

Динамическое программирование

**Задача о нахождении минимальных
затрат при строительстве
транспортных артерий.**

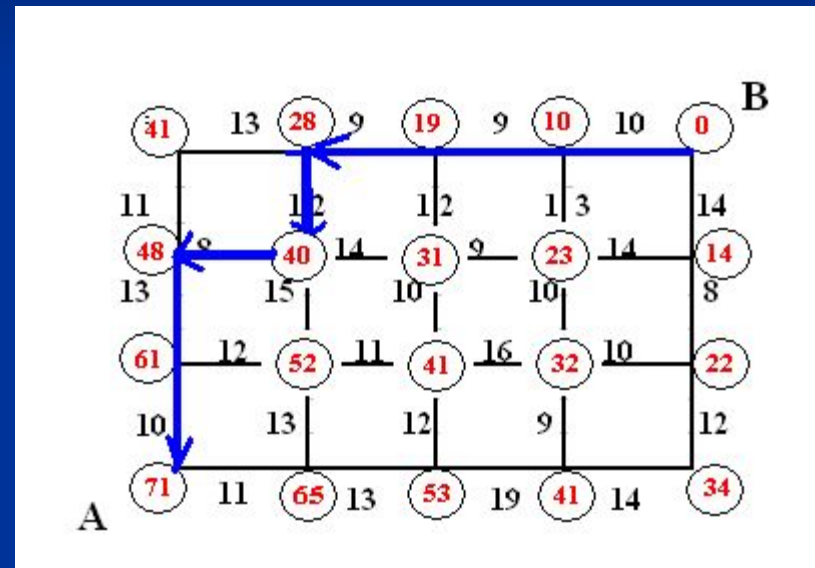
- Решение задач ДП основано на принципе оптимальности.
- Принцип гласит: каково бы ни было начальное состояние на любом шаге последствием управления должны выбираться оптимальными исходя из конкретного состояния к которому придет система.
- Задачи ДП решаются или методом прямой прогонки(с 1го шага)или обратной, от конца к началу.

Пример 1

- Решение методом обратной прогонки (графическое):

Метод обратной прогонки

- Пусть нам задан участок с известной ценой каждого отрезка
- В каждый из узлов сетки двигаясь от конца заносим наименьшую стоимость до конца пути. На ребрах сетки стрелками указываем направление пути.



$$f_n(x) = \max \sum_{i=1}^n g_i(x_i)$$

Метод прямой прогонки

- Оптимальное распределение ресурсов

- Пусть имеется некоторое количество ресурса в объеме (x) которое необходимо распределить между n различными объектами так чтобы получить суммарную эффективность, которая зависит от выбранного способа распределения.

Пример 2

- Совет директоров фирмы рассматривает предложение по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на 4х предприятиях принадлежащих фирме. Для расширения производства выделяются средства в объеме 100у.е. с дискретностью 20у.е.
- Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы и представлены в таблице. Найти оптимальное распределение средств обеспечивающее максимальный прирост выпуска.

рассматриваем 4х этапный процесс методом прямой прогонки.

| СРЕДСТВА | ПРЕДПРИЯТИЯ | | | |
|----------|-------------|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 20 | 8 | 10 | 12 | 11 |
| 40 | 16 | 20 | 21 | 23 |
| 60 | 25 | 20 | 27 | 30 |
| 80 | 36 | 40 | 38 | 37 |
| 100 | 44 | 48 | 50 | 51 |
| | | | | |

Все средства вкладываем в 1е
предприятие.

$$f_1(20) = 8$$

$$f_1(40) = 16$$

$$f_1(60) = 25$$

$$f_1(80) = 36$$

$$f_1(100) = 44$$

Все средства вкладываем в 1е два предприятия.

$$f_1(20) = \max(8 | 10) = 10$$

$$f_2(40) = \max(16 | 8 + 10 | 20) = 20$$

$$f_2(60) = \max(25 | 16 + 10 | 8 + 20 | 20) = 28$$

$$f_2(80) = \max(36 | 25 + 10 | 16 + 20 | 8 + 20 | 40) = 40$$

$$f_2(100) = \max(44 | 36 + 20 | 25 + 20 | 10 + 20 | 8 + 40 | 48) = 48$$

Все средства вкладываем в 1е три предприятия

$$f_3(20) = \max(12 \mid 10) = 12$$

$$f_3(40) = \max(21 \mid 12 + 10 \mid 20) = 22$$

$$f_3(60) = \max(27 \mid 21 + 10 \mid 12 + 20 \mid 28) = 32$$

$$f_3(80) = \max(38 \mid 27 + 10 \mid 21 + 20 \mid 12 + 28 \mid 40) = 41$$

$$f_3(100) = \max(50 \mid 38 + 10 \mid 27 + 20 \mid 21 + 28 \mid 12 + 40 \mid 48) = 50$$

Все средства вкладываем в 4е
предприятие.

$$f_4(100) = \max = (51 | 37 + 12 | 30 + 22 | 23 + 32 | 11 + 41 | 52) = 55$$

Выписываем распределение двигаясь в обратном направлении.

- 4-40у.е.
- 3-20у.е.
- 2-40у.е.
- 1-0у.е.