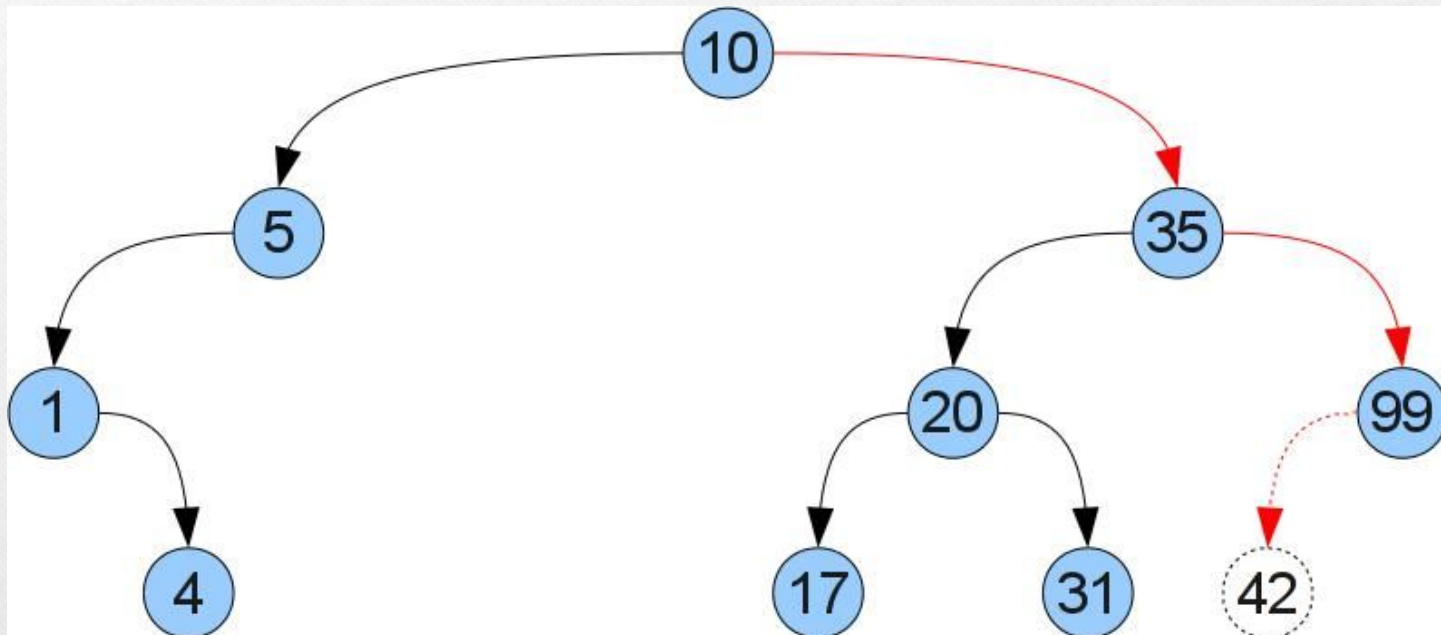
- Бинарное дерево – это упорядоченное дерево, каждая вершина которого имеет не более двух поддеревьев, причем для каждого узла выполняется правило: в левом поддереве содержатся только ключи, имеющие значения, меньшие, чем значение данного узла, а в правом поддереве содержатся только ключи, имеющие значения, большие, чем значение данного узла.

# Добавление элемента в дерево

---

- При всем этом, если элемент, который мы хотим поместить в дерево больше чем корневой, то с помощью рекурсивного вызова функции происходит последовательное перемещение элемента в правую часть.
- Если записываемый элемент меньше чем корневой, то выполняется такая же перестановка, только в левую сторону.

# Добавление элемента в дерево



# Добавление элемента в дерево

---

- `void add_node(int x, Node *&MyTree)`  
`//Функция добавления звена в дерево`
- `{`
- `if (NULL==MyTree) //Если дерева нет, то`  
`добавляем первый корневой элемент`
- `{`
- `MyTree=new Node; //Выделяем память`  
`под звено дерева`

# Добавление элемента в дерево

---

- `MyTree->x=x; //Записываем данные в звено`
- `MyTree->l=MyTree->r=NULL;`  
`//Подзвенья инициализируем пустотой во избежание ошибок`
- `}`
- `}`

# Добавление элемента в дерево

---

```
if (x<MyTree->x) //Если нововведенный
элемент x меньше чем элемент x из корня
дерева, уходим влево
    { if (MyTree->l!=NULL) add_node(x,
MyTree->l); //При помощи рекурсии
помещаем элемент на свободный участок
else //Если элемент получил свой участок, то
    { MyTree->l=new Node; //Выделяем память
левому подзвену.
```

# Добавление элемента в дерево

---

`MyTree->l->l=MyTree->l->r=NULL; //У левого  
подзвена будут свои левое и правое  
подзвенья, инициализируем их пустотой`

`MyTree->l->x=x; //Записываем в левое  
подзвено записываемый элемент`

`}`

`}`



# Добавление элемента в дерево

---

- `if (x>MyTree->x) //Если нововведенный элемент x больше чем элемент x из корня дерева, уходим вправо`
- `{ if (MyTree->r!=NULL) add_node(x, MyTree->r); //При помощи рекурсии заталкиваем элемент на свободный участок`
- `else //Если элемент получил свой участок, то`
- `{ MyTree->r=new Node; //Выделяем память правому подзвену.`

# Добавление элемента в дерево

---

- `MyTree->r->l=MyTree->r->r=NULL; //у`  
правого подзвена будут свои левое и правое  
подзвенья, инициализируем их пустотой
- `MyTree->r->x=x;`  
`//Записываем в правое подзвено`  
записываемый элемент
- `}`
- `}`
- `}`

# Обход дерева

---

```
void show(Node *&Tree) //Функция обхода
{
    if (Tree!=NULL) //Пока не встретится пустое
    звено
    {
        show(Tree->l); //Рекурсивная функция для
        вывода левого поддерева
        cout<<Tree->x; //Отображаем корень дерева
        show(Tree->r); //Рекурсивная функци для
        вывода правого поддерева
    }
}
```

# Удаление элемента из дерева

---

Реализация удаления элемента из дерева чуть сложнее. Если узел имеет одного потомка, то в поле ссылки родителя удаляемого элемента записывается ссылка, не равная **NULL**, и на этом все закончено.

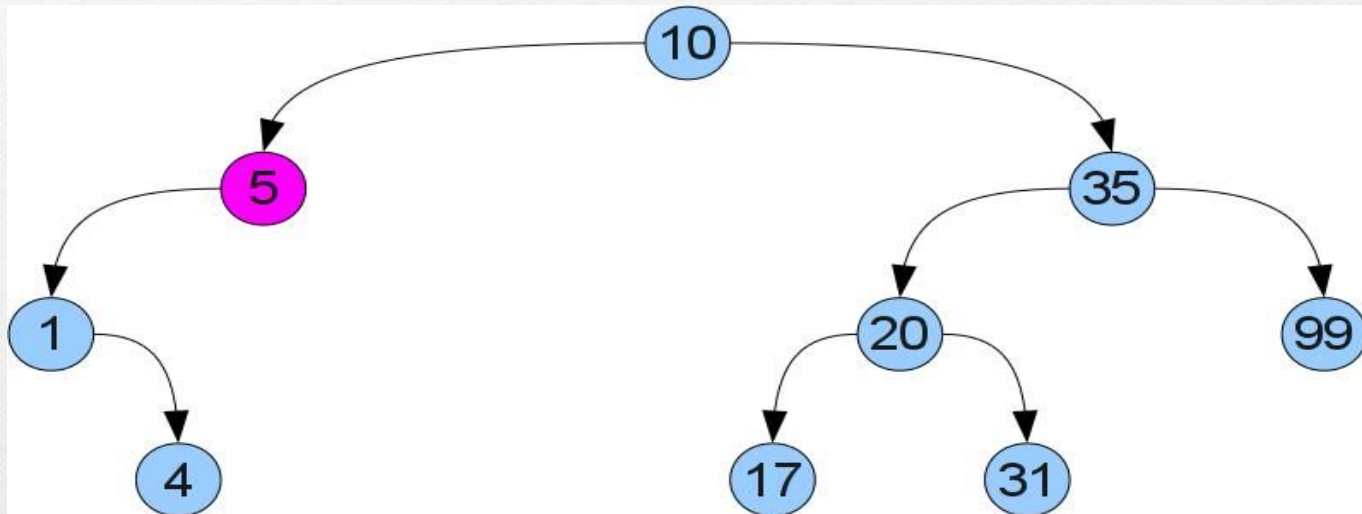
# Удаление элемента из дерева

---

- В том случае, когда у удаляемого элемента два потомка, для сохранения структуры дерева поиска на место этого элемента необходимо записать или самый правый элемент левого поддеревья, или самый левый элемент правого поддеревья.

# Удаление элемента из дерева

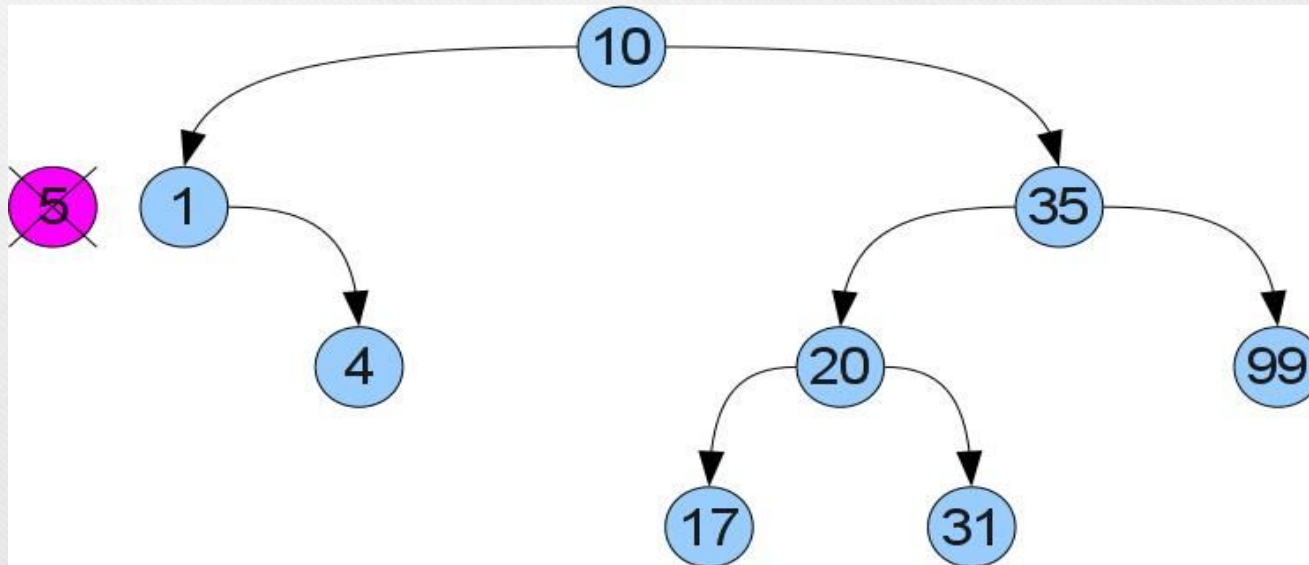
---



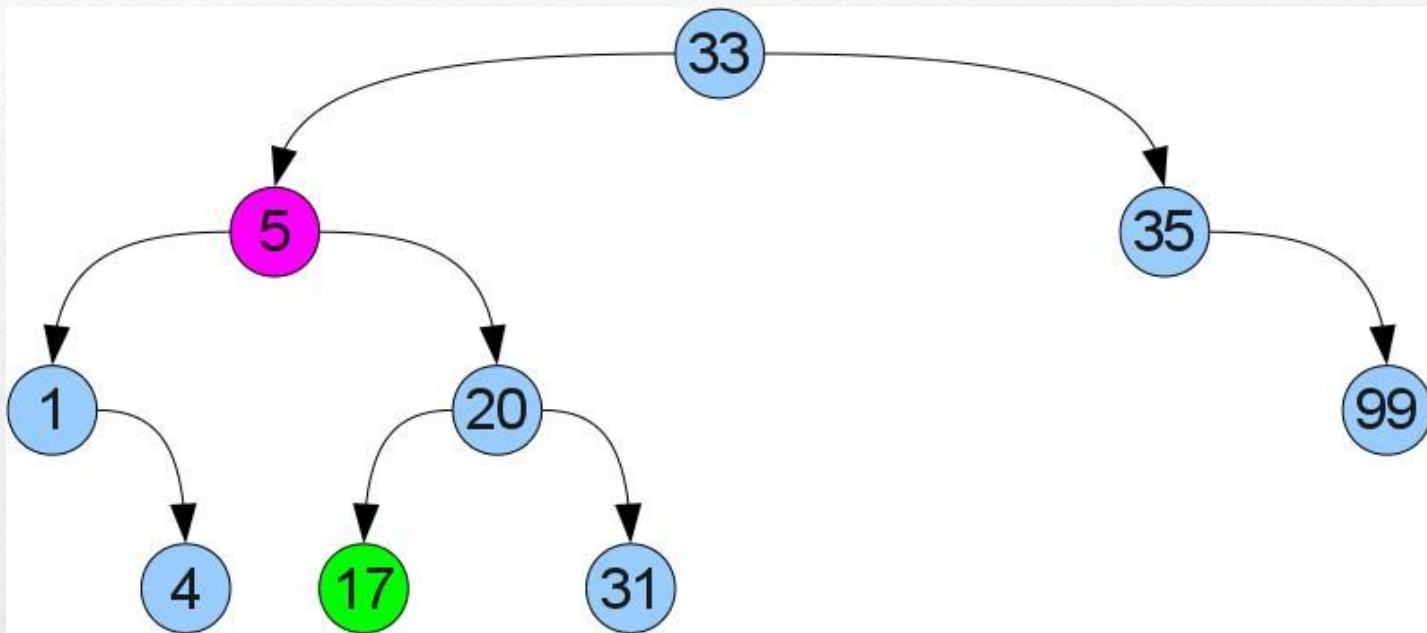
Для начала найдем нашу вершину в дереве.  
Теперь возникает два случая. Случай 1 (удаляем число 5):

# Удаление элемента из дерева

Видно, что у удаляемой вершины нет правого потомка. Тогда мы можем убрать ее и вместо нее вставить левое поддерево, не нарушая упорядоченность:



# Удаление элемента из дерева



Если же правый потомок есть, на лицо случай 2 (удаляем снова вершину 5, но из немного другого дерева):

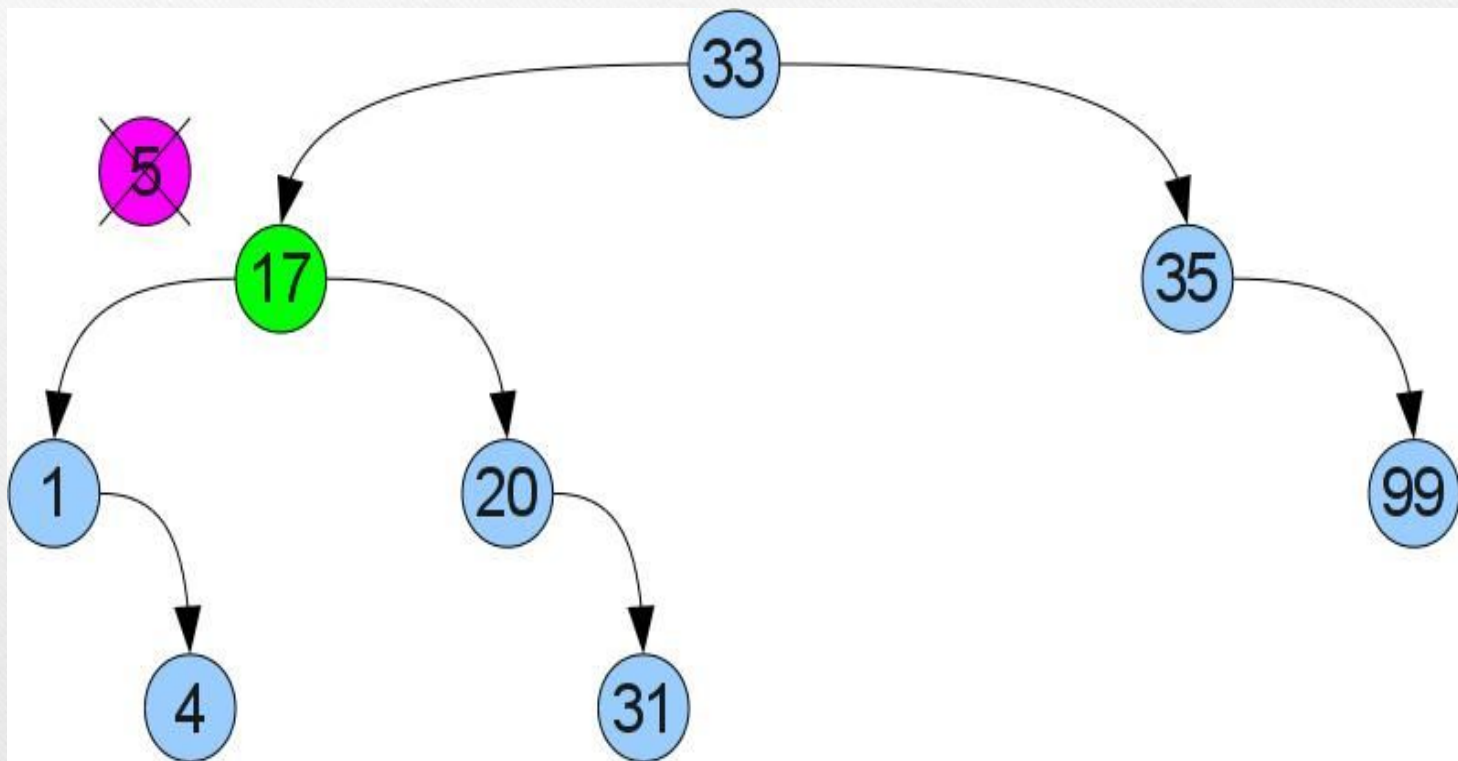


# Удаление элемента из дерева

---

Тут так просто не получится — у левого потомка может уже быть правый потомок. Поступим по-другому: найдем в правом поддереве минимум. Ясно, что его можно найти если начать в правом потомке и идти до упора влево. Т.к у найденного минимума нет левого потомка, можно вырезать его по аналогии со случаем 1 и вставить его вместо удаляемой вершины. Из-за того что он был минимальным в правом поддереве, свойство упорядоченности не нарушится:

# Удаление элемента из дерева



# Удаление элемента из дерева

---

```
//ищем самую правую вершину левого поддерева
void del_potomka(struct BinaryTree *r, struct
    BinaryTree *q) //в качестве аргумента элемент,
    который и надо удалить
{
    if(r->right!=NULL) del_potomka(r->right, q);
    else
    {
        q->data=r->data;
        q=r;
        r=r->left;
    }
}
```

# Удаление элемента из дерева

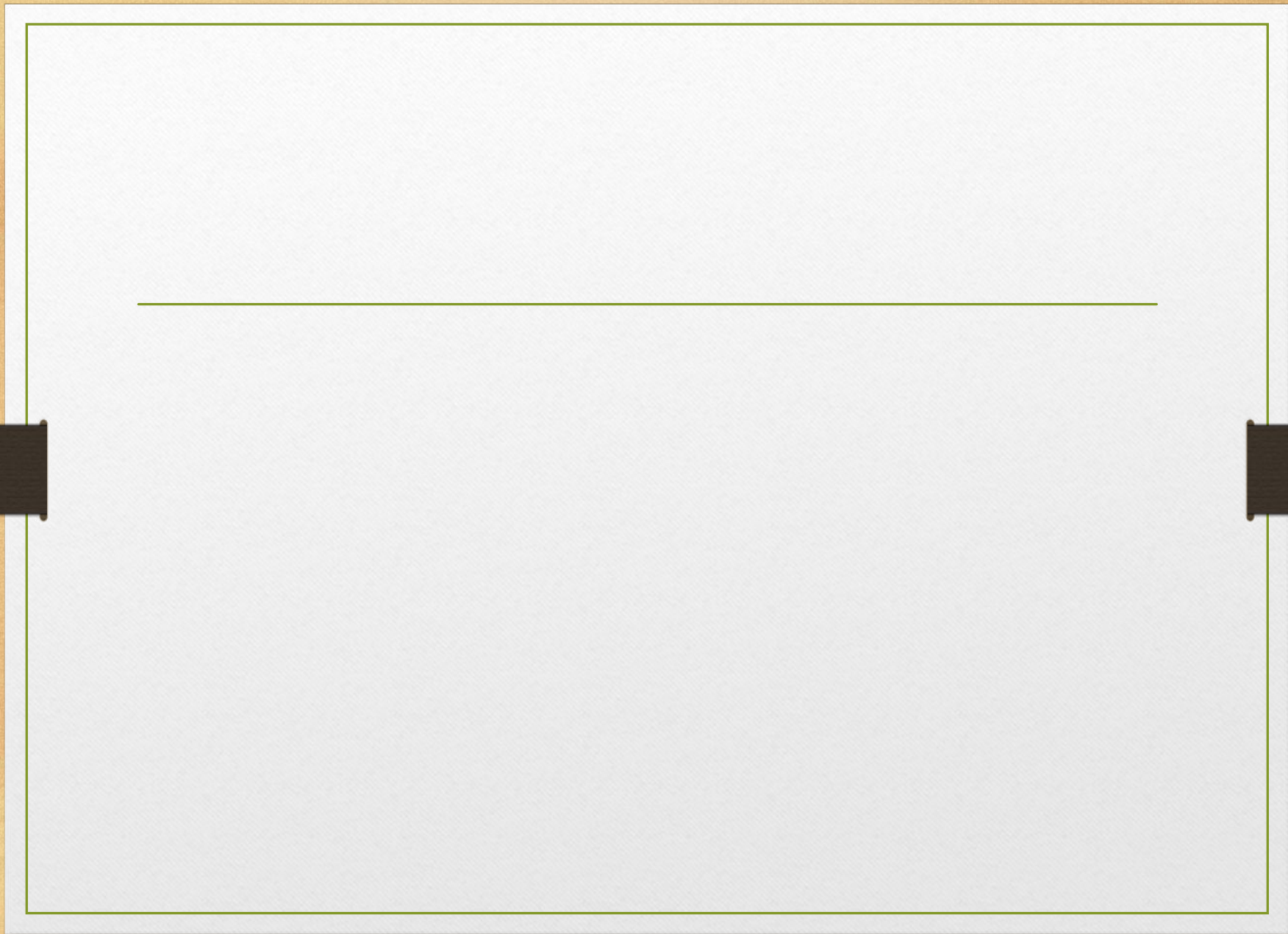
---

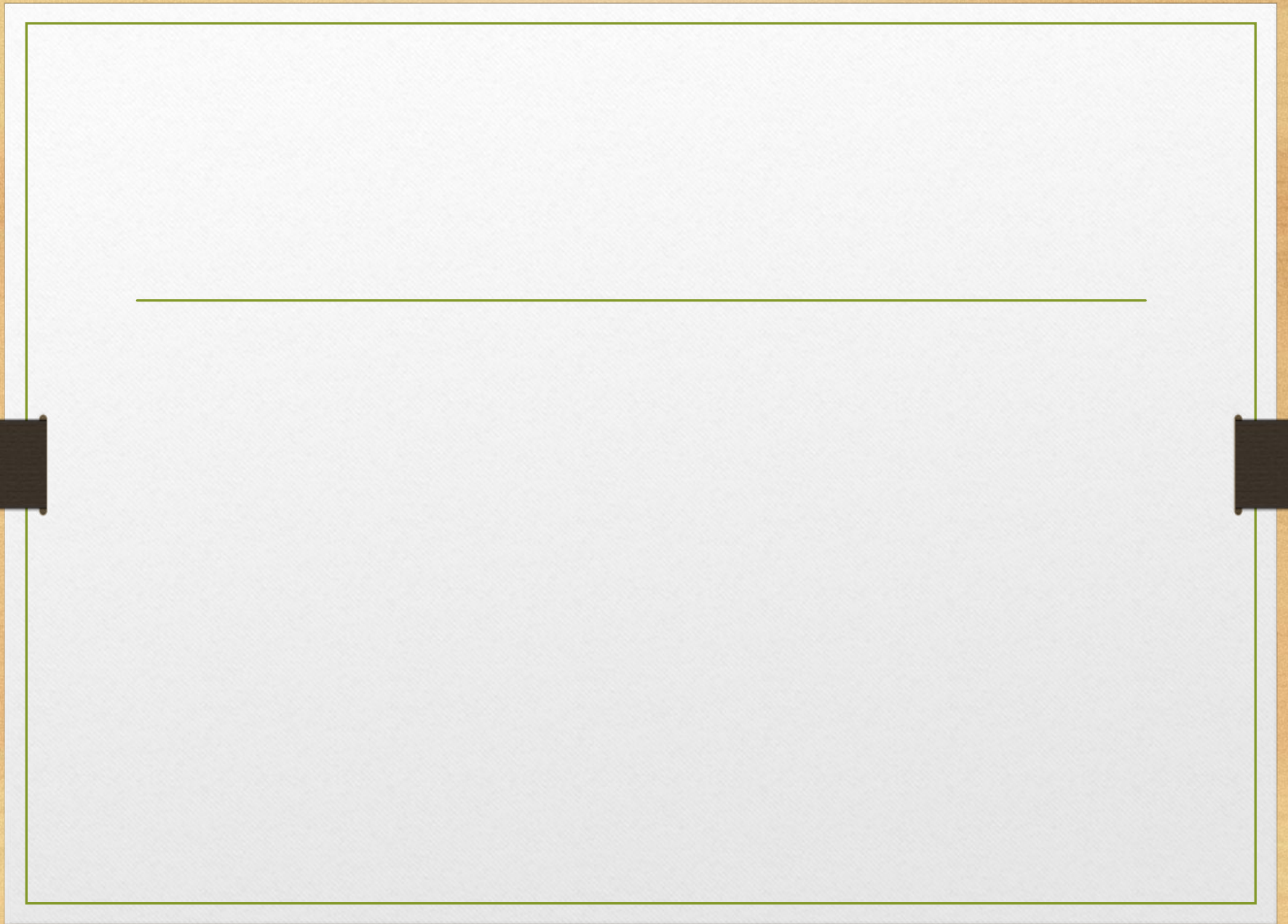
- `/*удаление вершины из дерева*/`
- `void delete_element(int x, struct BinaryTree *p)`
- `{`
- `if(p==NULL) printf("Элемента в дереве нет!\n");`
- `else if(x<p->data) delete_element(x,p->left);`  
`//идём влево`
- `else if(x>p->data) delete_element(x,p->right);`  
`//идём вправо`

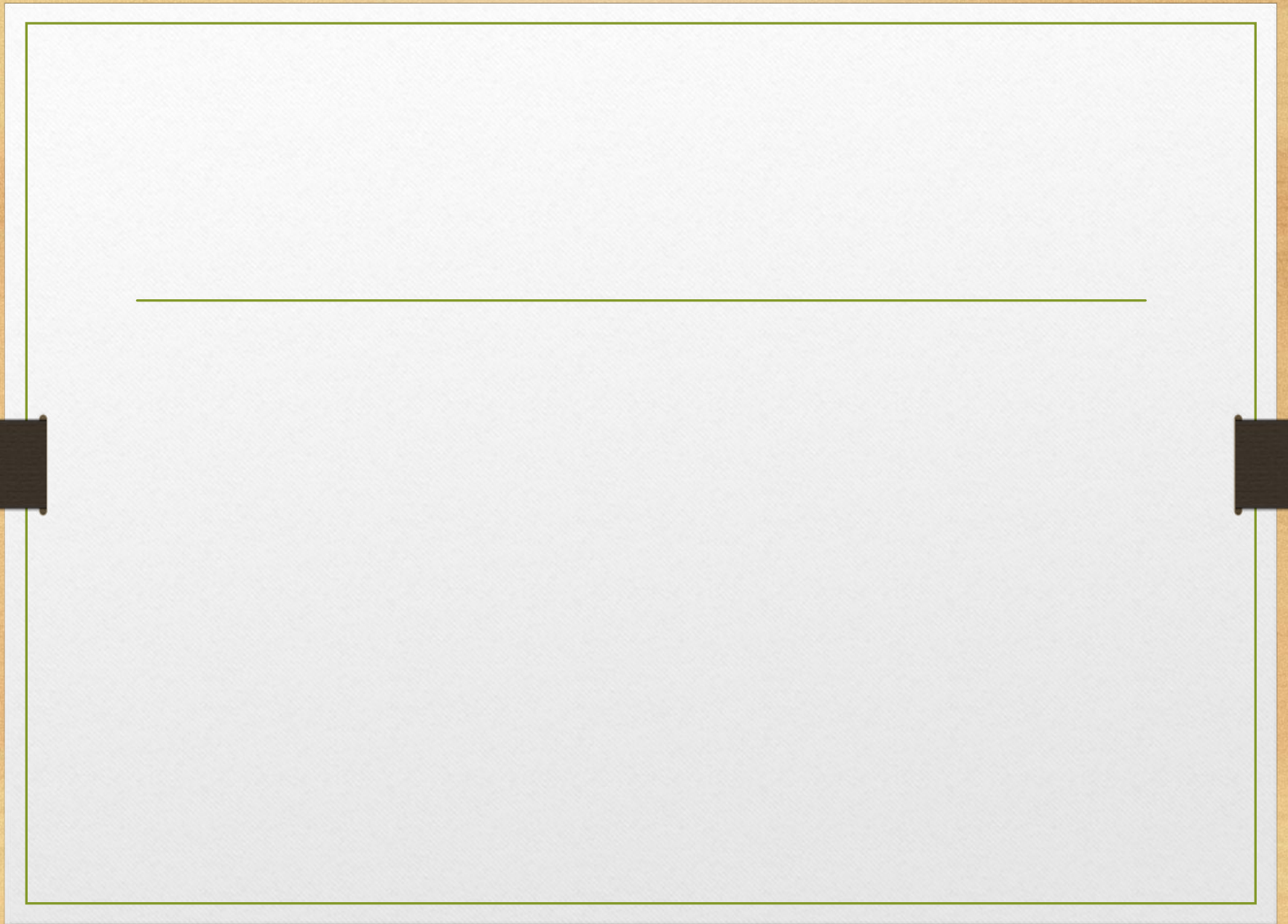
# Удаление элемента из дерева

---

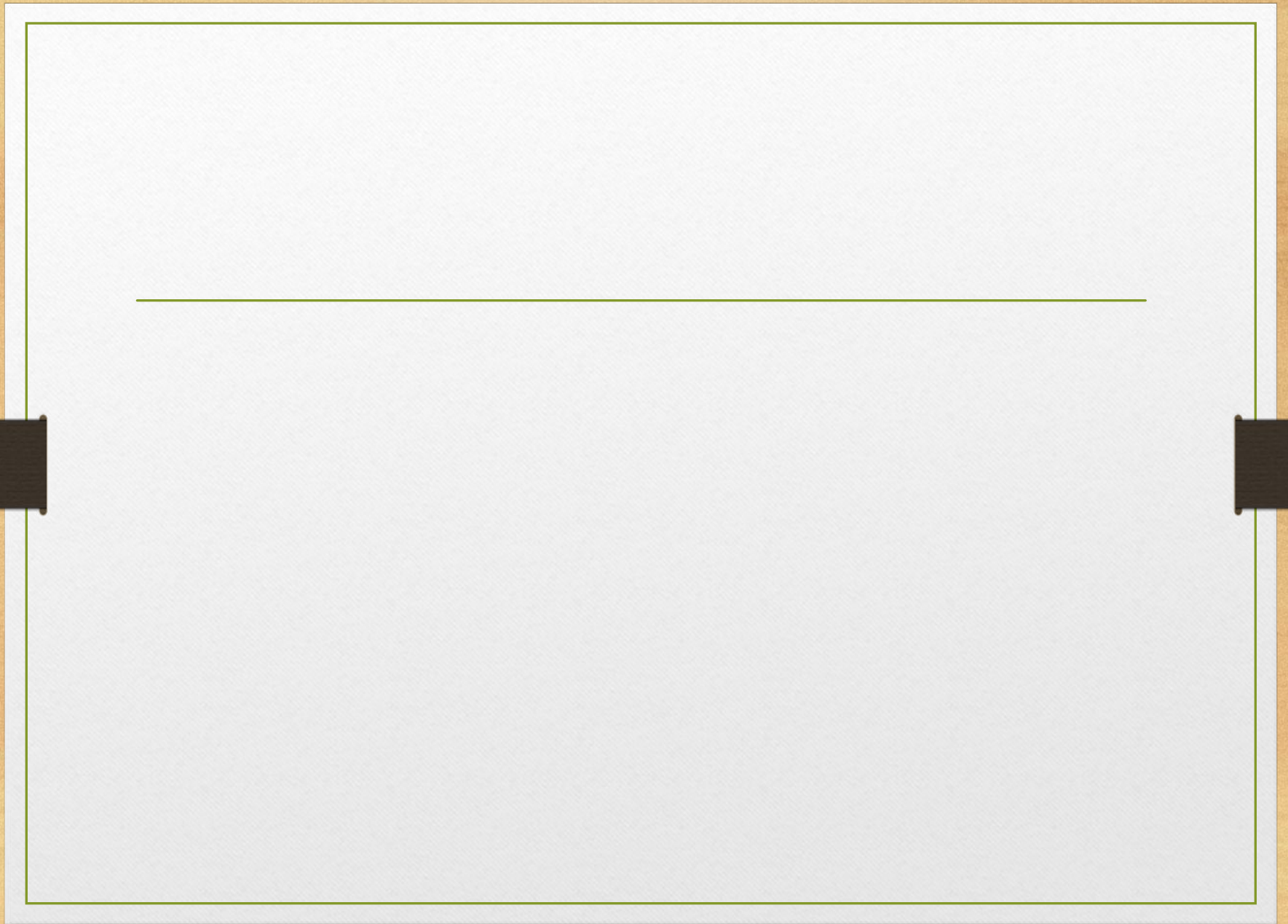
- else //исключаем элемент
- {
- struct BinaryTree \*q=p;
- if(q->right==NULL) p=q->left;//если нет  
правого потомка
- else if(q->left==NULL) p=q->right;  
//если нет левого потомка
- else del\_potomka(q->left, q);//если у нас 2  
потомка
- free(q);
- }

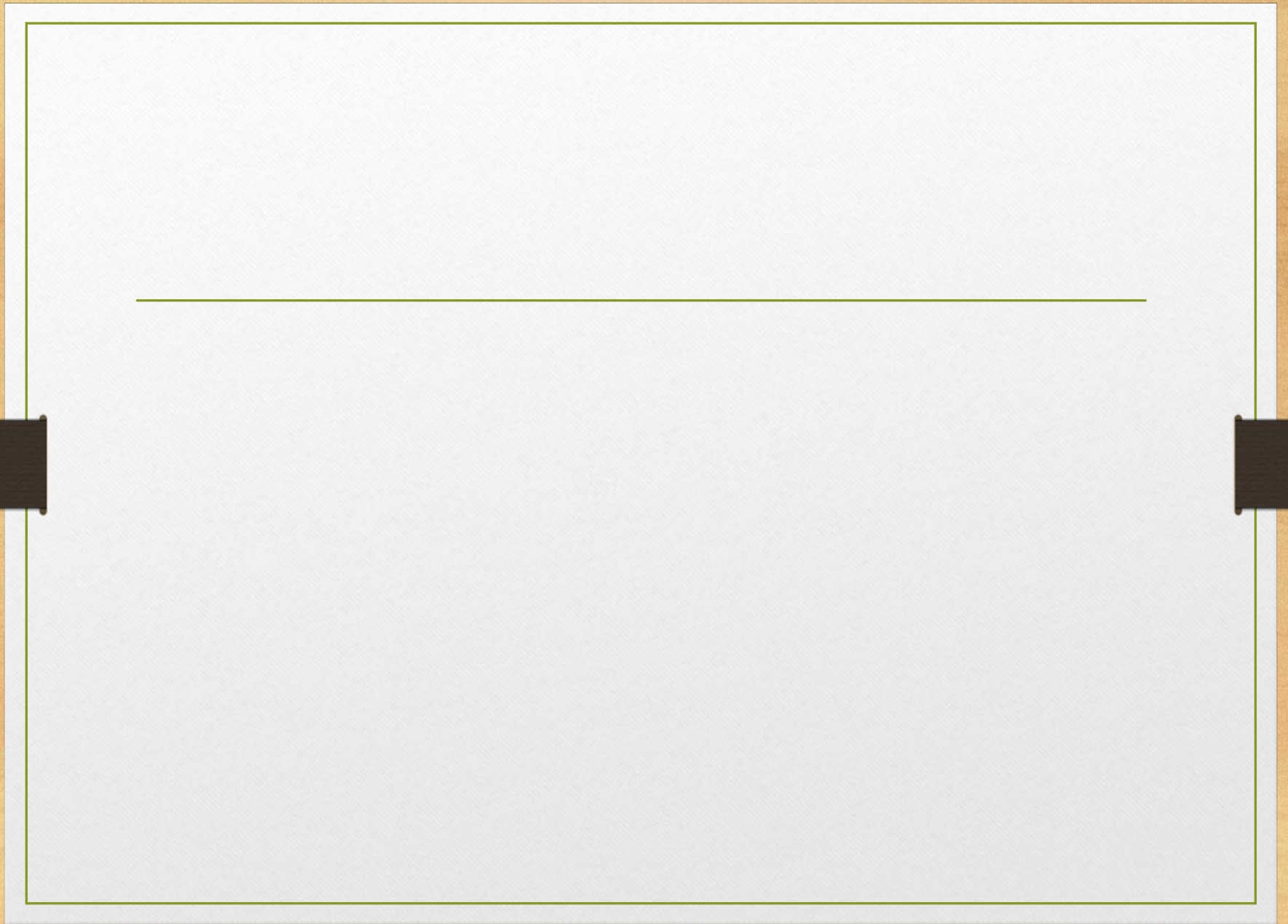


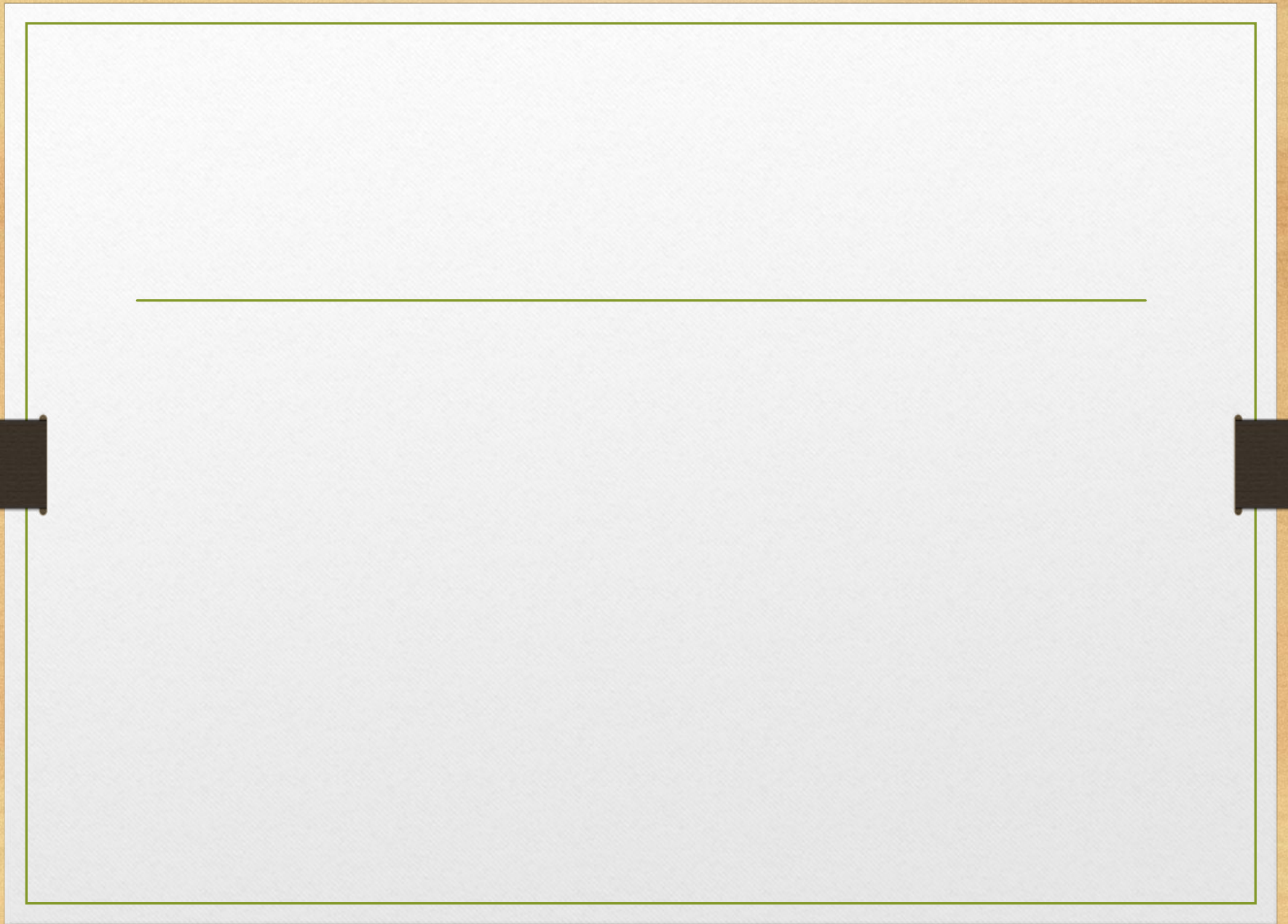


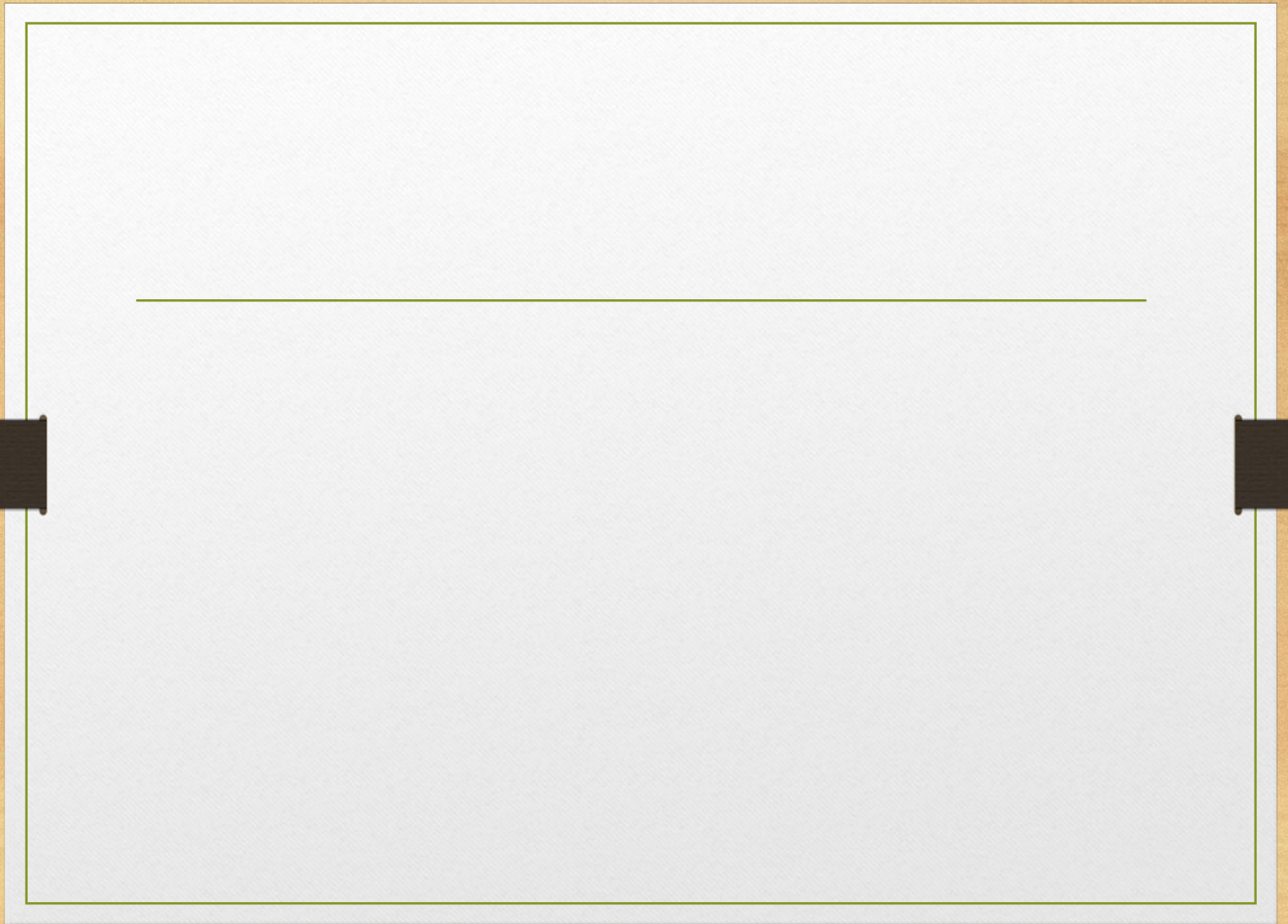


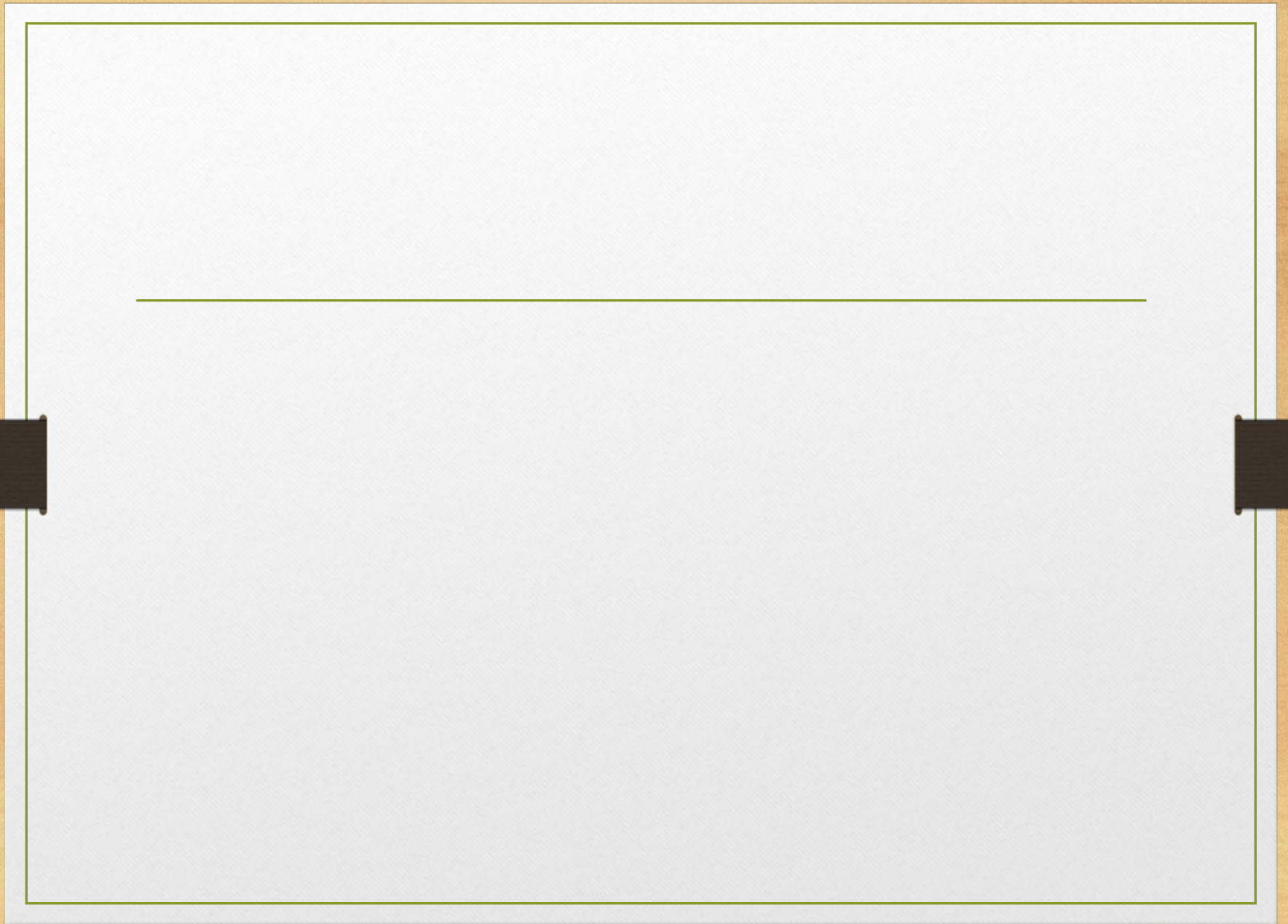


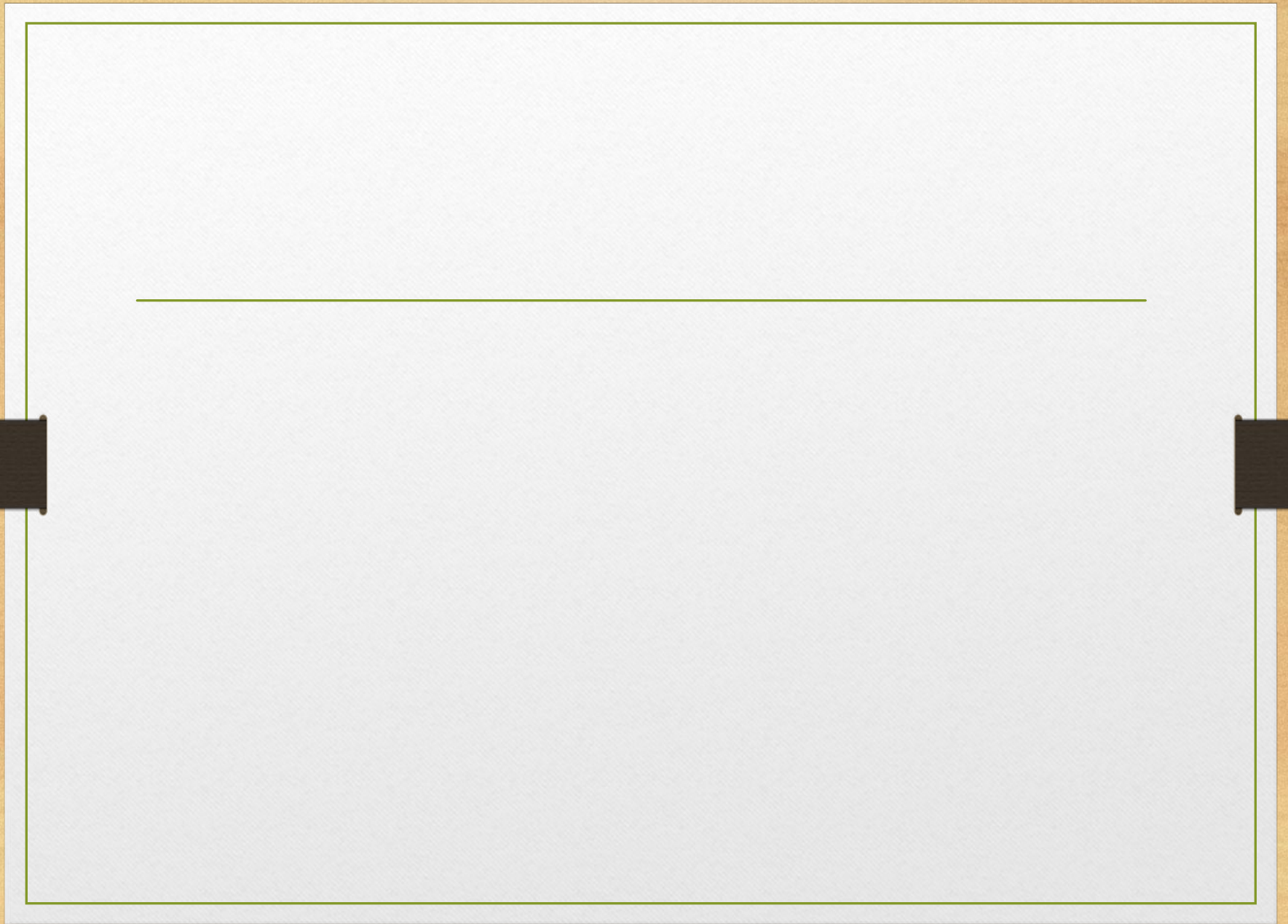


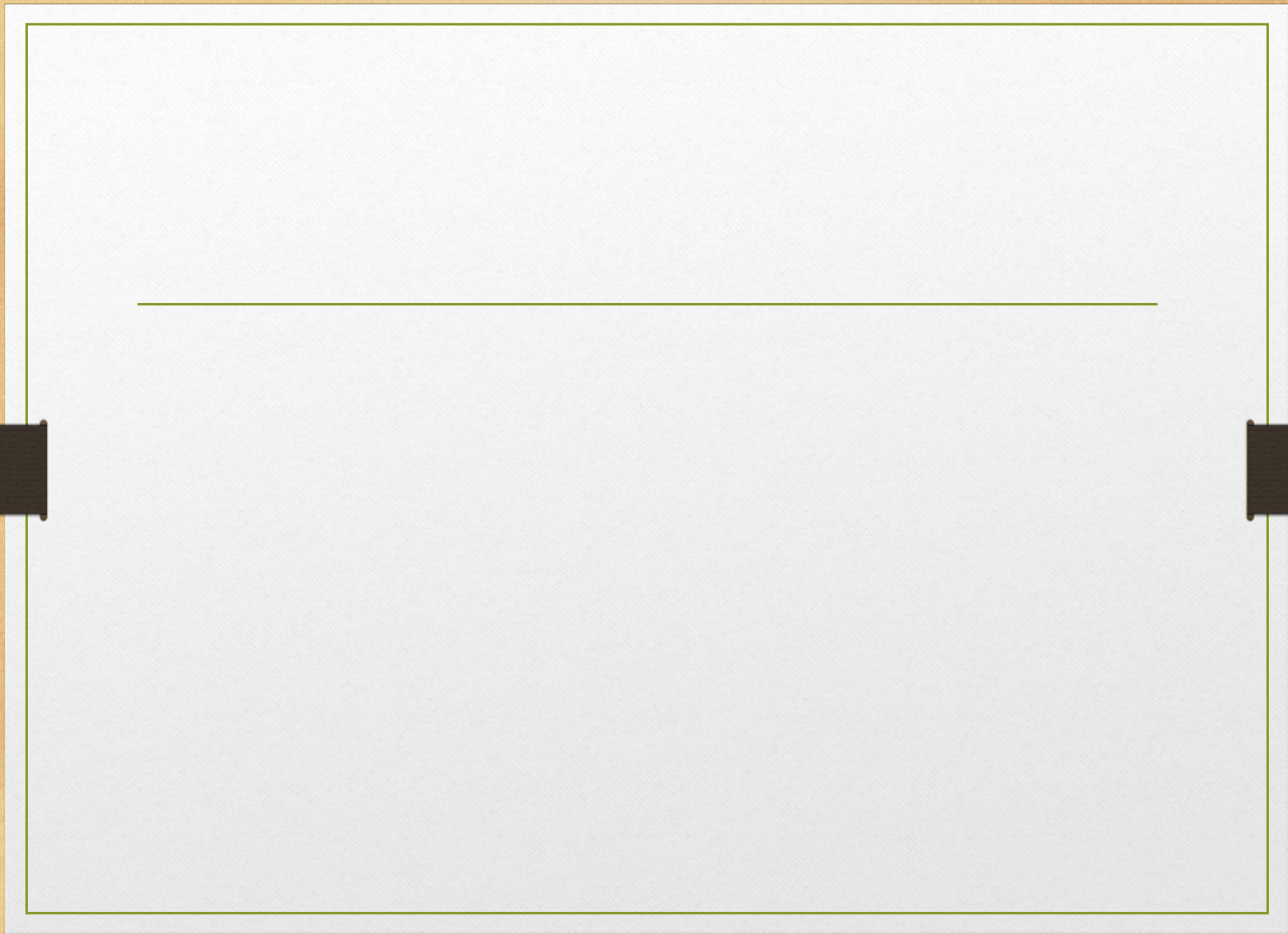


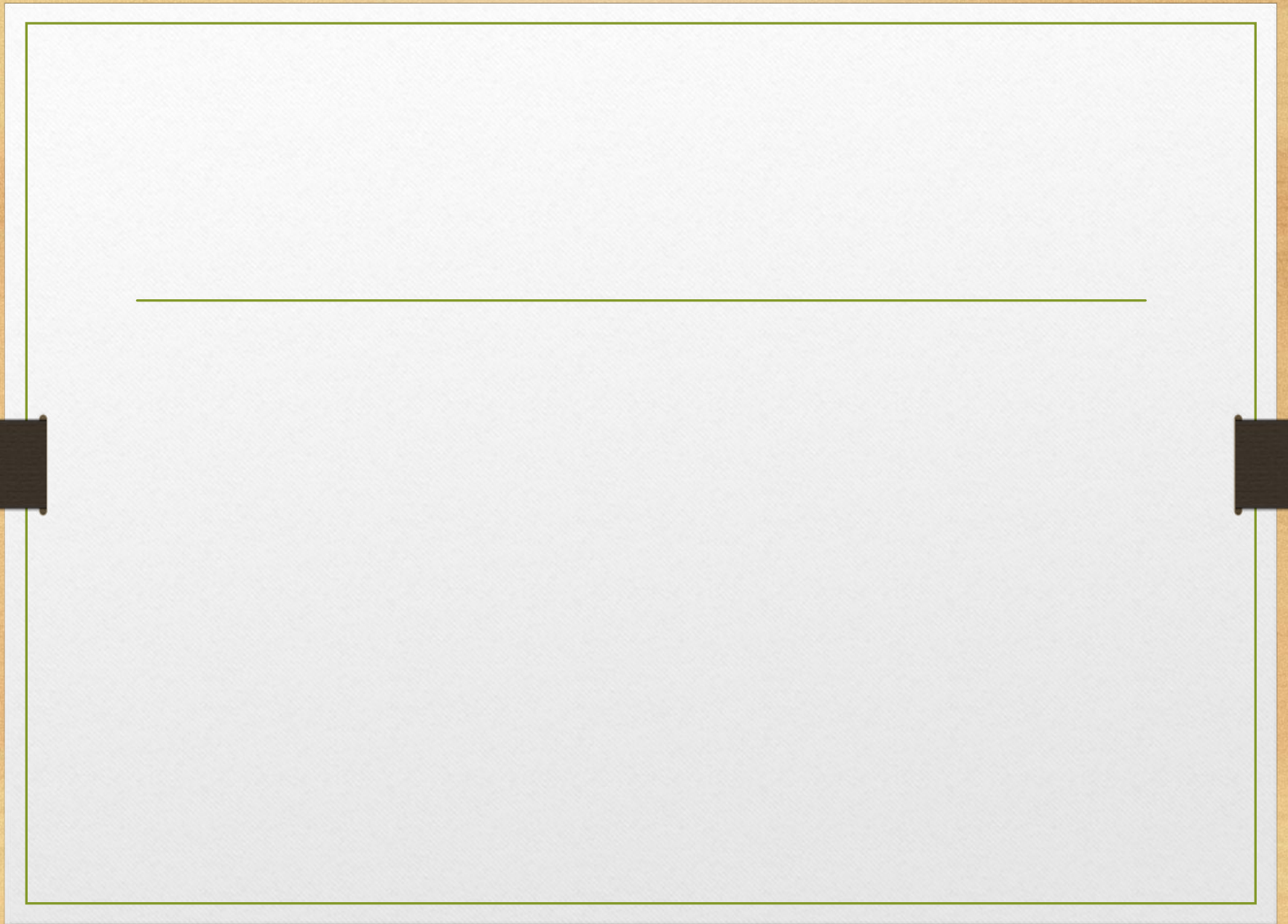




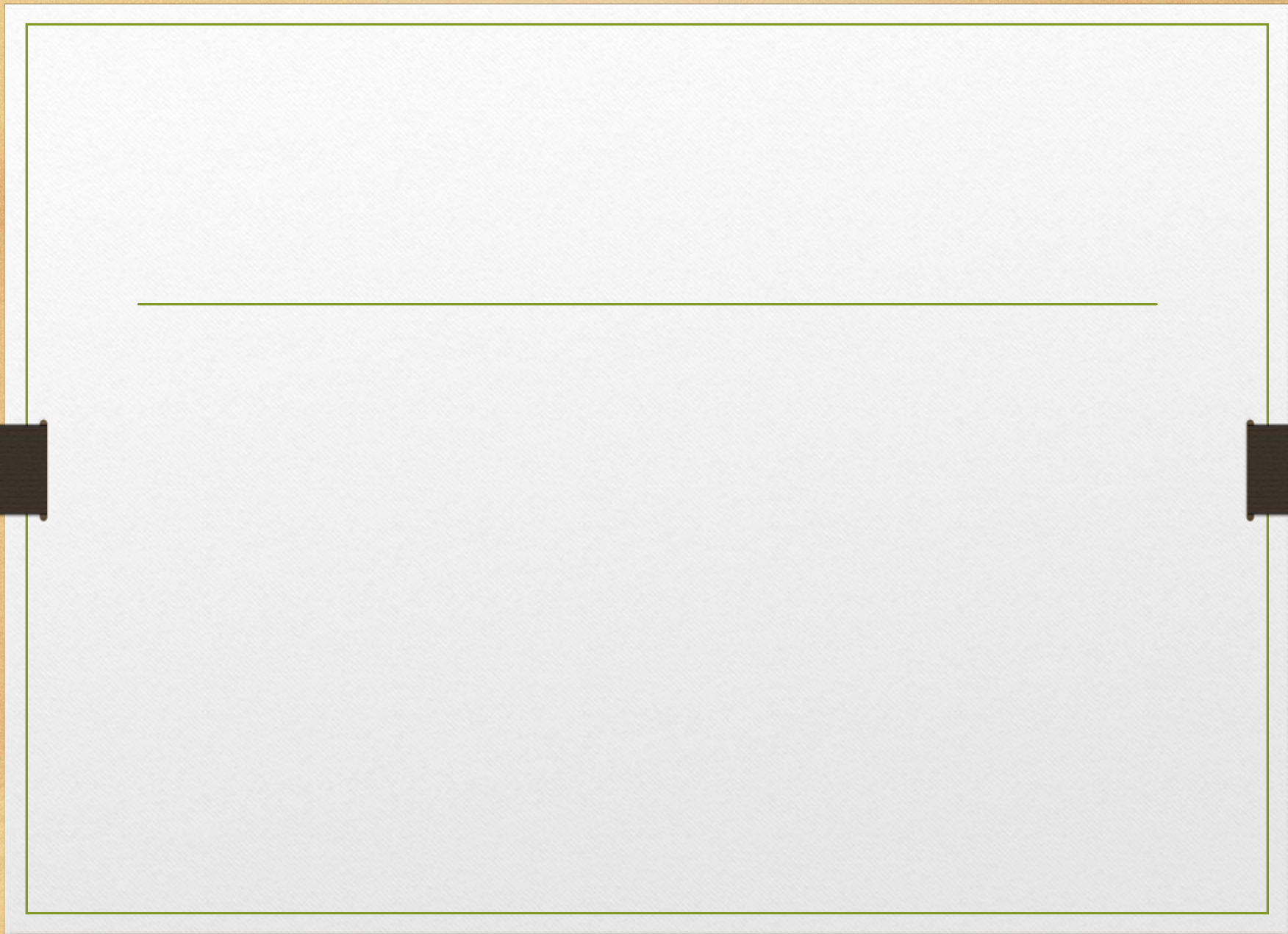


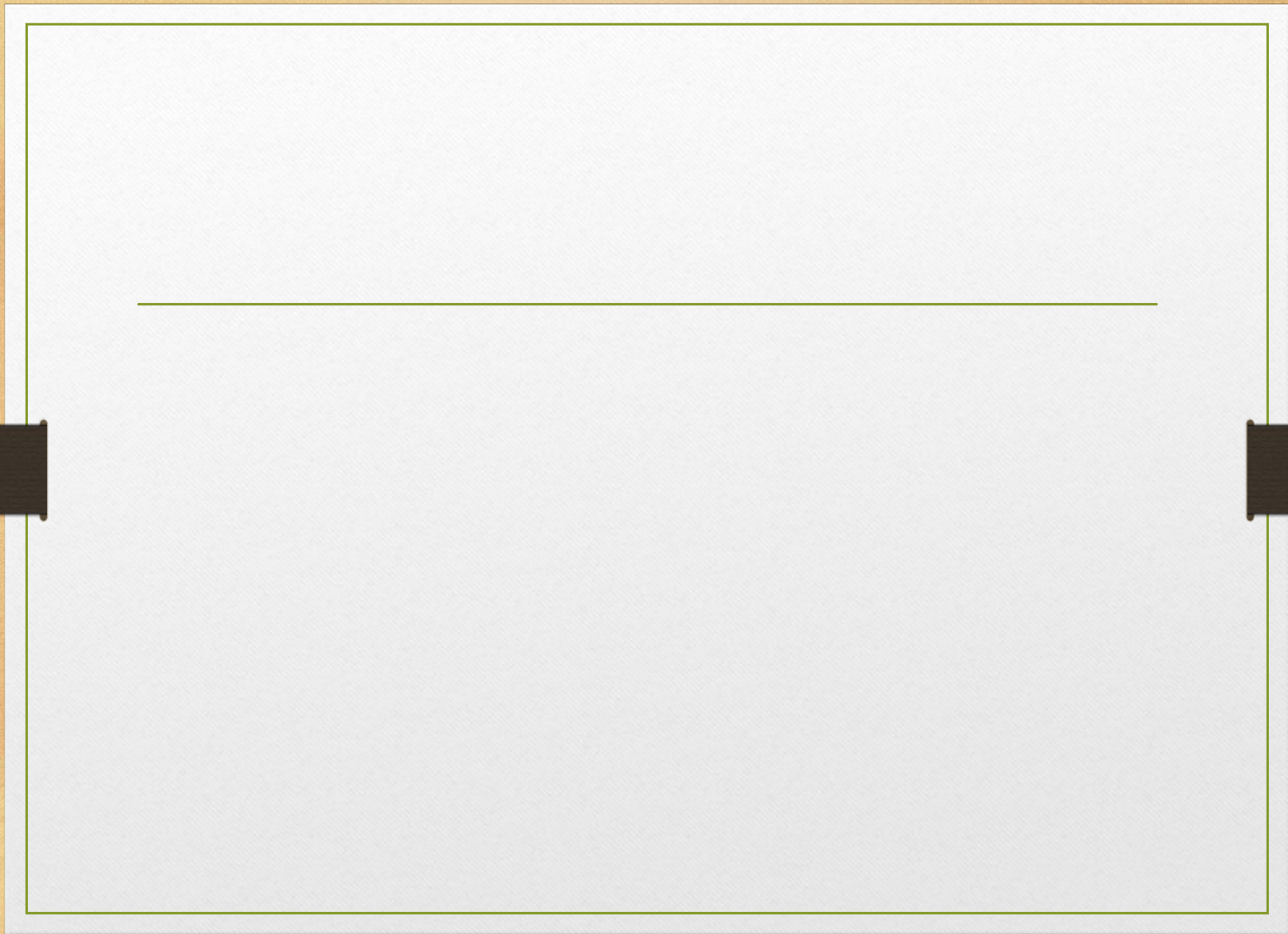


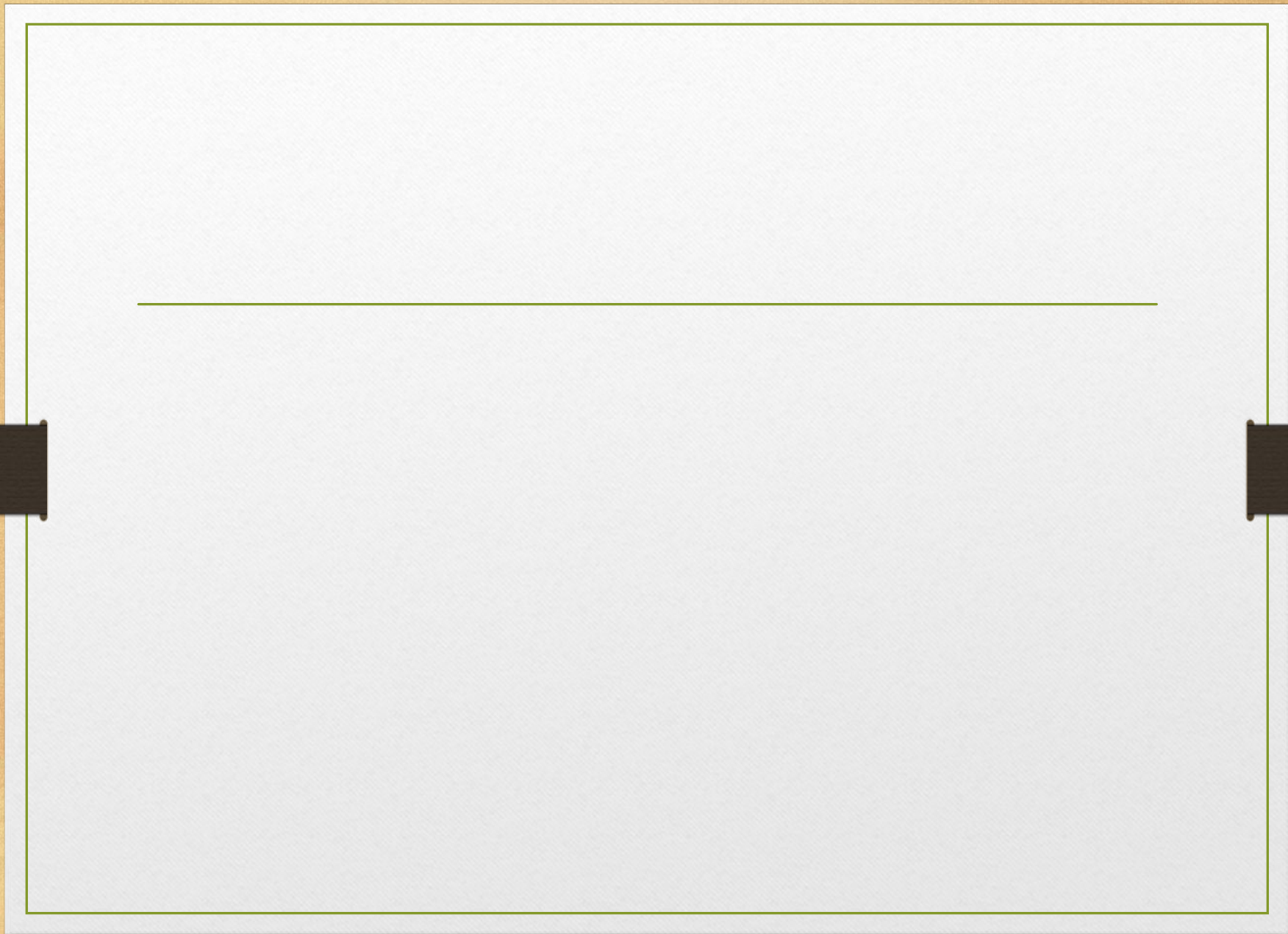


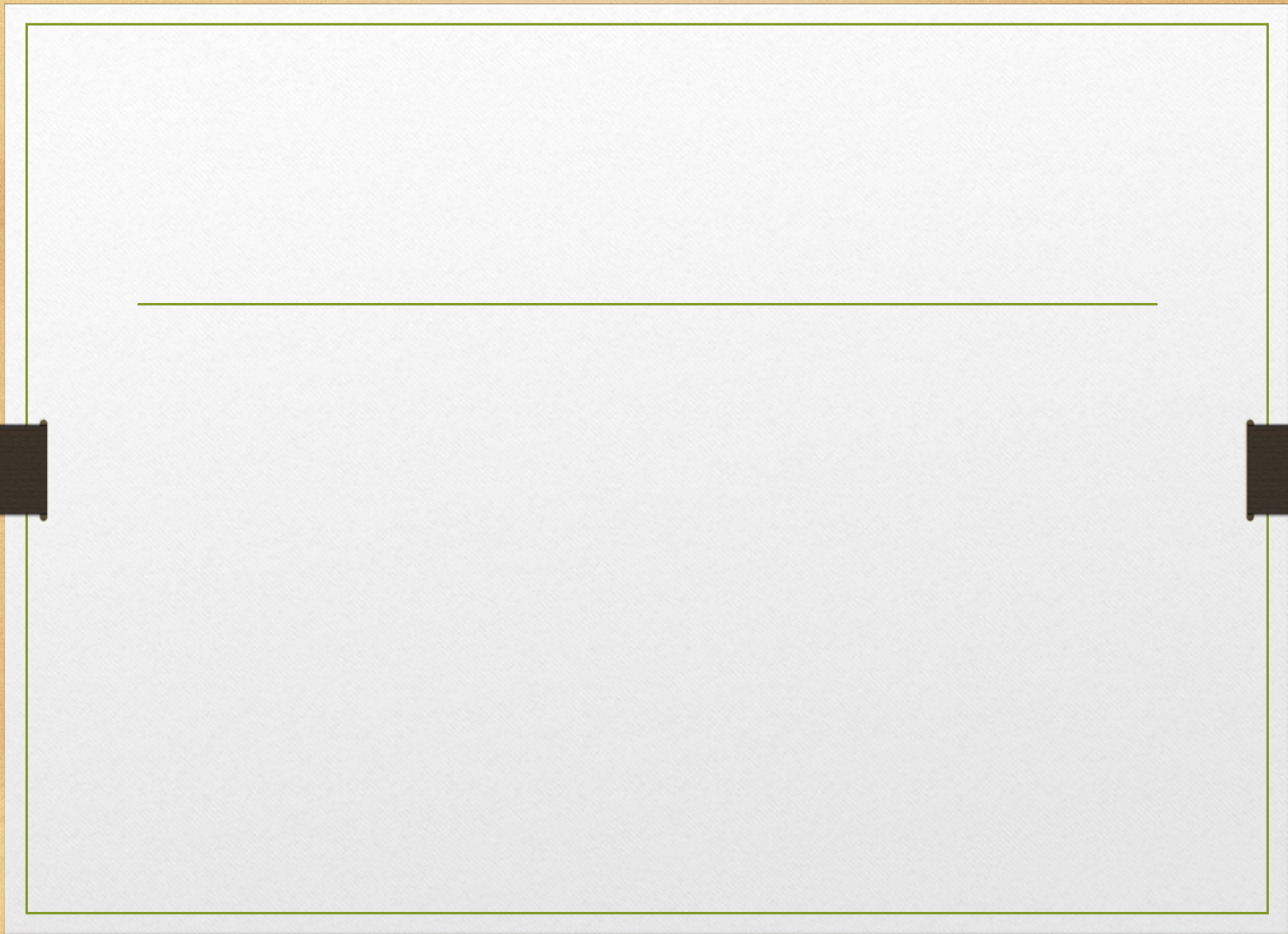


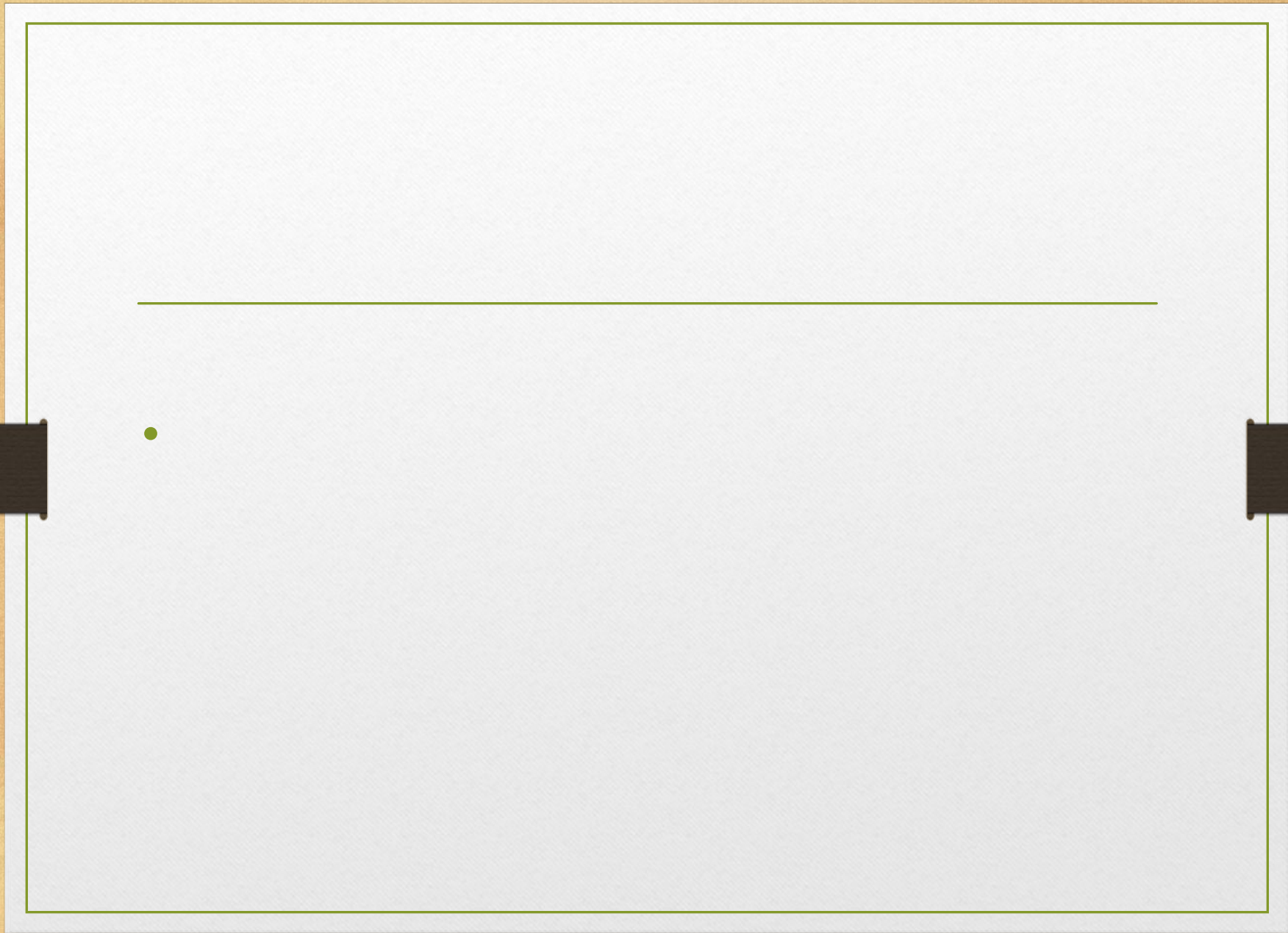


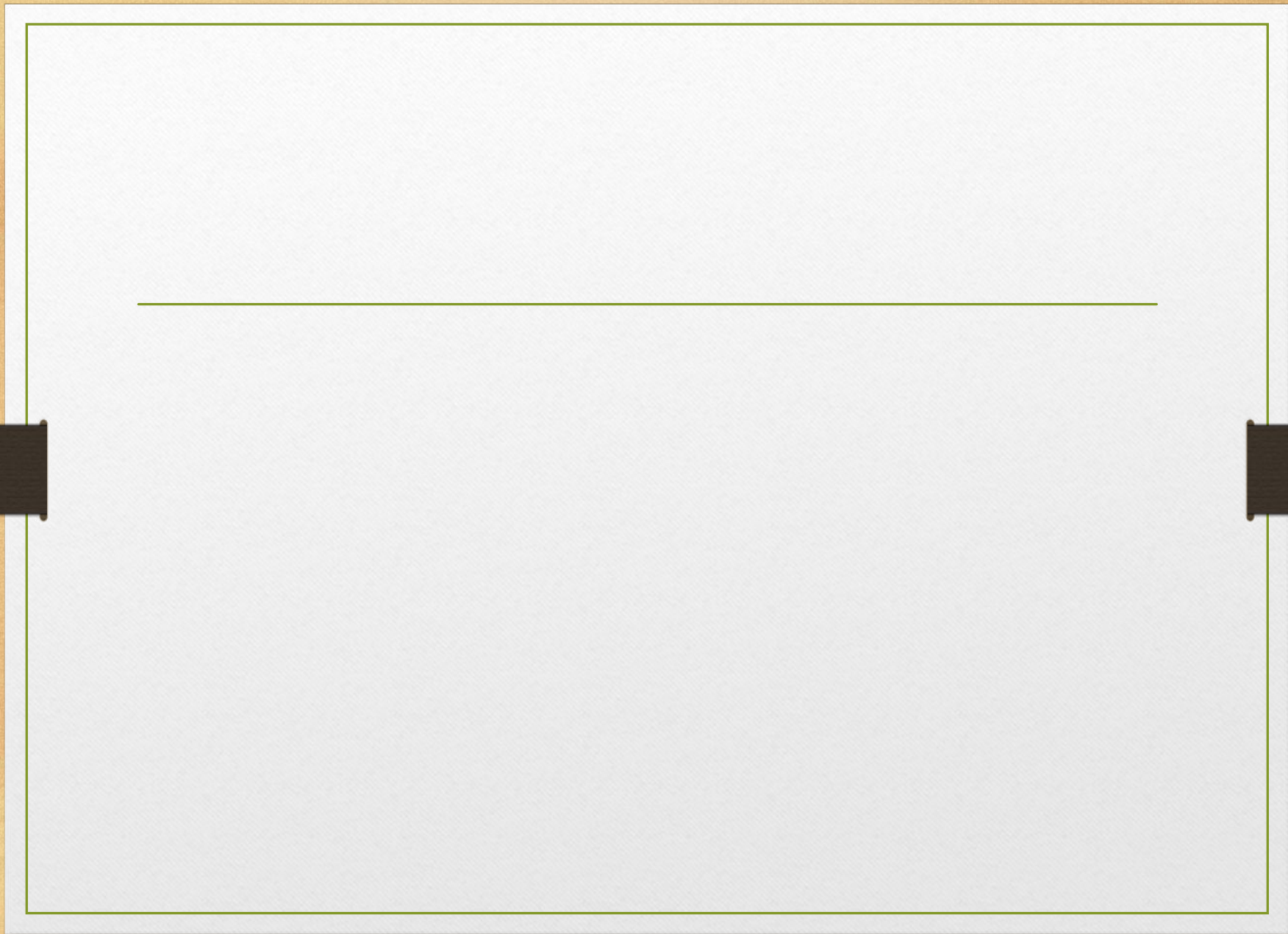








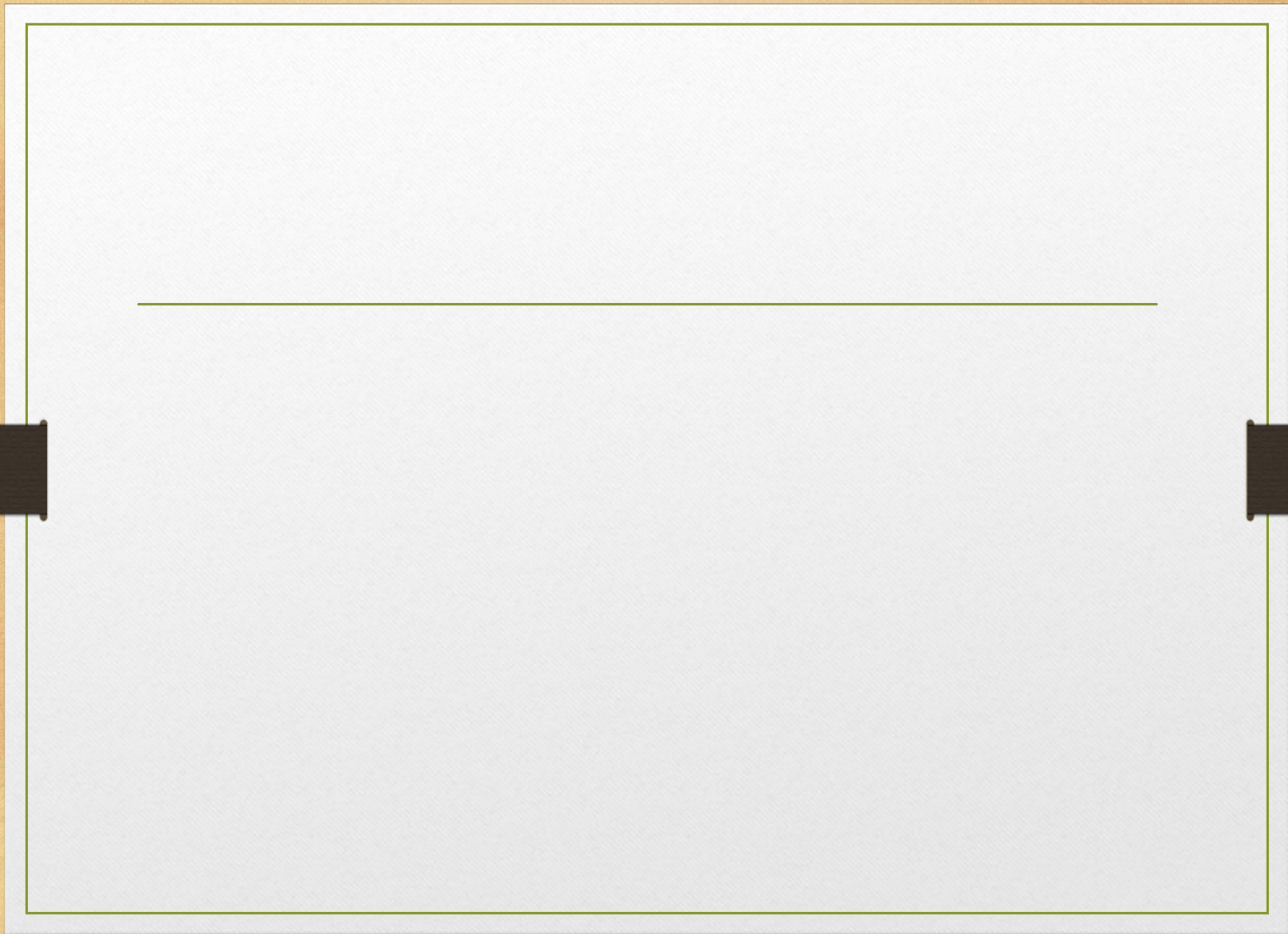




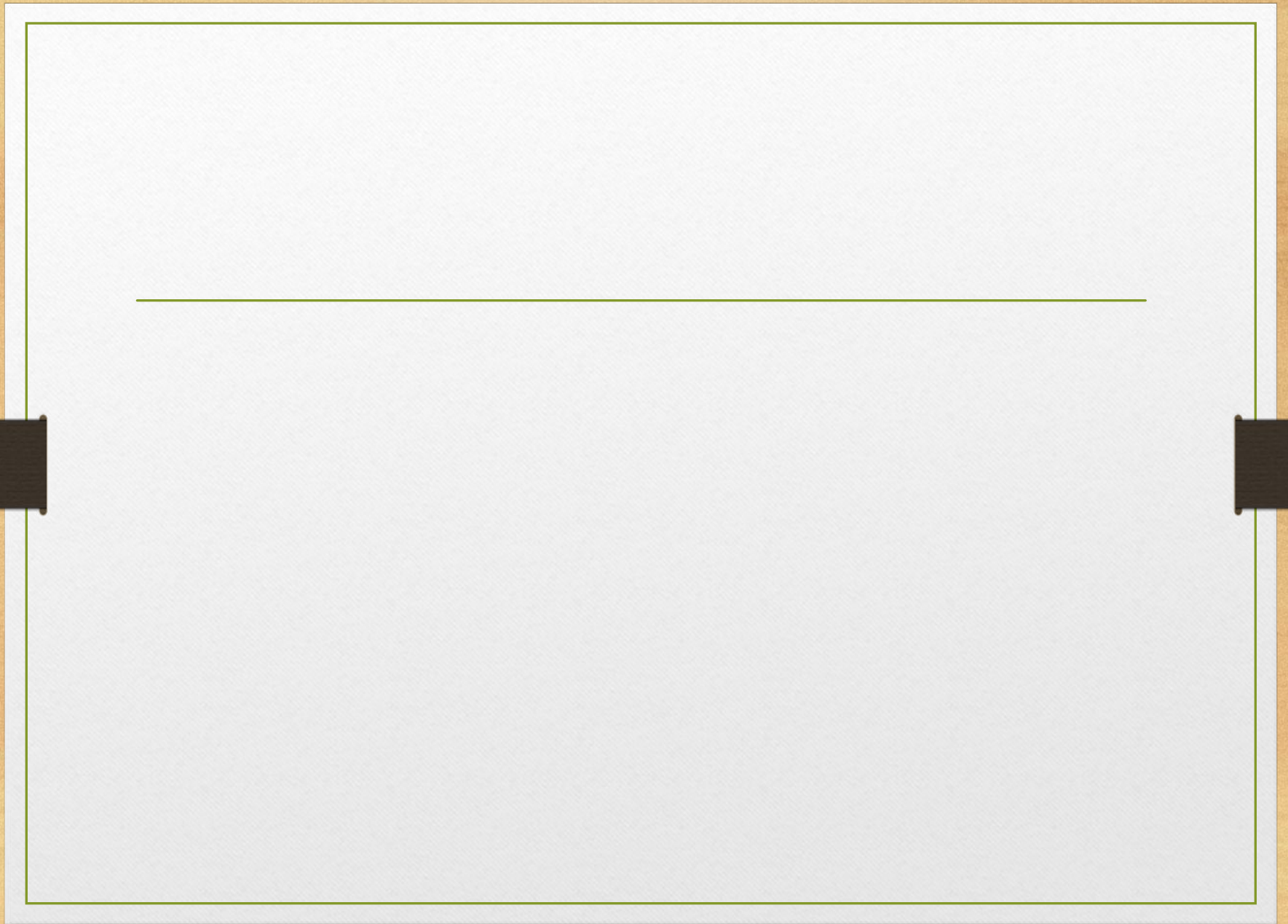
---

●

●

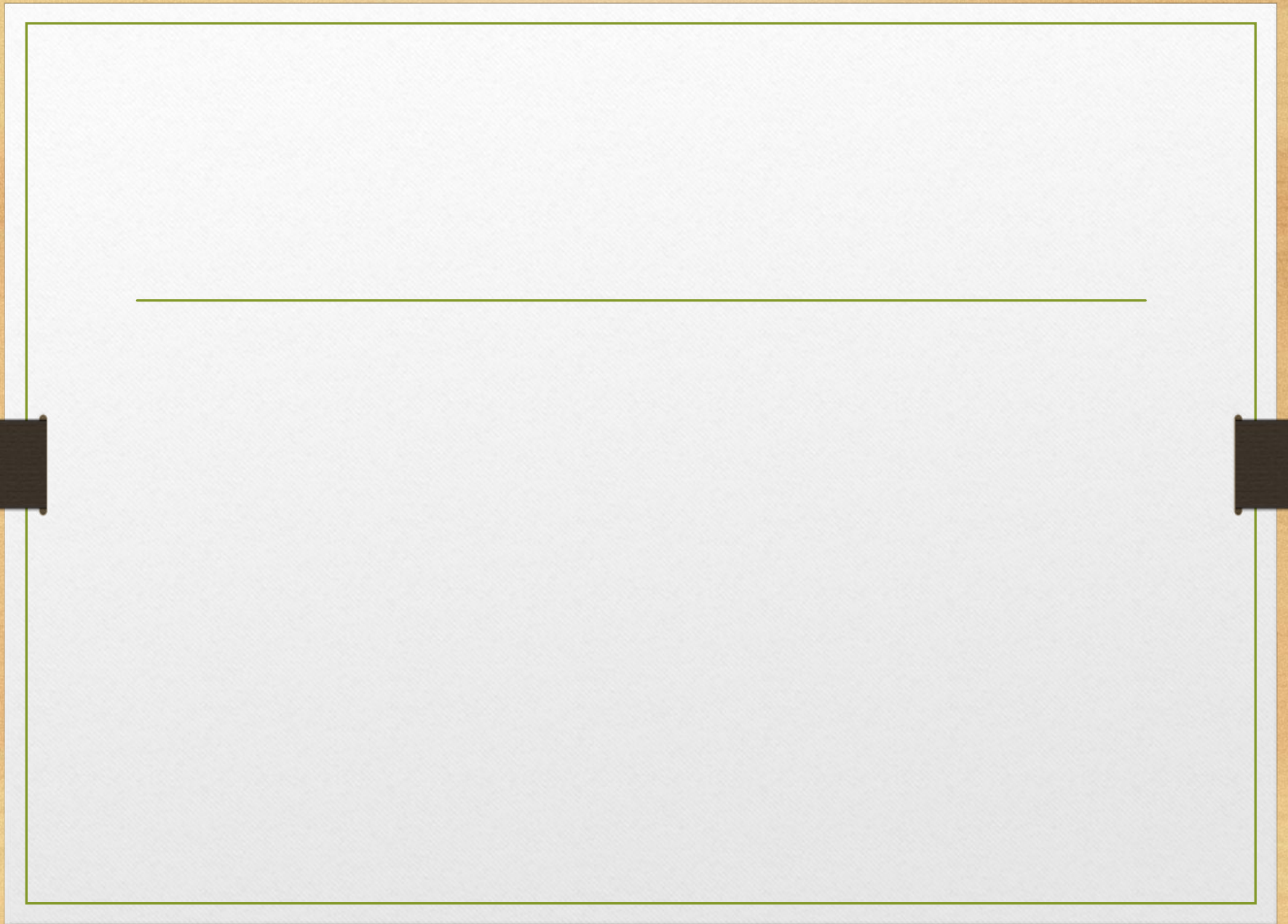






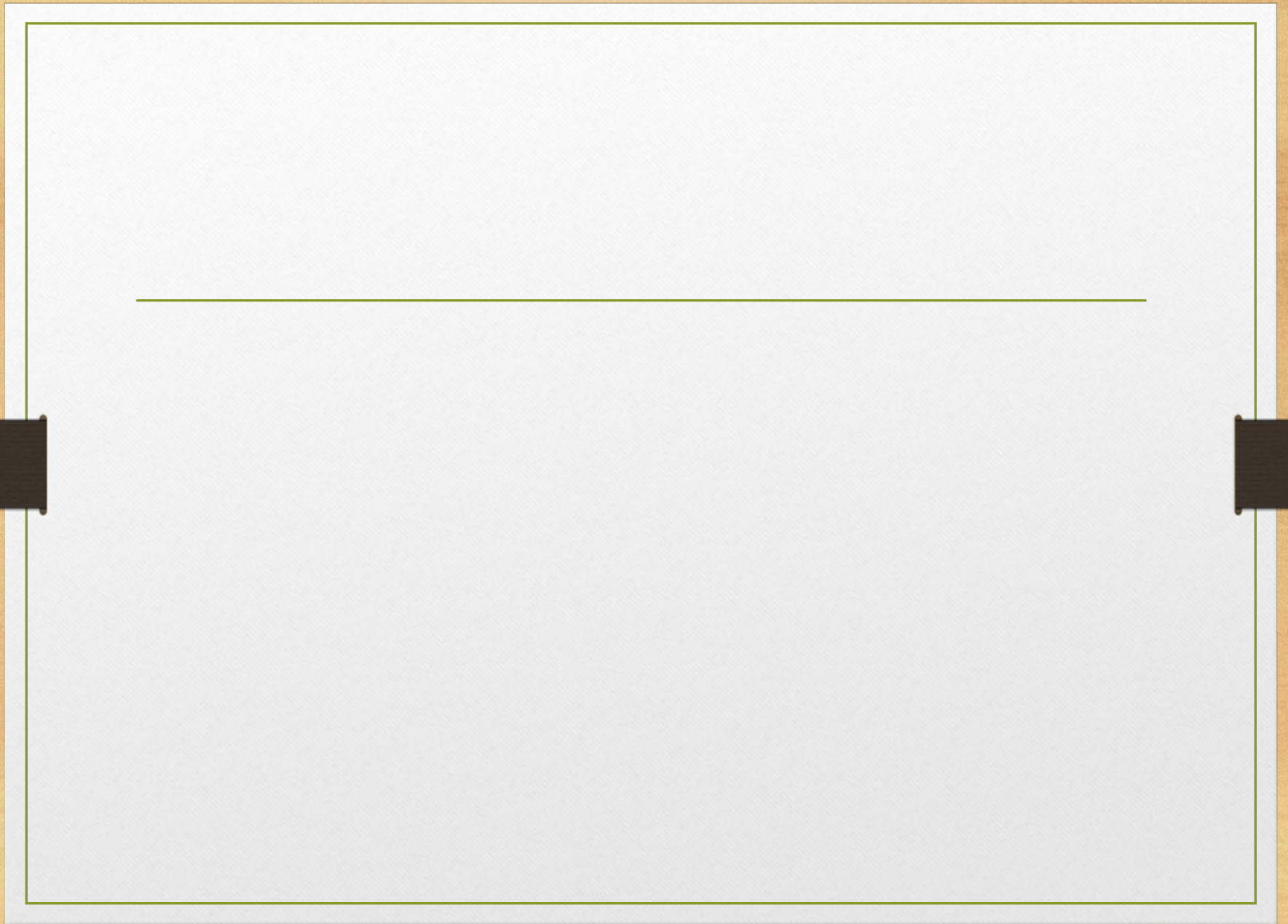
---

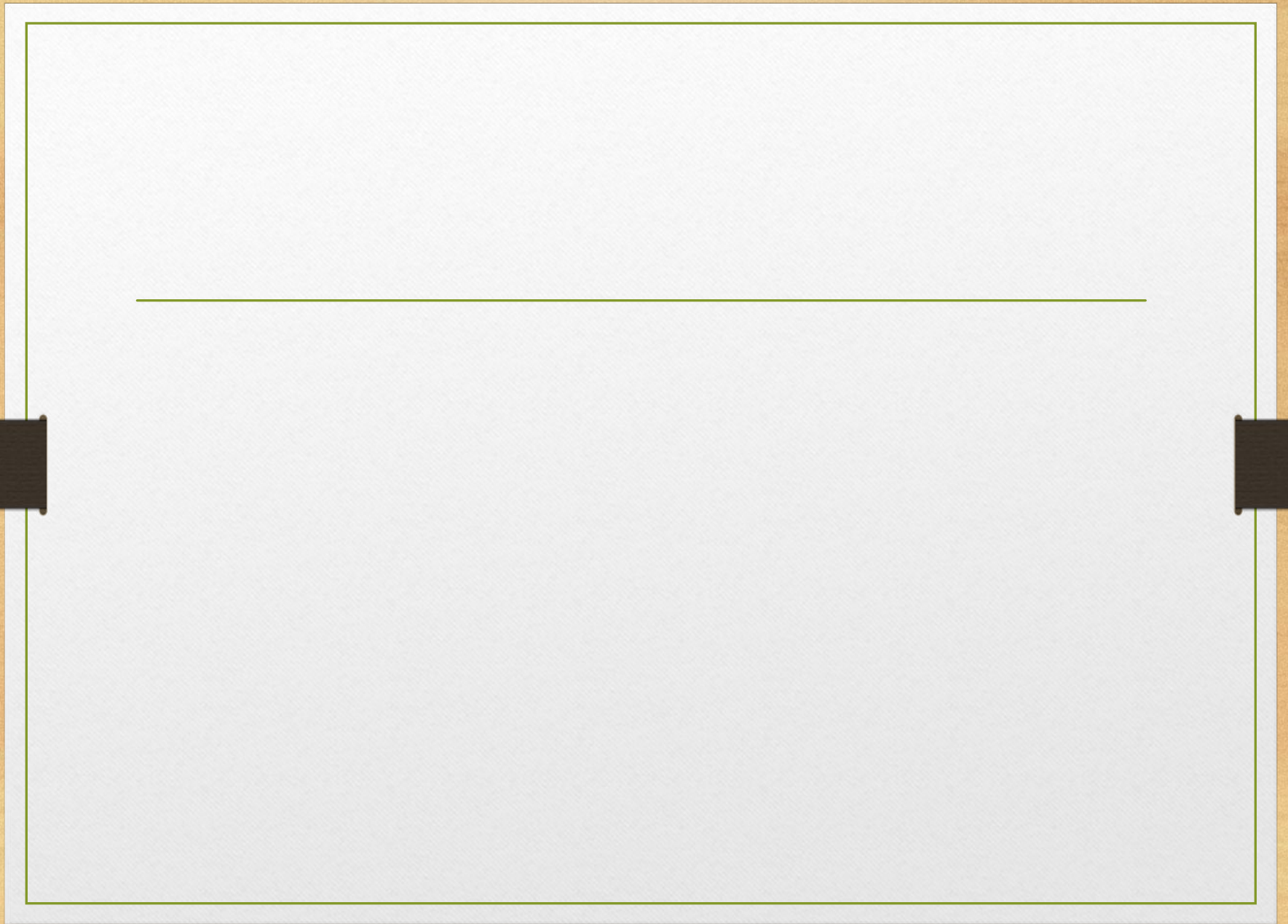
-



---

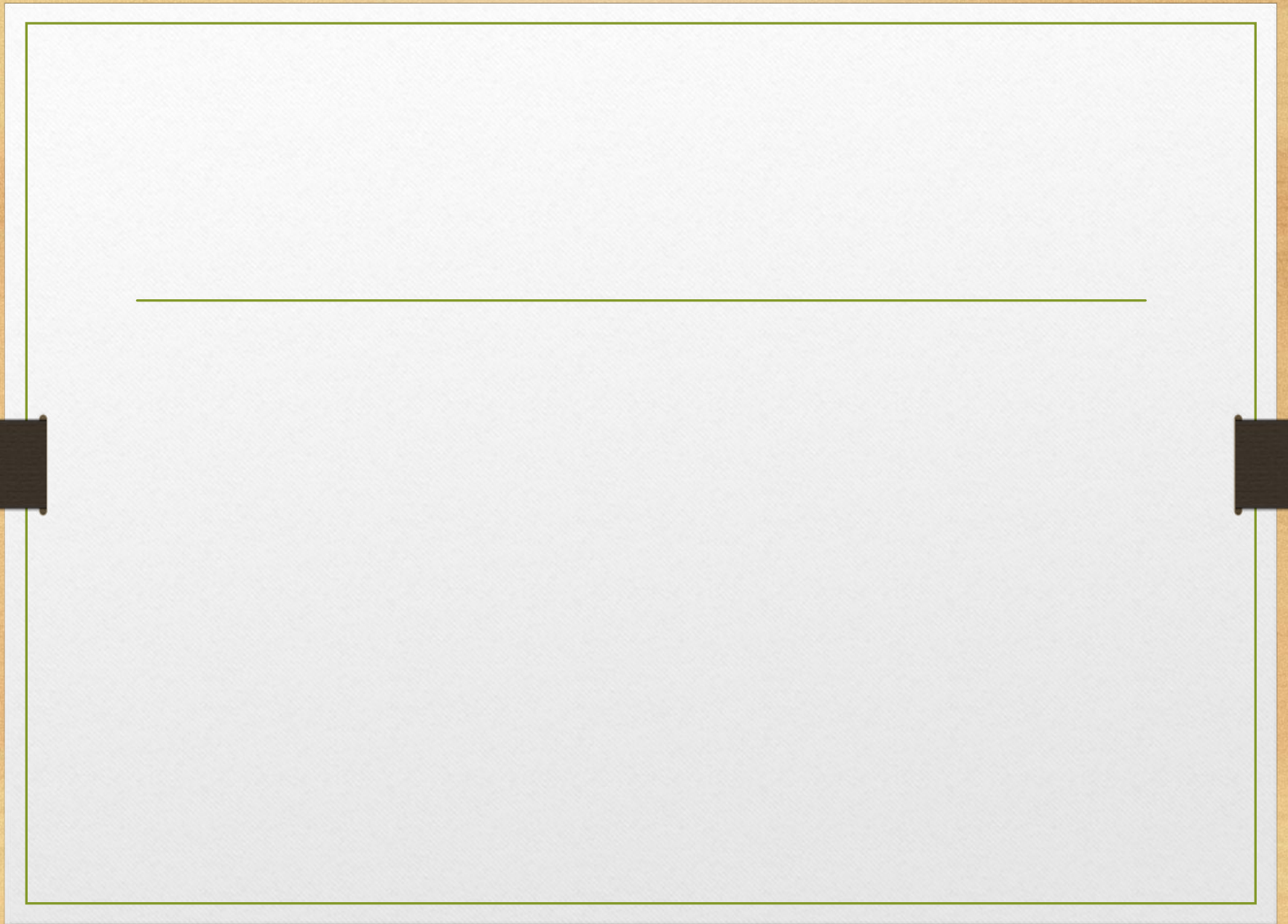
-



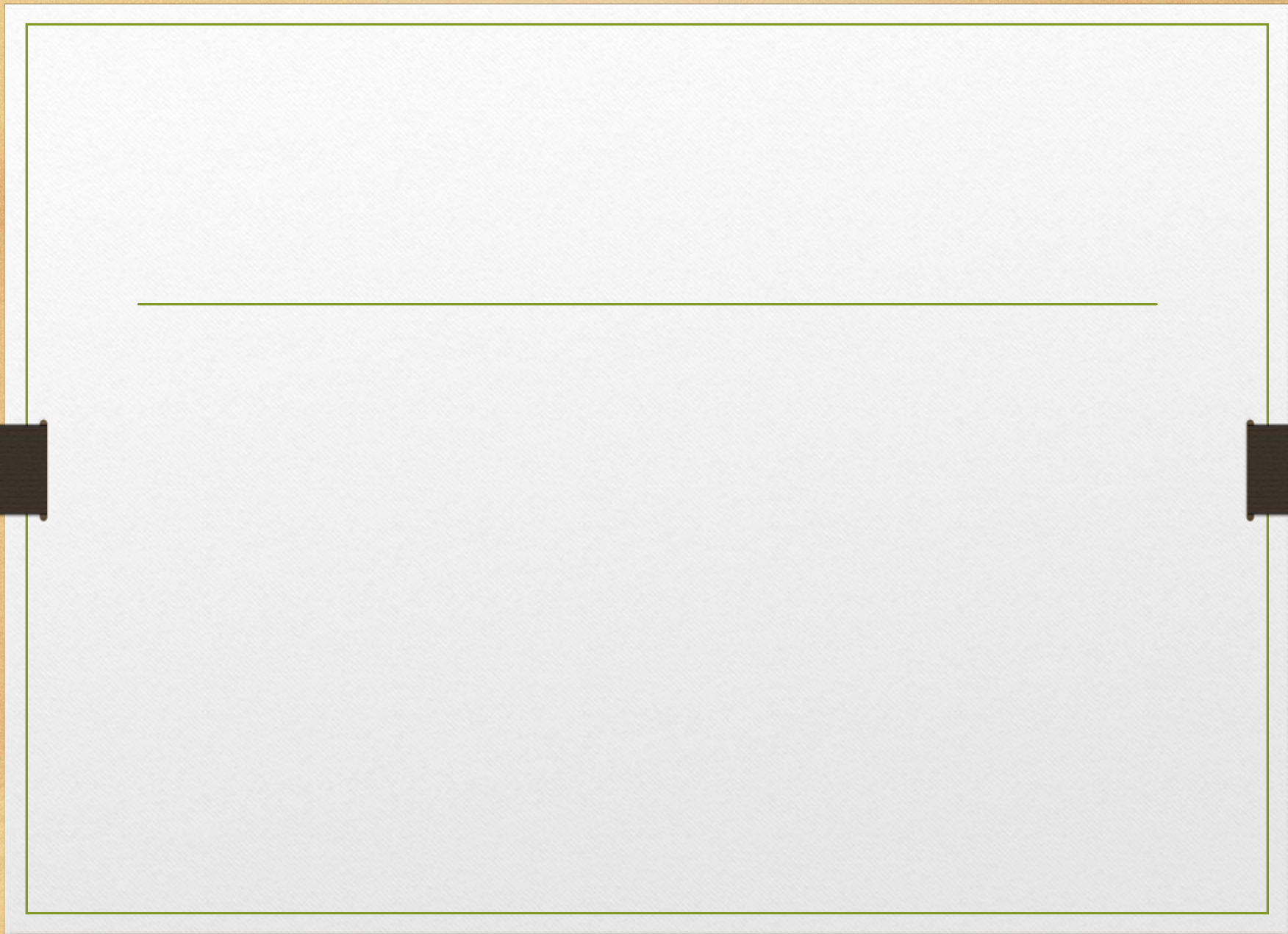


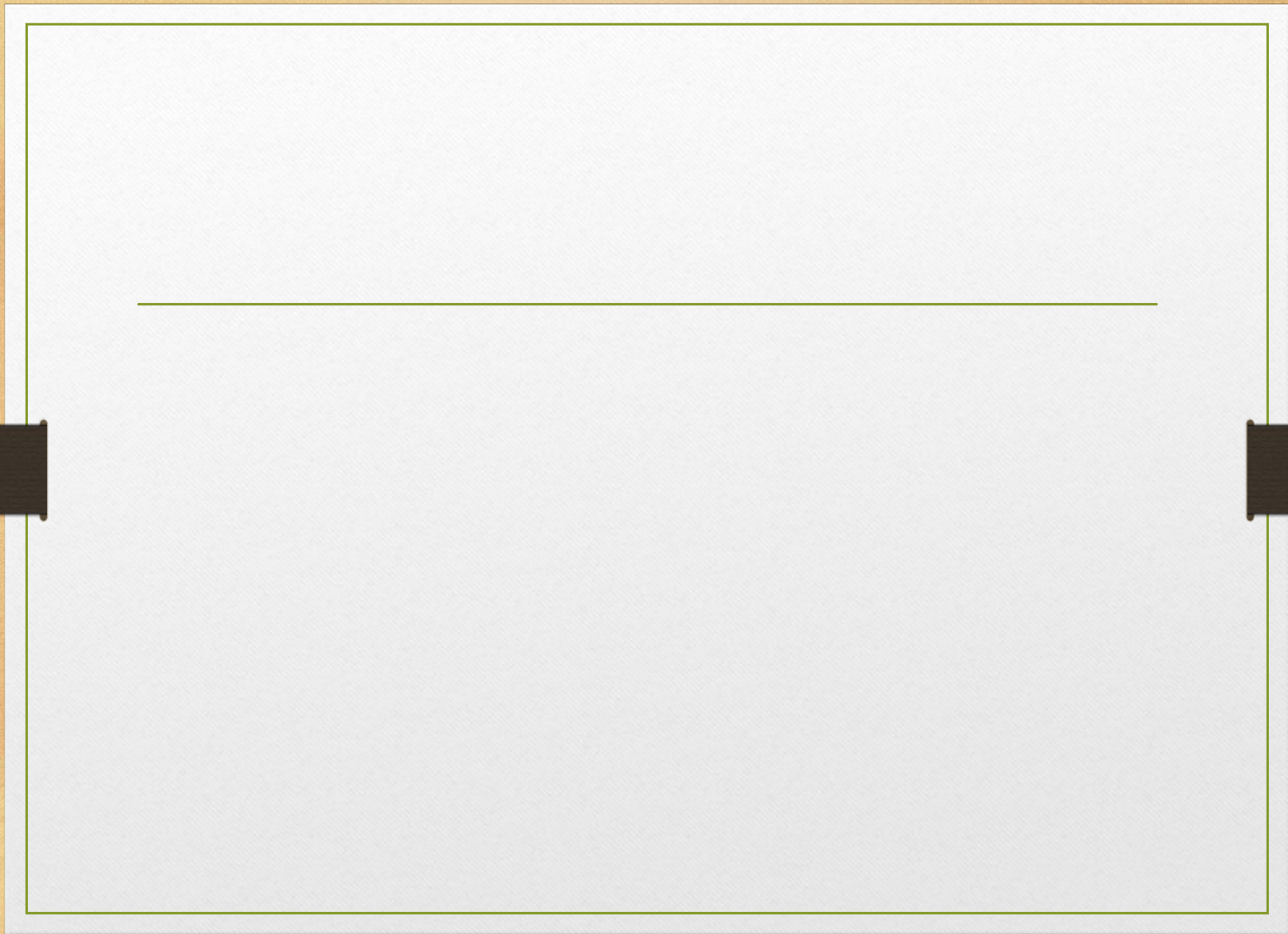
---

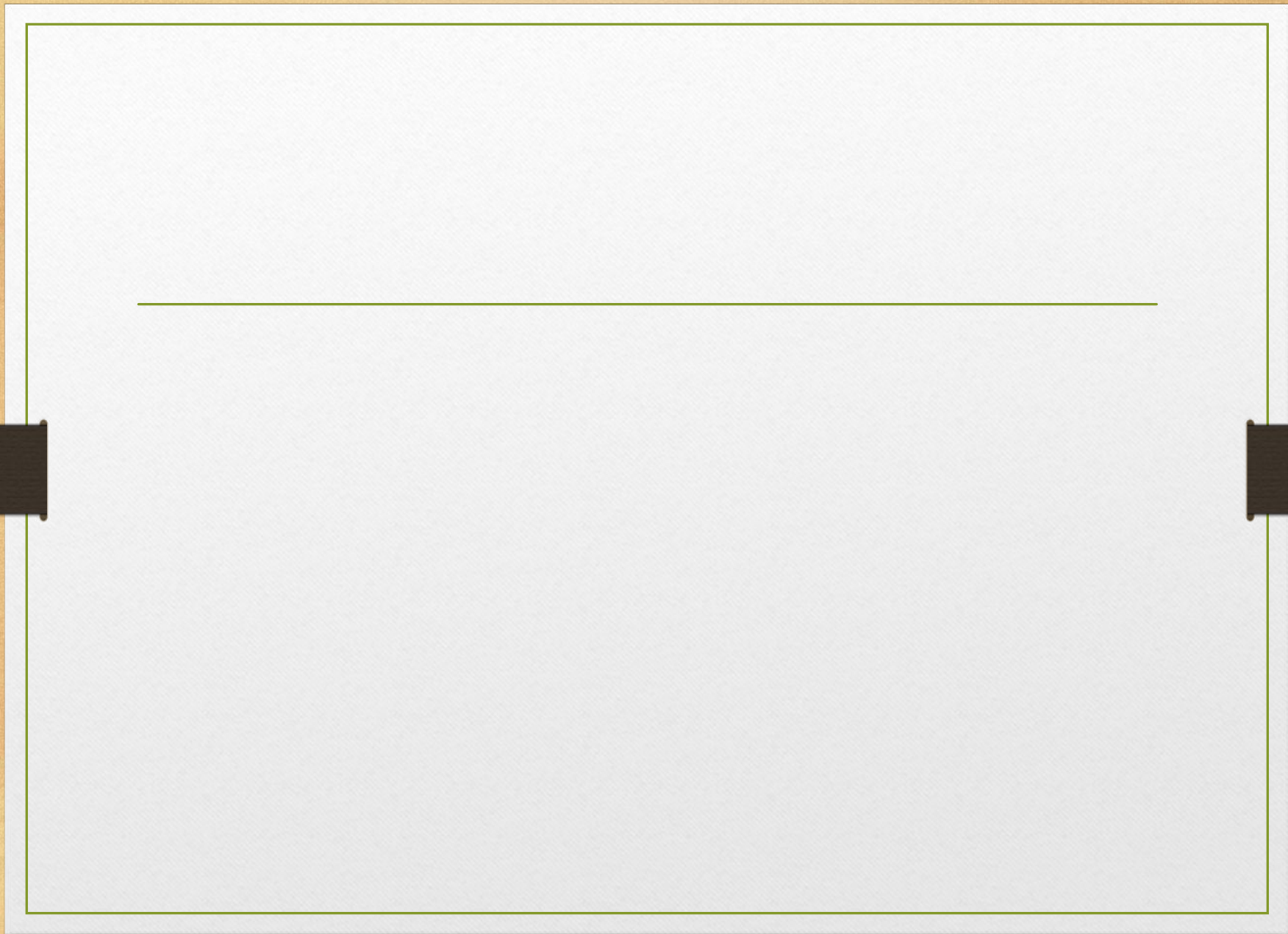
-

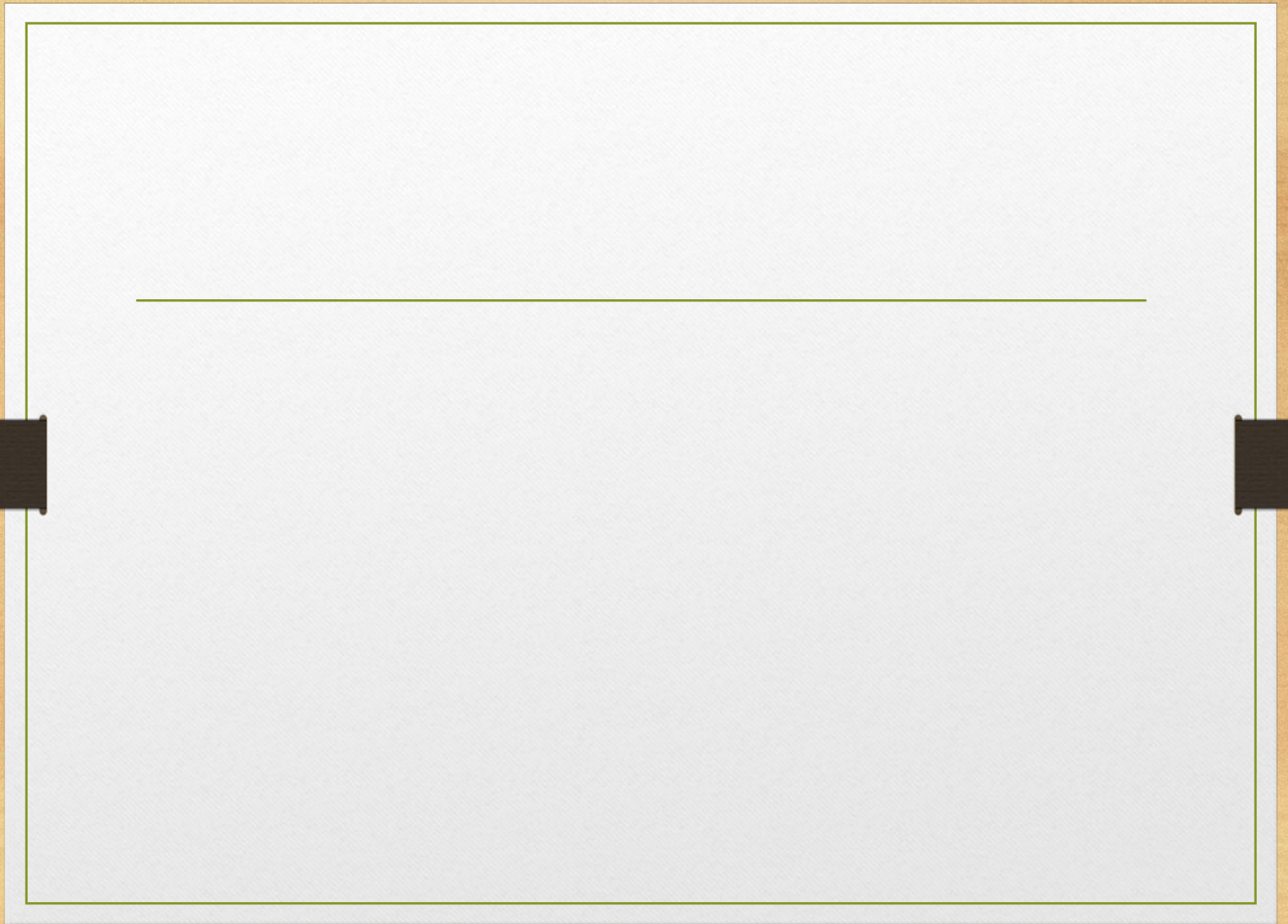


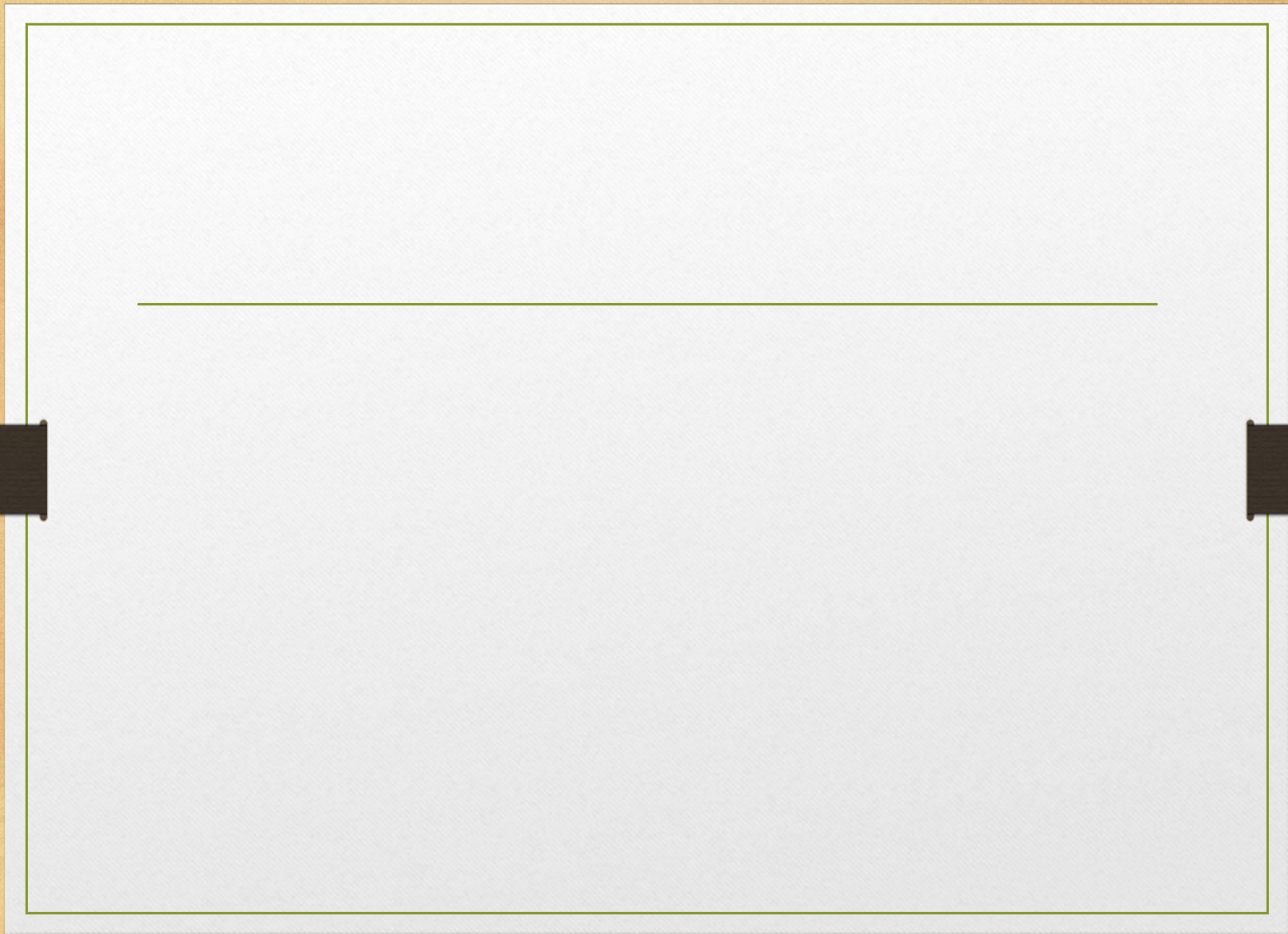


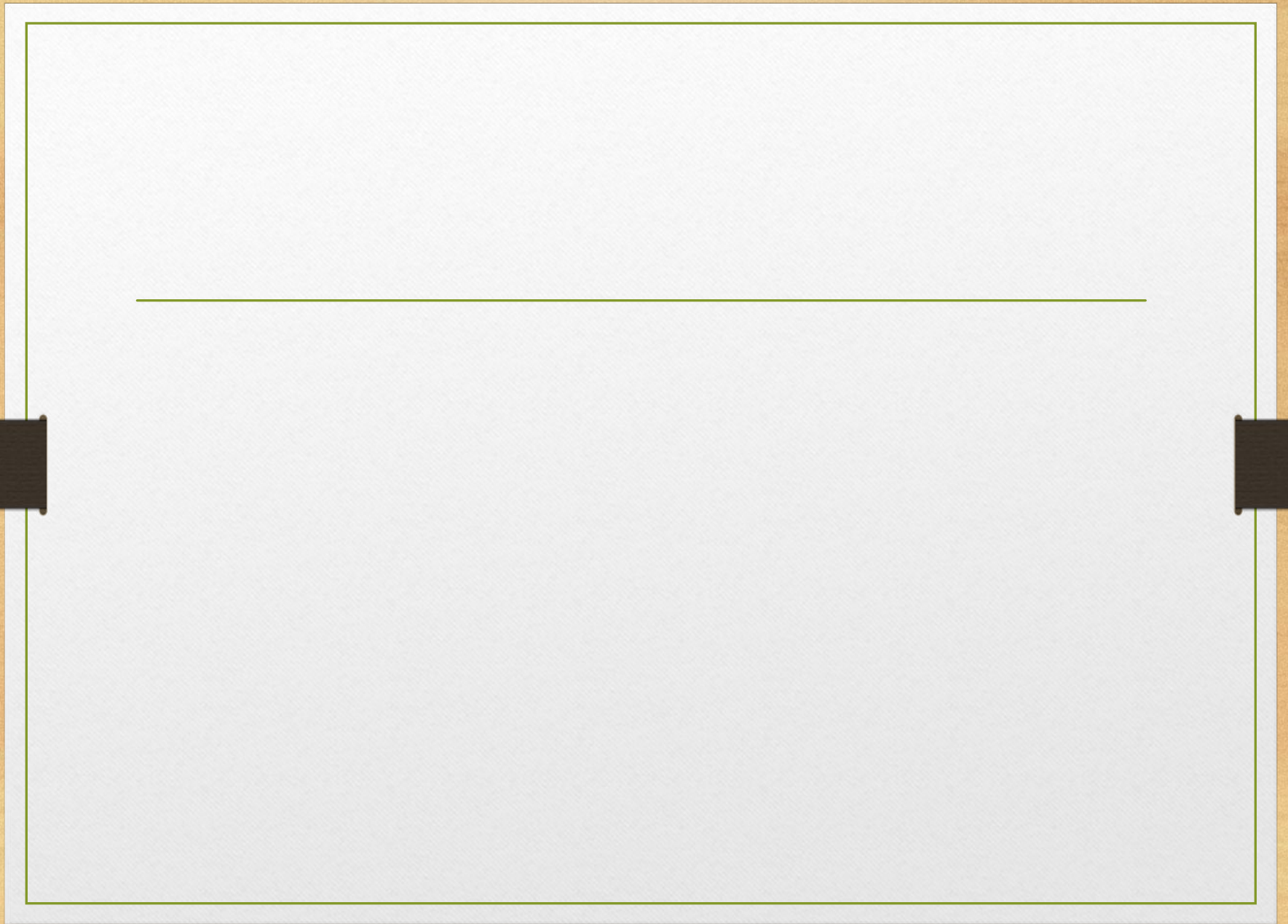


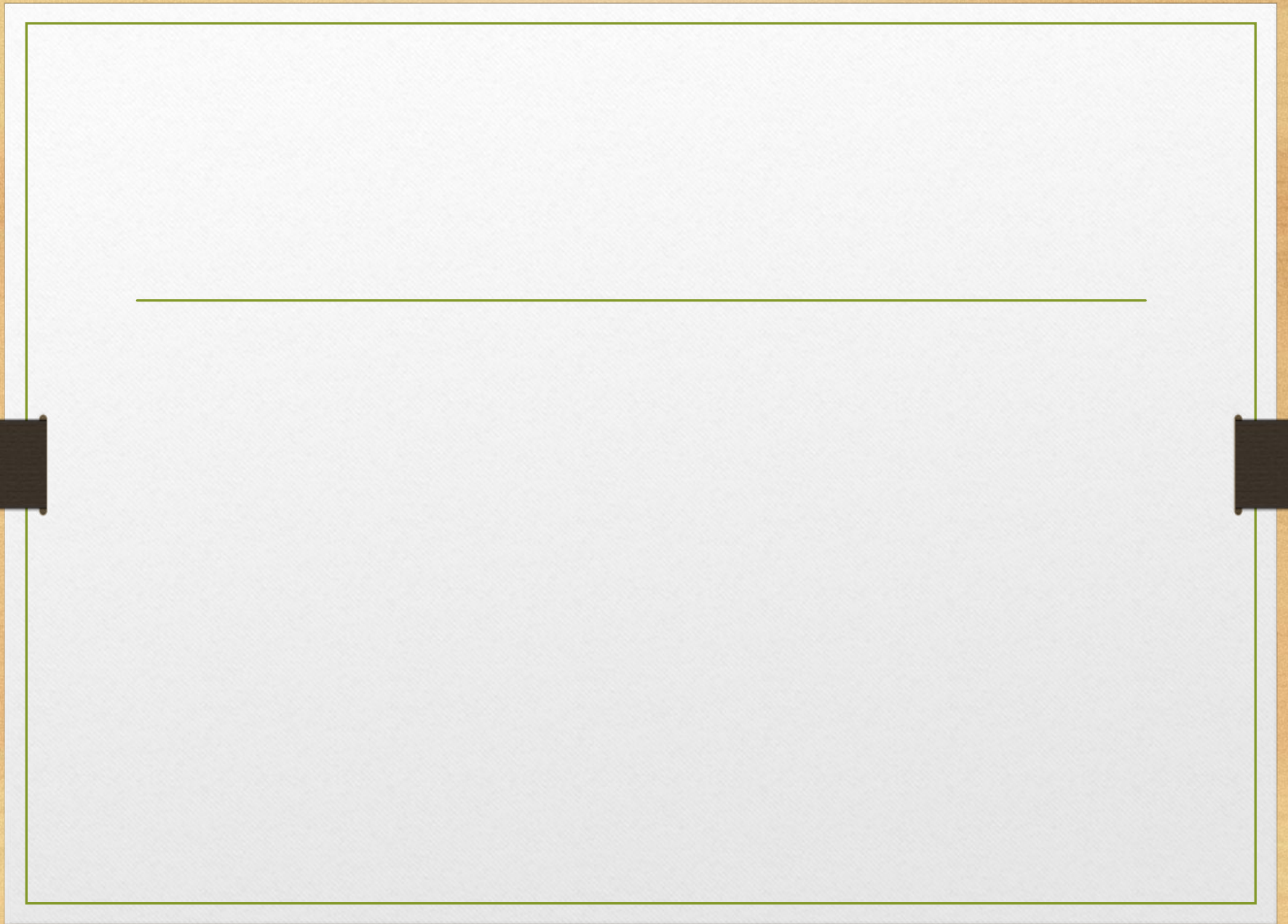


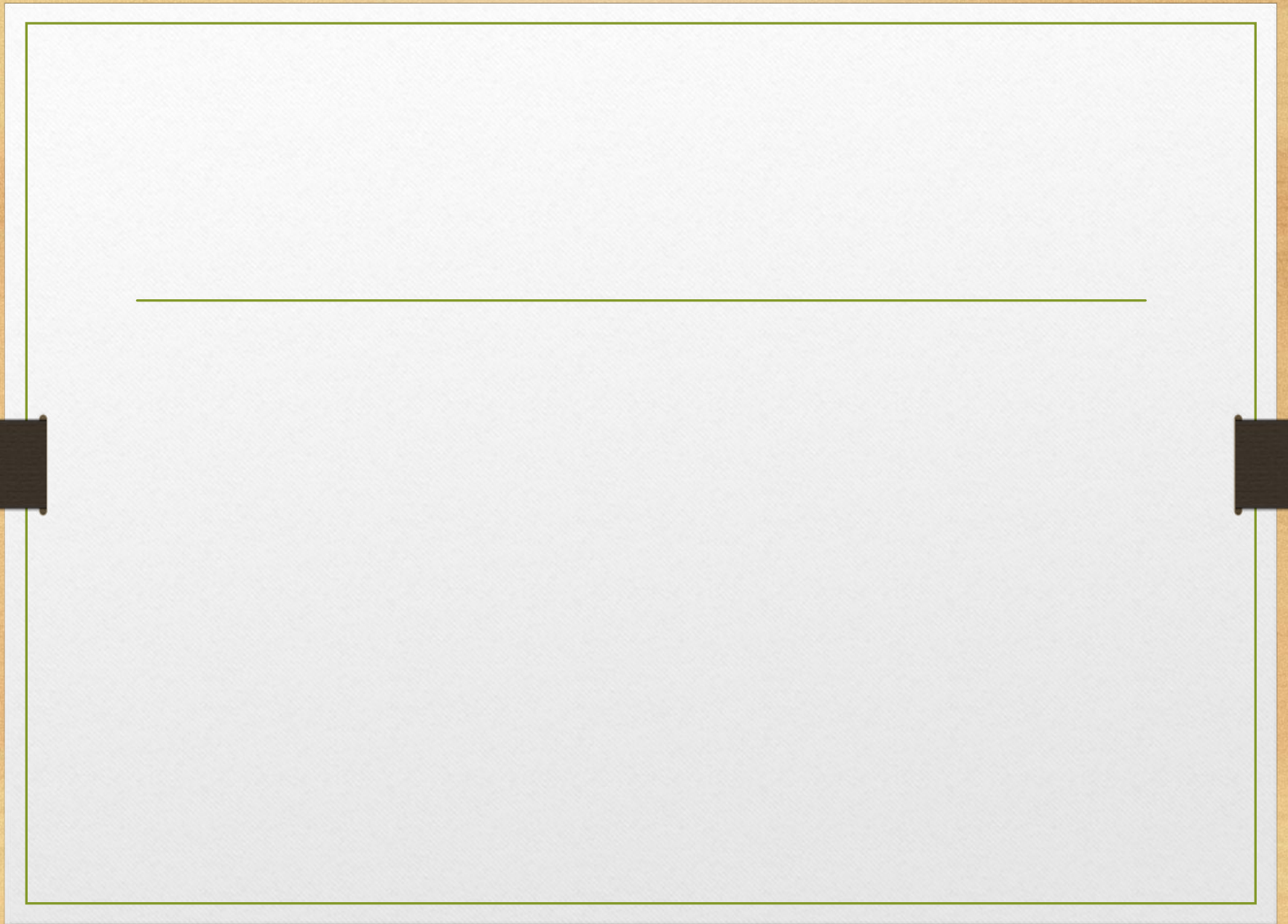




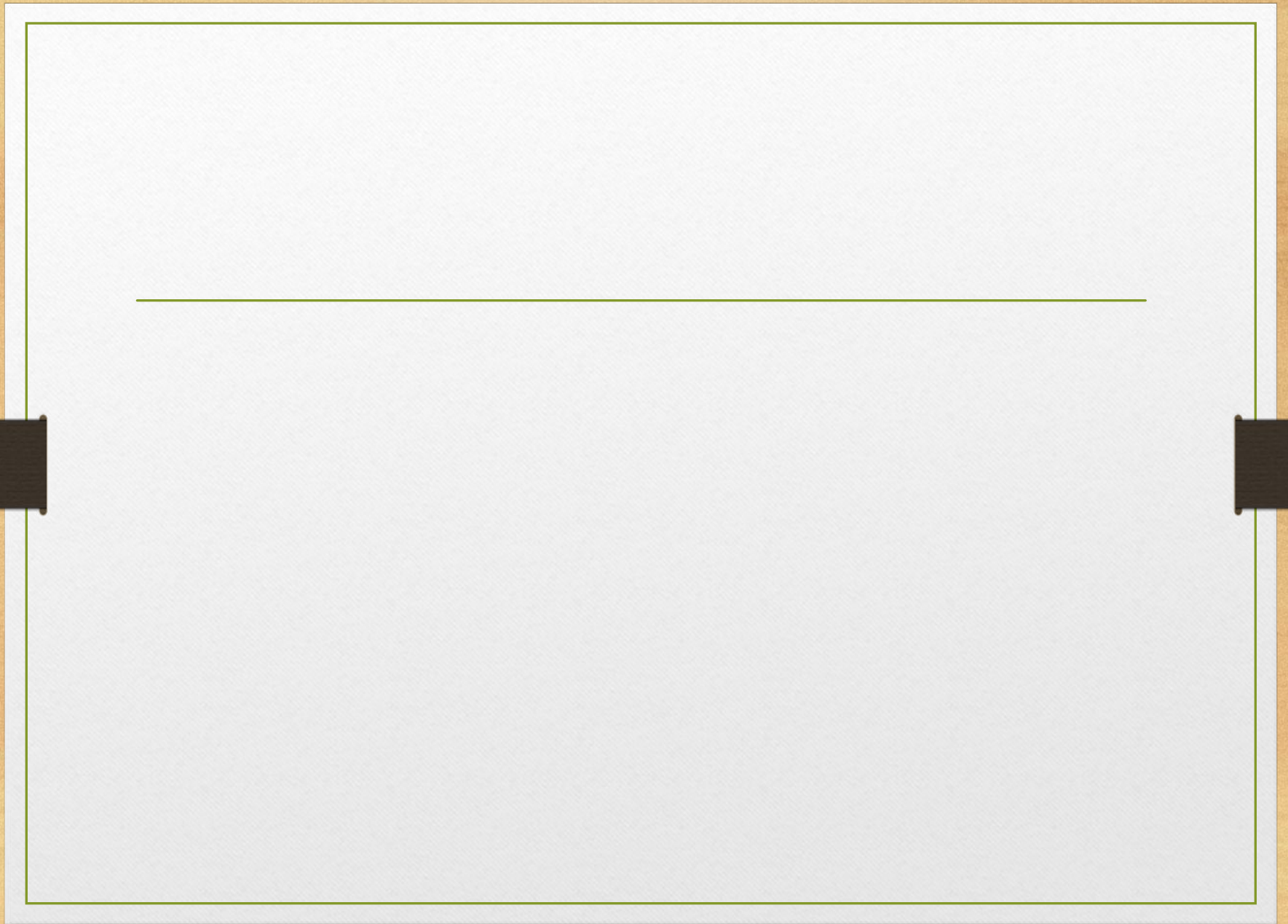


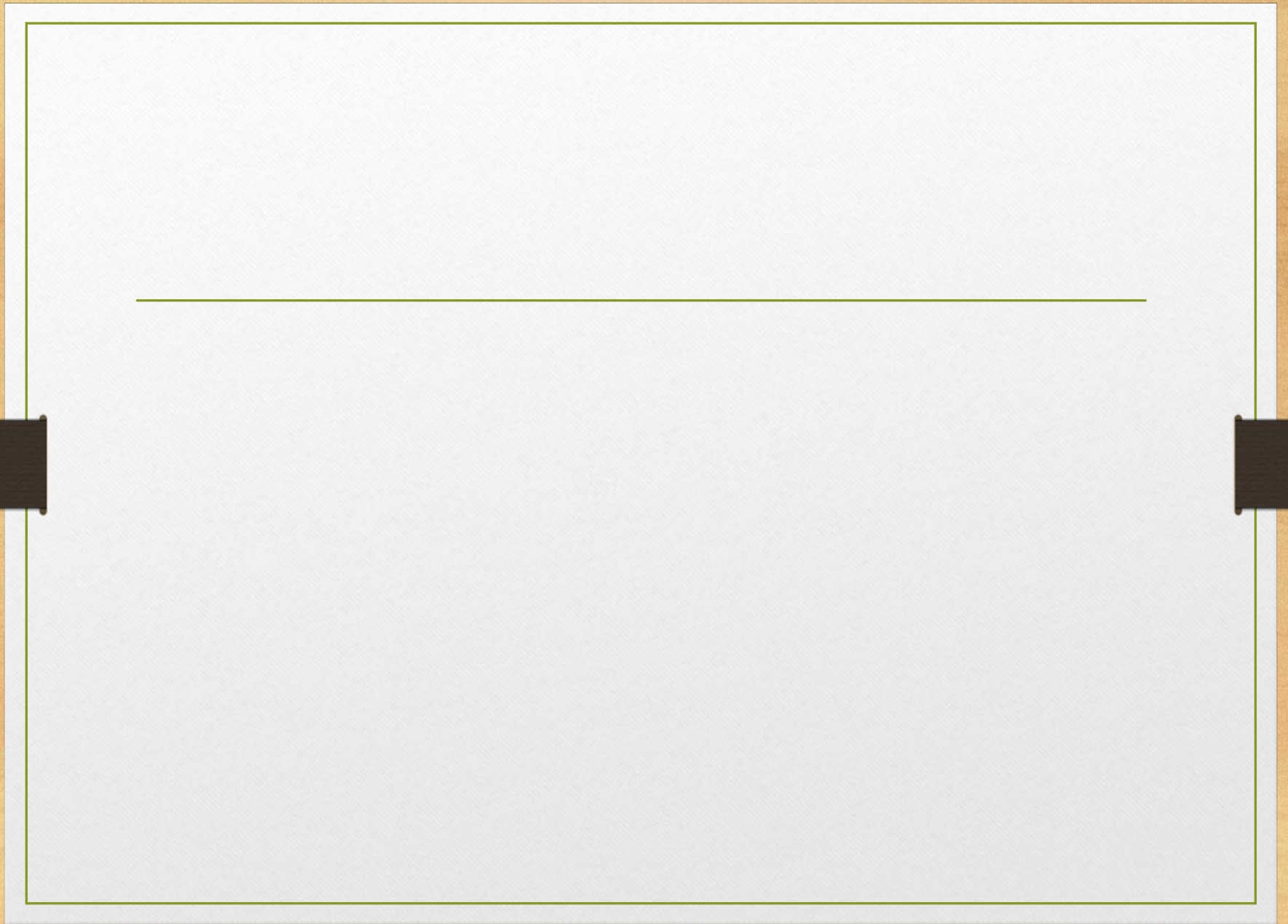


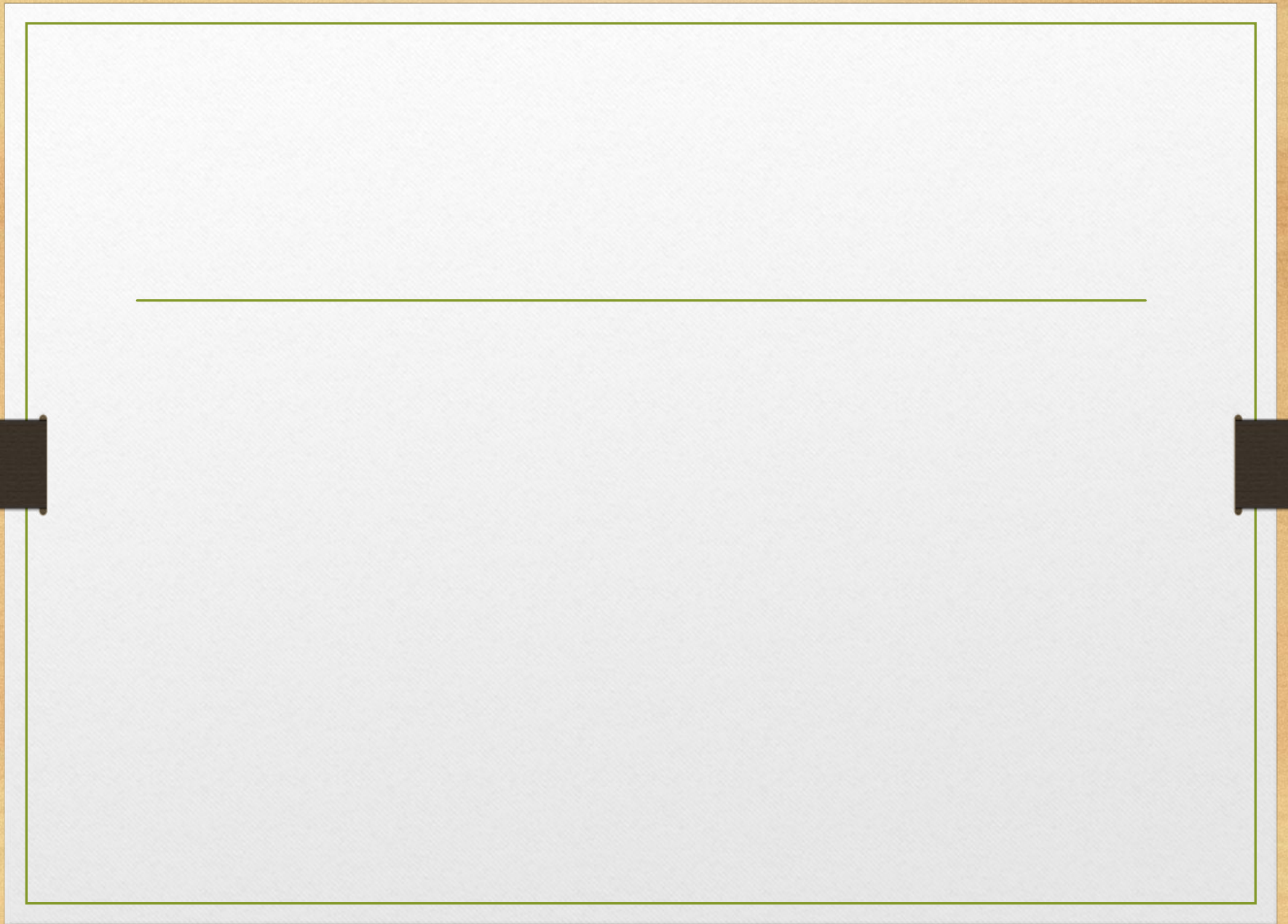


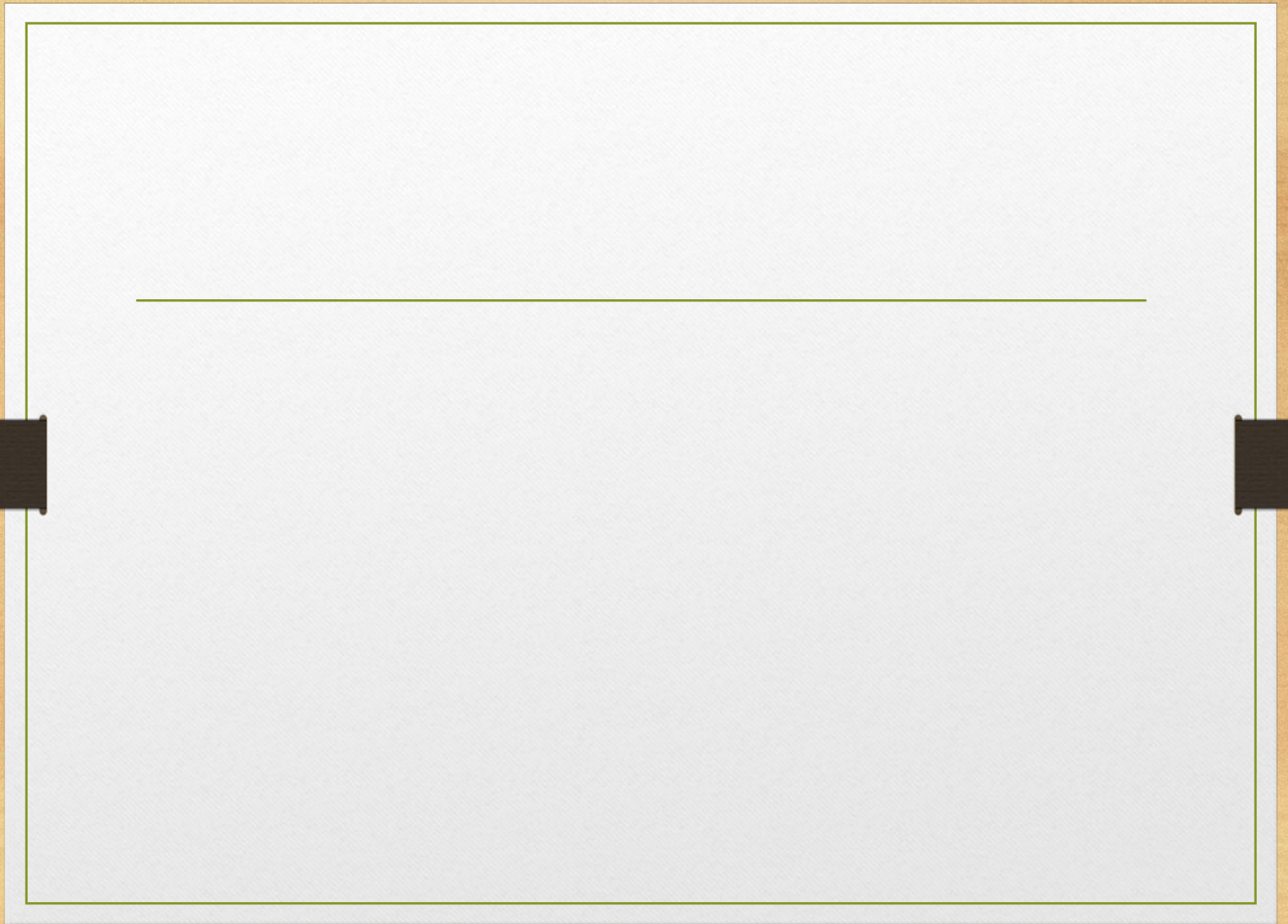


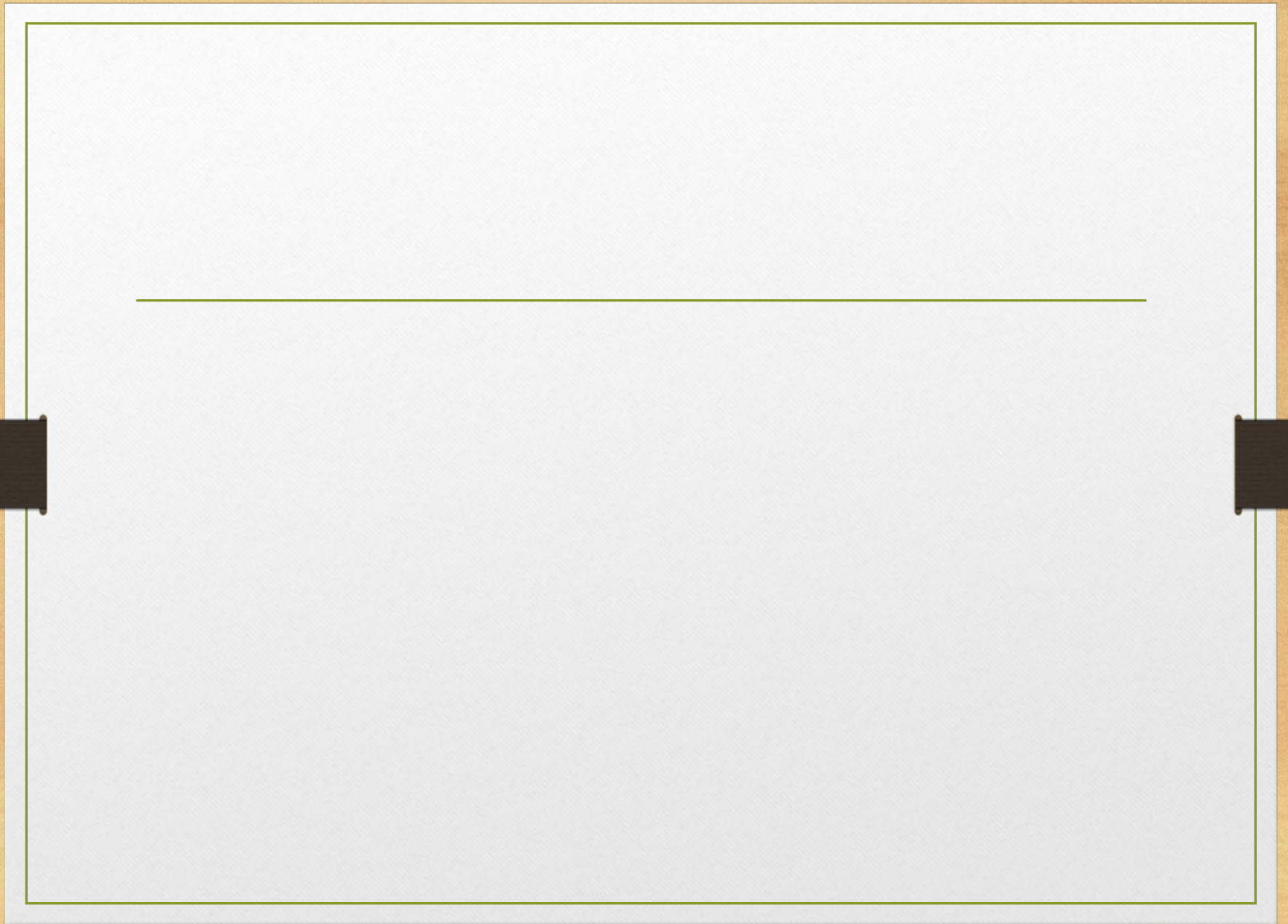


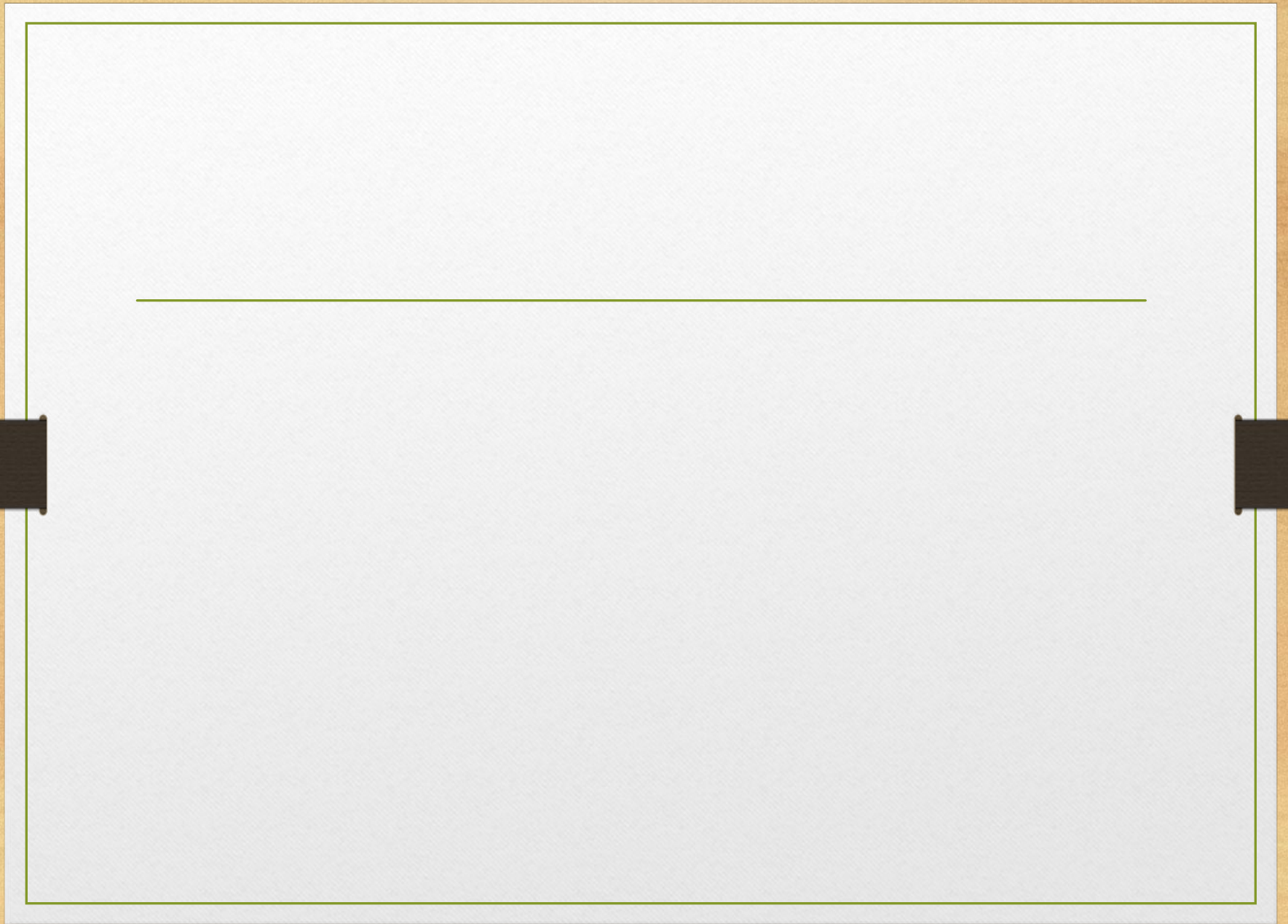


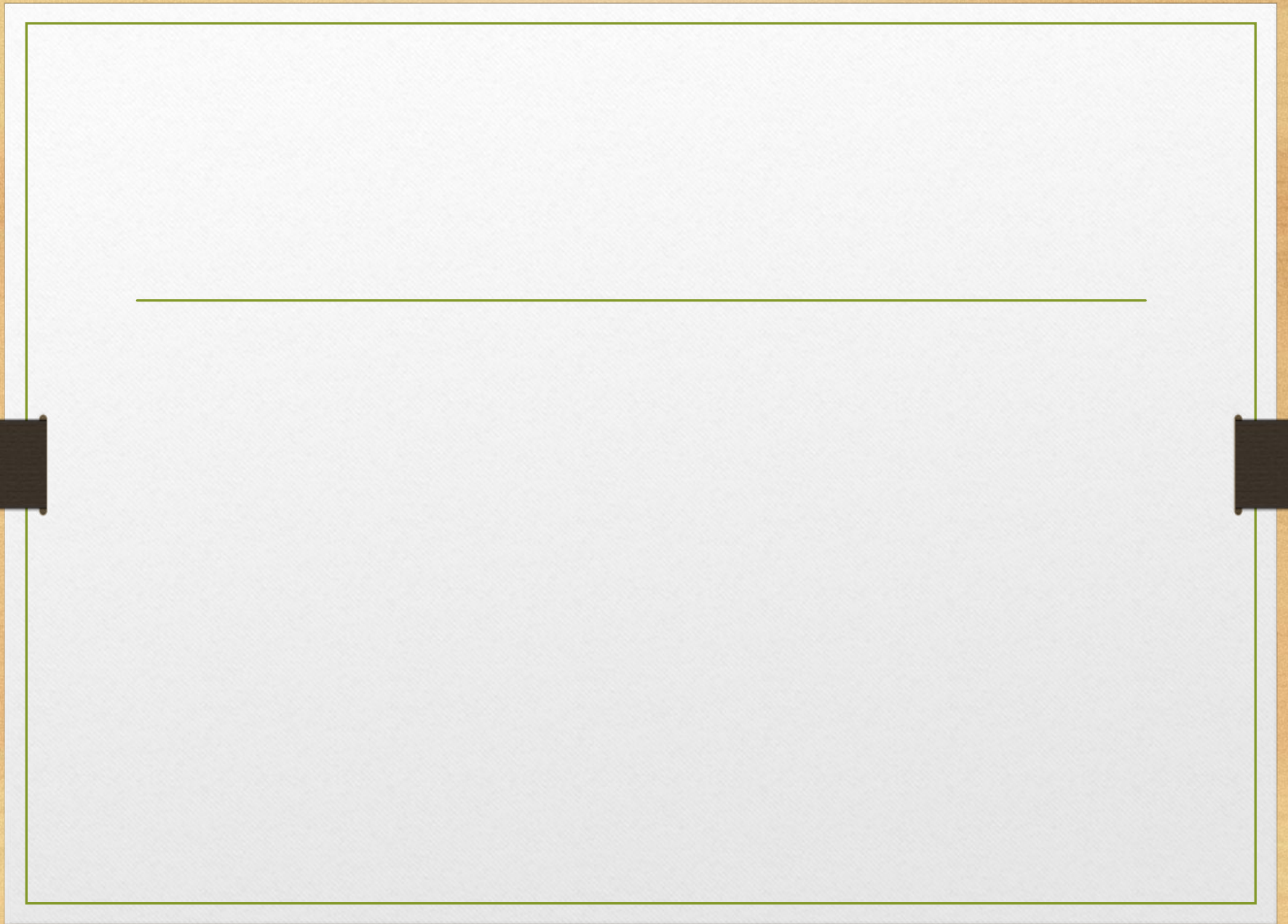


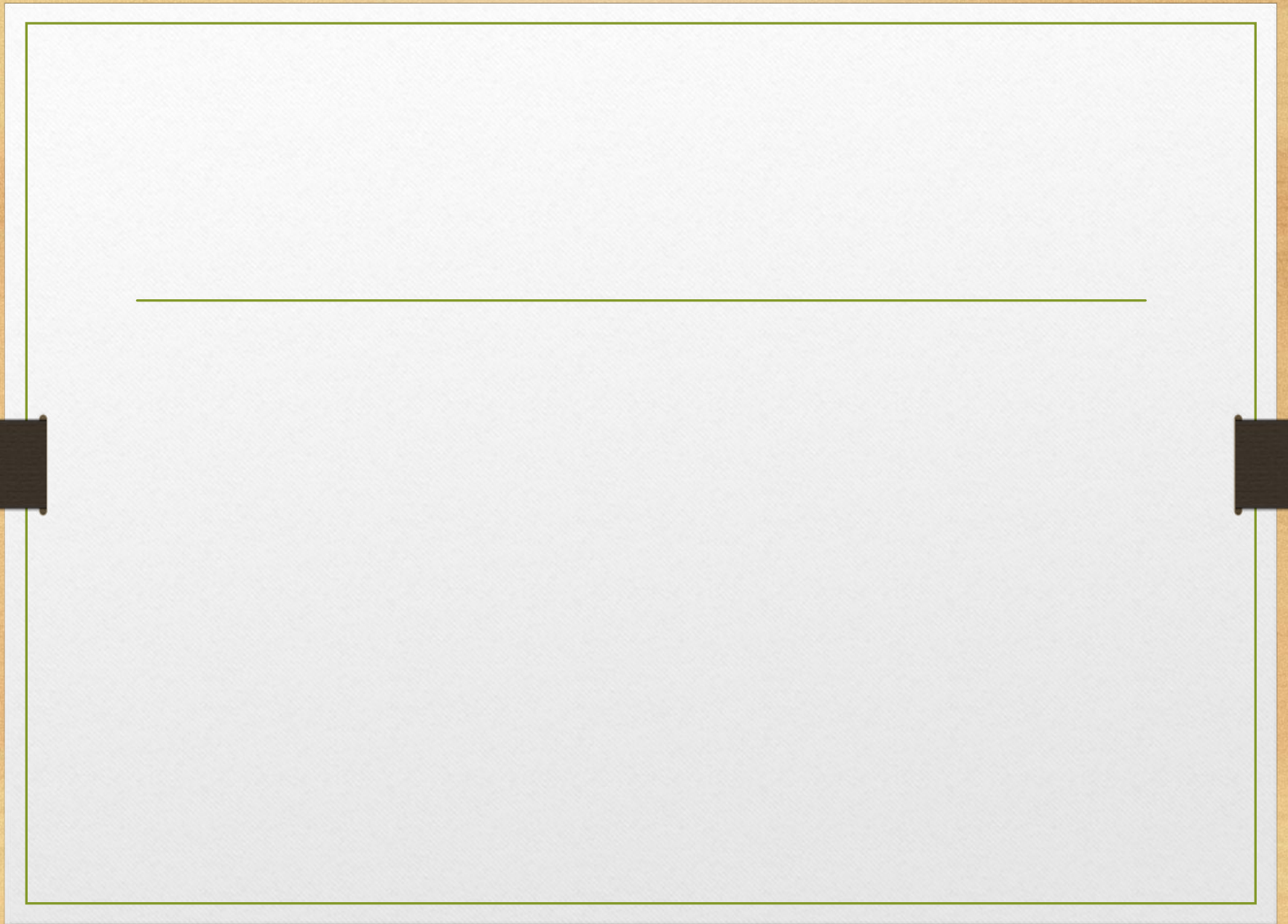




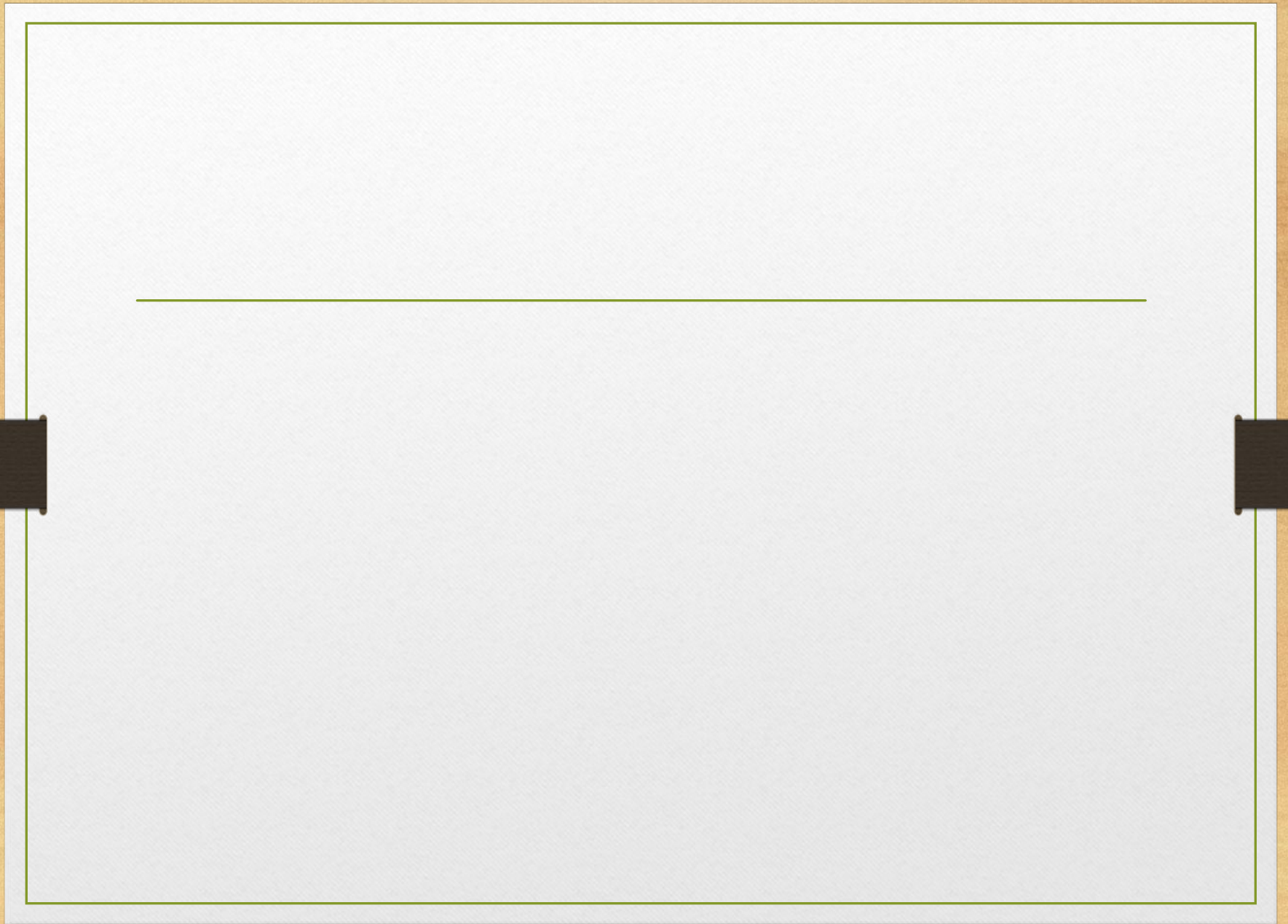


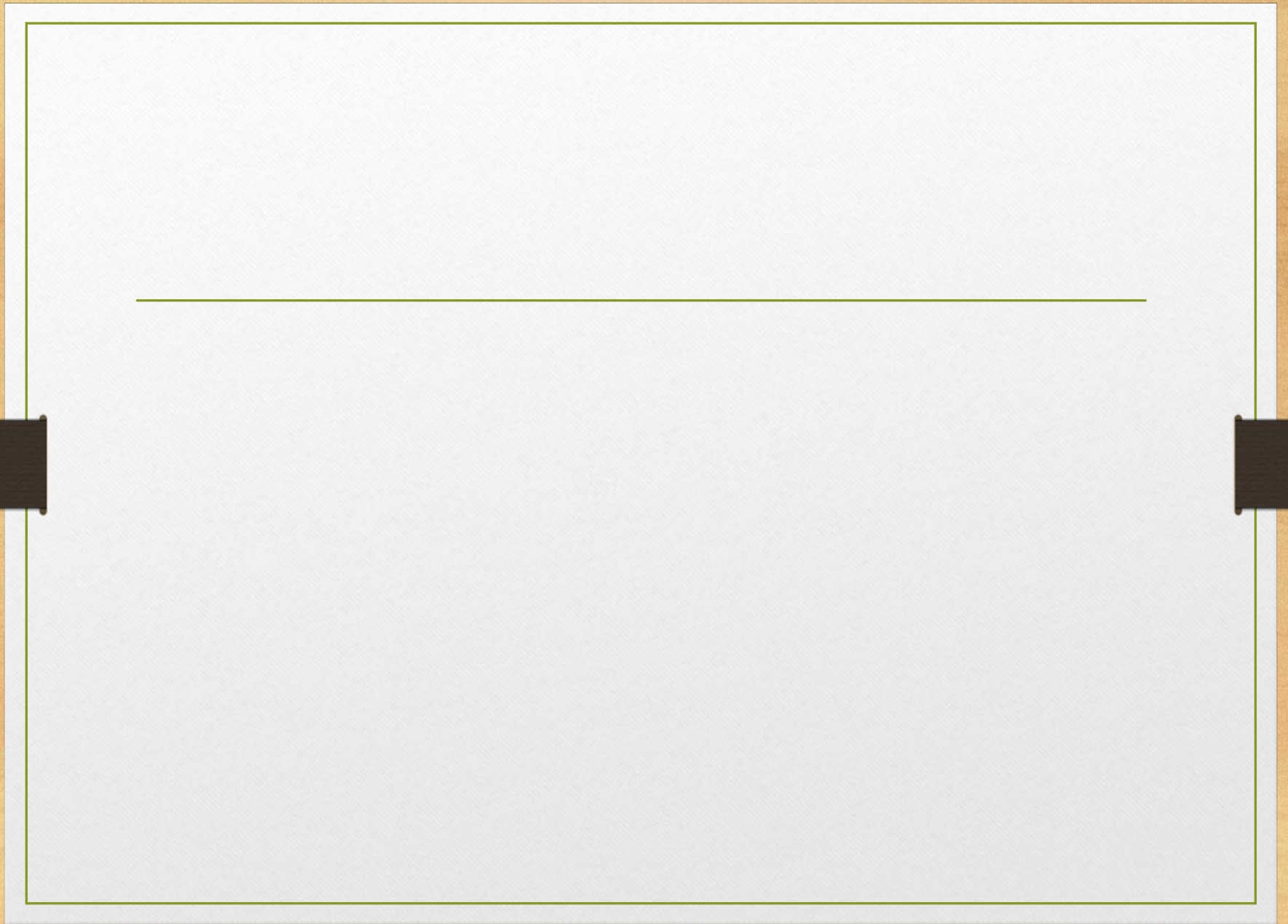


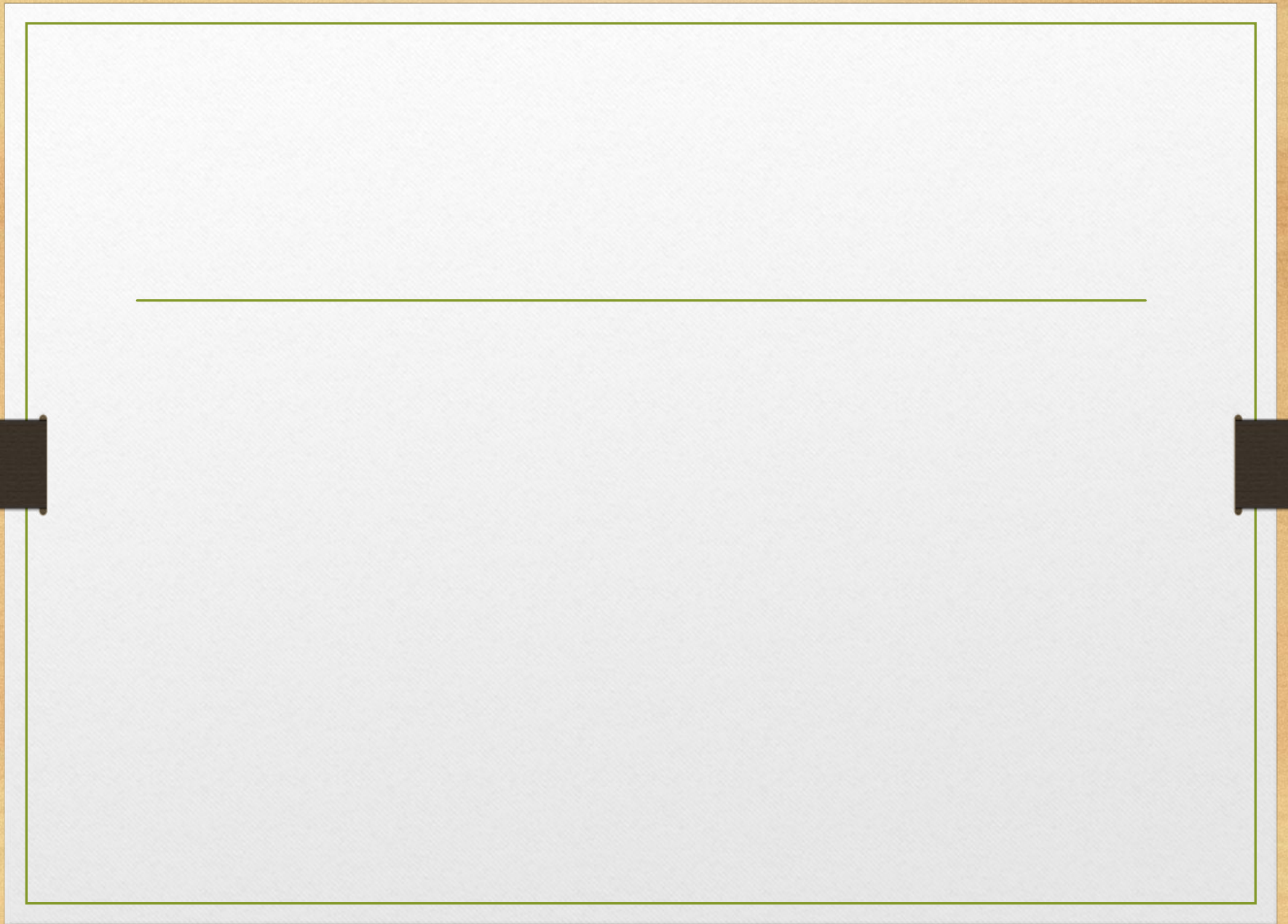


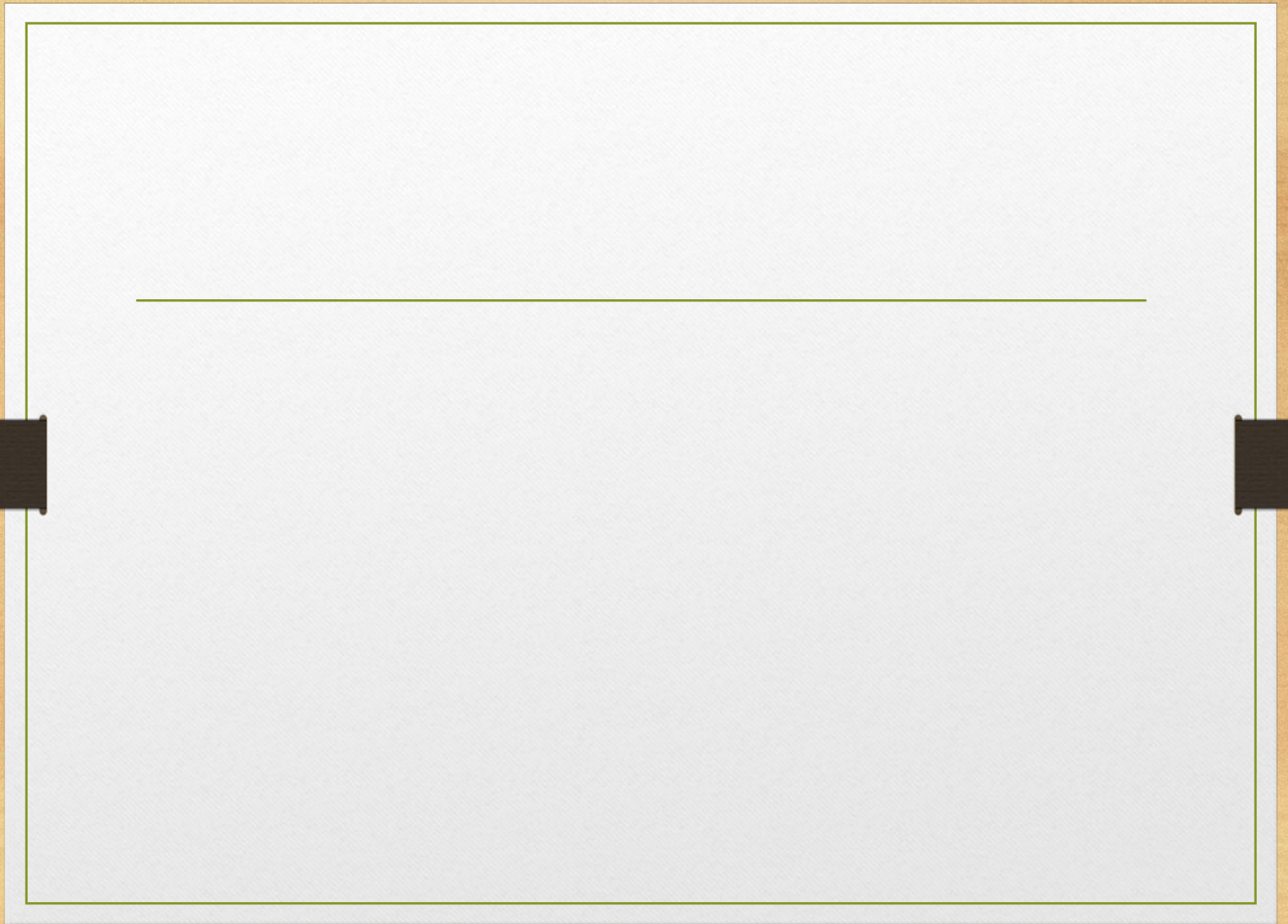


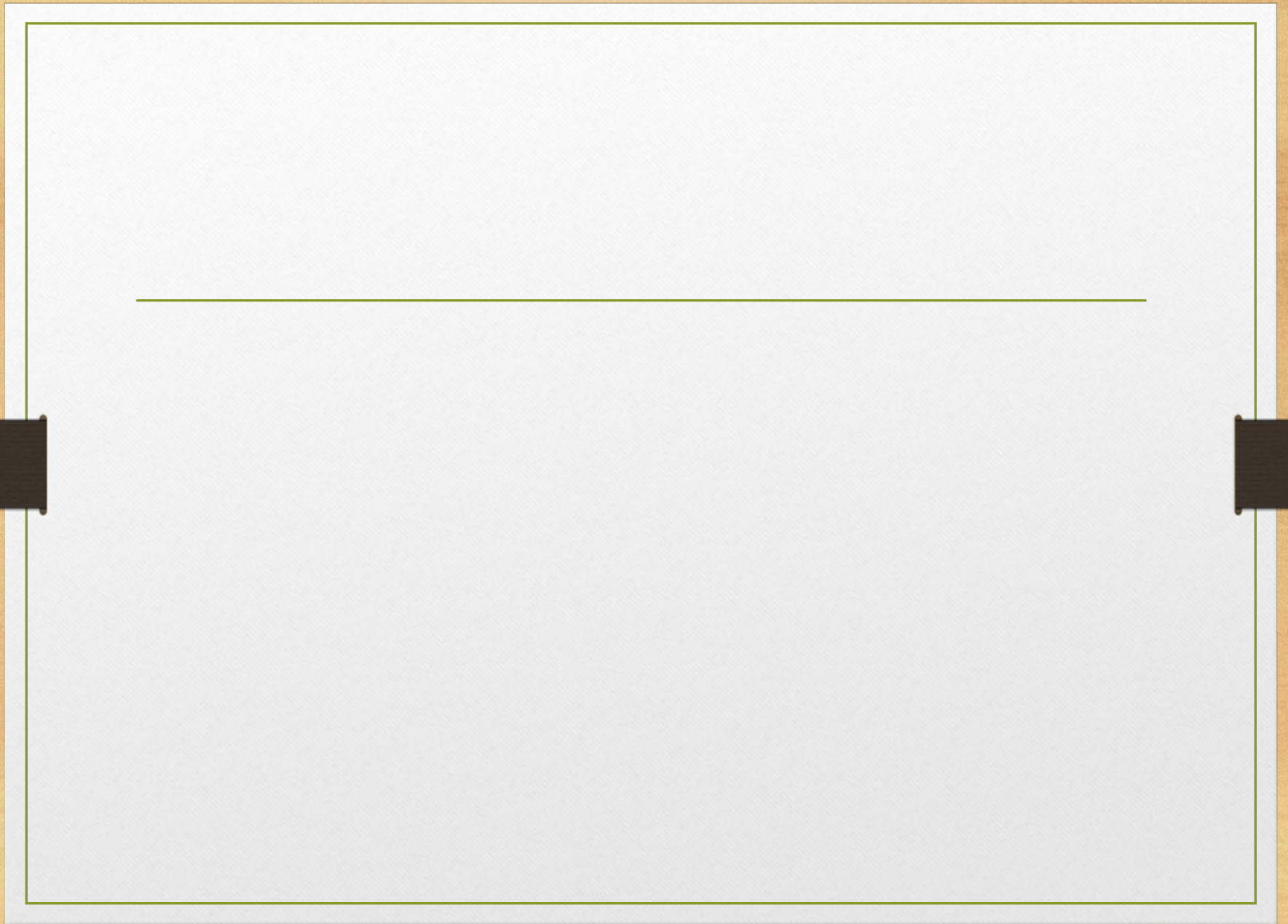












---

-

