Динамическое программирование

Задача о нахождении минимальных затрат при строительстве транспортных артерий.

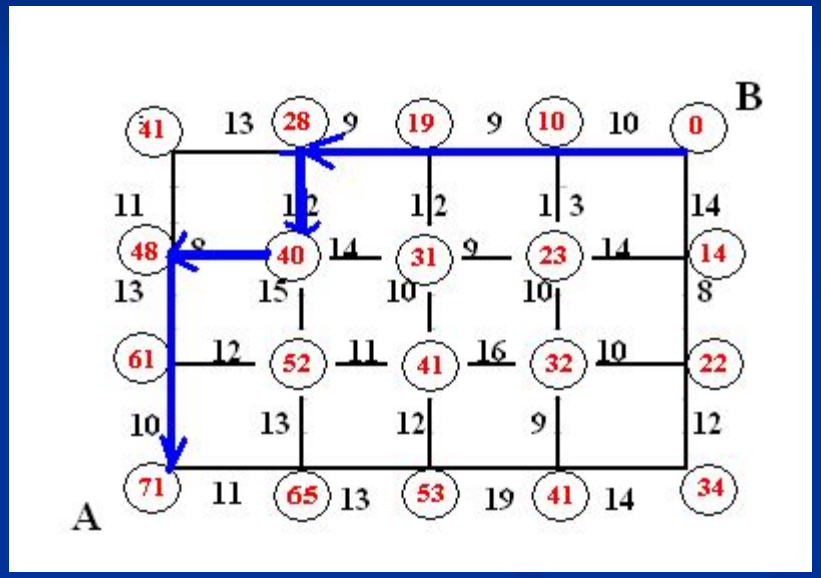
- Решение задач ДП основано на принципе оптимальности.
- Принцип гласит: каково бы ни было начальное состояние на любом шаге последствием управления должны выбираться оптимальными исходя из конкретного состояния к которому придет система.
- Задачи ДП решаются или методом прямой прогонки(с 1го шага)или обратной, от конца к началу.

Пример 1

- Решение методом обратной прогонки (графическое):

Метод обратной прогонки

- Пусть нам задан участок с известной ценой каждого отрезка
- В каждый из узлов сетки двигаясь от конца заносим наименьшую стоимость до конца пути. На ребрах сетки стрелками указываем направление пути.



$$f_n(x) = \max \sum_{i=1}^{n} g_i(x_i)$$

Метод прямой прогонки

- Оптимальное распределение ресурсов

- Пусть имеется некоторое количество ресурса в объеме (x) которое необходимо распределить между n различными объектами так чтобы получить суммарную эффективность, которая зависит от выбранного способа распределения.

Пример 2

- Совет директоров фирмы рассматривает предложение по наращиванию производственных мощностей для увеличения выпуска однородной продукции на 4х предприятиях принадлежащих фирме. Для расширения производства выделяются средства в объеме 100у.е. с дискретностью 20у.е.
- Прирост выпуска продукции зависит от выделенной суммы и представлены в таблице. Найти оптимальное распределение средств обеспечивающее максимальный прирост выпуска.

рассматриваем 4х этапный процесс методом прямой прогонки.

СРЕДСТВА	ПРЕДПРИЯТИЯ			
	1	**2**	**3**	**4**
20	8	10	12	11
40	16	20	21	23
60	25	20	27	30
80	36	40	38	37
100	44	48	50	51

Все средства вкладываем в 1е предприятие.

$$f_1(20) = 8$$

$$f_1(40) = 16$$

$$f_1(60) = 25$$

$$f_1(80) = 36$$

$$f_1(100) = 44$$

Все средства вкладываем в 1е два предприятия.

$$f_1(20) = \max(8 \mid 10) = 10$$

$$f_2(40) = \max(16 \mid 8+10 \mid 20) = 20$$

$$f_2(60) = \max(25 \mid 16+10 \mid 8+20 \mid 20) = 28$$

$$f_2(80) = \max(36 \mid 25+10 \mid 16+20 \mid 8+20 \mid 40) = 40$$

$$f_2(100) = \max(44 \mid 36+20 \mid 25+20 \mid 10+20 \mid 8+40 \mid 48) = 48$$

Все средства вкладываем в 1е три предприятия

$$f_3(20) = \max(12 \mid 10) = 12$$

$$f_3(40) = \max(21 \mid 12 + 10 \mid 20) = 22$$

$$f_3(60) = \max(27 \mid 21 + 10 \mid 12 + 20 \mid 28) = 32$$

$$f_3(80) = \max(38 \mid 27 + 10 \mid 21 + 20 \mid 12 + 28 \mid 40) = 41$$

$$f_3(100) = \max(50 \mid 38 + 10 \mid 27 + 20 \mid 21 + 28 \mid 12 + 40 \mid 48)$$

Все средства вкладываем в 4е предприятие.

$$f_4(100) = \max = (51|37 + 12|30 + 22|23 + 32|11 + 41|52) = 55$$

Выписываем распределение двигаясь в обратном направлении.

- 4-40у.е.
- 3-20у.е.
- 2-40у.е.
- 1-0у.е.